

# Darbe-Modülasyon Teknikleri ve Güç İnvvertörlerine Uygulama Olanakları

Dr. M. Celâl TANJU  
ODTÜ

## ÖZET

*PAM ve PWM invvertör sistemlerinde harmoniklerin kolayca hesaplanması için formüller çıkarılmıştır. Yalnız,  $p$  nin (darbe sayısı) çift ve  $p/2$  nin tek olduğu simetrik PAM ve PWM sistemleri göz önünde bulundurulmuştur. PAM invvertör harmonik muhtevası ile kare-dalga invvertör harmonik muhtevası arasında yakın bir ilişkinin olduğu, fakat PAM invvertörlerde yalnız  $n = m \cdot p + 1$  dereceli kenar bandların bulunduğu gösterilmiştir. PWM invvertörlerde, genel olarak, PAM invvertörlere göre aynı  $p$  darbe sayısı için daha yüksek harmonik muhtevası vardır. İncelenen PWM invvertöründe bütün tek dereceli harmonikler mevcuttur.*

## SÜMMARY

*The paper formulates expressions which enable the harmonic content of PAM and PWM inverter systems to be readily evaluated. Only symmetrical PAM and PWM systems are considered in which the pulse number  $p$  is even and  $p/2$  is odd. It is shown that there is a close relationship between the harmonic content of a PAM inverter and that of a square wave inverter, but only sideband pairs of order  $n = m \cdot p + 1$  are present in the PAM inverters. PWM inverters, in general, have a higher harmonic content than PAM systems of the same pulse number  $p$ . All orders of odd harmonics are possible in the PWM system considered.*

## 1. GİRİŞ

Güç invvertörlerinden (doğru gerilim/alternatif gerilim konvertörü) endüstriyel sahada geniş çapta yararlanılmaktadır. Bu invvertörlerin çıkış gerilimleri çoğu kez kare dalga veya basamak şeklindedir. Sinüsoidal çıkış gerilimine ihtiyaç duyulan hallerde en kolay ve pratik yol, çıkış geriliminin filtre edilmesi olarak görülmektedir. Orta güç ve yüksek frekanslarda distorsiyonsuz sinüsoidal çıkış veren ve % 80 verimle çalışabilecek invvertör yapmak mümkündür. Fakat, alçak frekans ve yüksek güçlerde distorsiyonsuz çıkış gerilimini, yüksek verimle (% 85-% 90), filtre etmek suretiyle elde etmek

çok zordur; çünkü, filtre kayıpları önemli bir düzeye çıkmaktadır. Aynı zamanda reaktif elemanların boyutları büyük olmakta, ağırlıkları ve filtre maliyeti artmaktadır, invvertör verimini artırmak için filtre kayıpları, komütasyon devre kayıpları ve tiristör veya tranzistörlerin kapama ve sönmeye kayıplarını asgari düzeye indirmek gereklidir. İnvvertörün bünyesinde belirli bir modülasyon yöntemi kullanılarak yapılacak harmonik eliminasyon, filtre elemanlarının boyut, ağırlık ve maliyetlerinin küçülmesinde en büyük faktör olarak etkisini gösterecektir.

Güç konvertörlerinin, genel olarak, doğal ko-

mütasyonlu ve cebri komütasyonlu güç konvertörleri olarak sınıflandırılabilmesi (1) de belirtilmiştir. Bu yazıda yalnız cebri komütasyonlu invertörlere değişik modülasyon tekniklerinin uygulama olanakları incelenmektedir. Darbe- genliği modüle edilmiş (PAM) ve darbe- genişliği modüle edilmiş (PWM) invertör sistemlerinde çıkış gerilim harmonik genliklerini verecek formüller çıkartılmıştır. Yalnız, invertör çıkış gerilimi periyodu içinde basamak veya darbe sayısı,  $p$  nin çift ve  $p/2$  nin tek olduğu PAM ve PWM invertör sistemleri incelenmiştir.

### 1.1. Darbe-Modülasyon tekniklerinin uygulandığı güç invertörlerinden istenilen hususlar

Herhangi bir modülasyon tekniğinin güç invertörlerine uygulanması halinde invertörün aşağıdaki hususları sağlaması arzu edilir.

1. İntertör çıkış gerilim toplam harmonik muhteva yüzdesinin (Ek 3) küçük olması, (Bu yüzde genel olarak % 10 u aşmamalıdır),

2. Endüksiyon motor hız kontrolü için değişik frekanslarda çalışabilme olanağı olan invertörlerde  $V/f$  oranının değişimi ( $V$  invertör çıkış geriliminin,  $f$  invertör çıkış frekansına oranı),  $V/f$  oranının frekans değiştirme limitleri arasında sabit kalması ,

3. İntertör yapımının ekonomik olarak gerçekleştirilmesi,

4. Kontrol devrelerinin basitliği ve modüler yapıda olması,

5. İşletme ve bakımın asgari düzeyde olması arzu edilir.

Bu kriterler içinde invertör ve filtre karakteristikleri bakımından en önemli husus, invertör çıkış geriliminin toplam harmonik muhteva yüzdesidir. Bu yüzde ne kadar küçük olursa invertör o kadar distorsiyonsuz sinüsoidal çıkış veriyor demektir.

## 2. DARBE-MODÜLASYON TEKNİKLERİ VE GÜÇ İNVERTÖRLERİNE UYGULAMA OLANAKLARI

### 2.1. Giriş

Darbe-Modülasyon tekniklerini Genel örnekleme Teorisine dayanarak izah edebiliriz. Genel Örnekleme Teorisine göre:

Bir sinyal eğer band limitli ise ve bu sinyalin  $f_m(t)$ , en büyük önemli frekansının  $f_m$  periyodu  $T_m = 1/f_m$ ,  $T_c$  aralıklarına  $T_c < T_m/2$  olacak şekilde ayrılırsa ve her  $T_c$  aralığı içinde

sinyalden  $f_m(t)$  herhangi bir şekilde bir örnek alınacak olursa, her alınan örnek değerinin ve  $T_c$  aralığı içinde örnek alınma zamanının bilinmesi halinde o sinyal hakkında bütün bilgi biliniyor demektir (2). (Şekil 1a,b).

Yukarıda bahsedilen band limitli sinyal  $f_m(t)$ , modüle eden sinyal olarak tanımlanmaktadır. Modüle eden sinyalin örneklenmiş olarak gösterilmesine modüle edilmiş sinyal denilmektedir. Modülasyon işlemi, bir taşıyıcı dalga  $f_c(t)$ , darbe genliğinin  $A_{ck}$ , genişliğinin veya sürekliliğinin  $T_k$  pozisyonunun  $T_c$  örnekleme zamanı içinde modüle eden sinyalin  $f_m(t)$  değerine göre değiştirilmesidir. Taşıyıcı dalga  $f_c(t)$ , darbe genliğinde, darbe genişliğinde ve darbe pozisyonunda meydana getirilen değişiklikler sırası ile darbe genlik modülasyonu (PAM), darbe genişlik modülasyonu (PWM) ve darbe pozisyon modülasyonu (PPM) olarak bilinir.

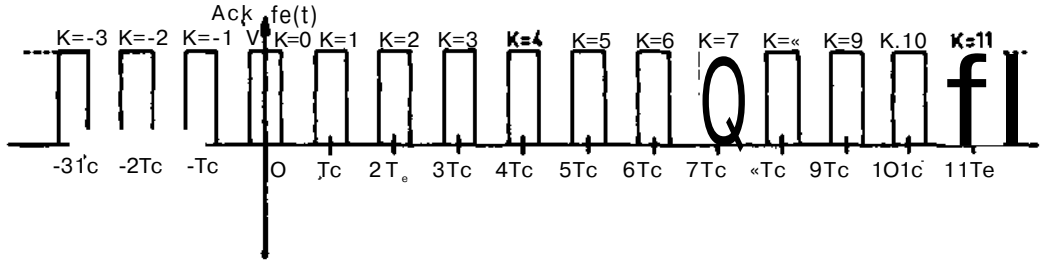
### 1.2. Darbe genlik modülasyonu (PAM)

Taşıyıcı dalga darbe genliklerinin modüle eden sinyalin  $T_c$  aralıklarındaki değerlerine göre değiştirilmesine PAM denir (Şekil 1c). Ek 1 de gösterildiği gibi, taşıyıcı dalga frekansı  $f_c$  ve harmonik frekansları  $n.f_c$  etrafında yalnız iki kenar band frekansı vardır ( $n.f_c + f_m$ ). Taşıyıcı dalga frekansı  $f_c$ , modüle eden sinyal periyodu  $T_m$  içinde seçilecek  $p = T_m/T_c = f_c/f_m$  aralık adedine göre tamamen elimine edilebilir. Büyük  $p$  değeri için PAM invertör çıkış gerilim harmonik muhtevası çok küçüktür.

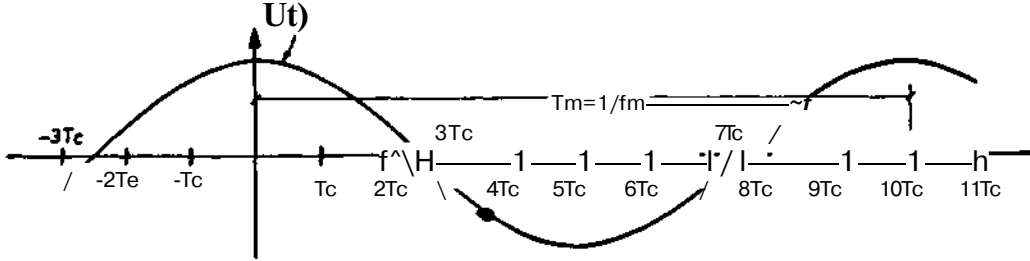
$p = 18$  için toplam harmonik muhtevası % 6,817 olmaktadır ki, böyle bir invertörün endüstri uygulamasında filtreye ihtiyaç yoktur. Mafih, PAM tekniğinde PAM çıkış gerilimini meydana getirebilmek için birbirinden farklı düzeylerde doğru gerilim kaynaklarına ihtiyaç vardır. Bu değişik düzeydeki doğru gerilimlerin değerleri, örnekleme anındaki modüle eden sinyalin genliği ile doğru orantılı olacaktır. Modüle eden sinyal genliği ile doğru orantılı gerilim düzeylerinin yüksek güçte ekonomik bir şekilde invertörlere uygulanabilmesi PAM tekniğinin invertörlere uygulanabilme olanağını sağlayacaktır.

### 2.3. Darbe zaman modülasyonu (PTM)

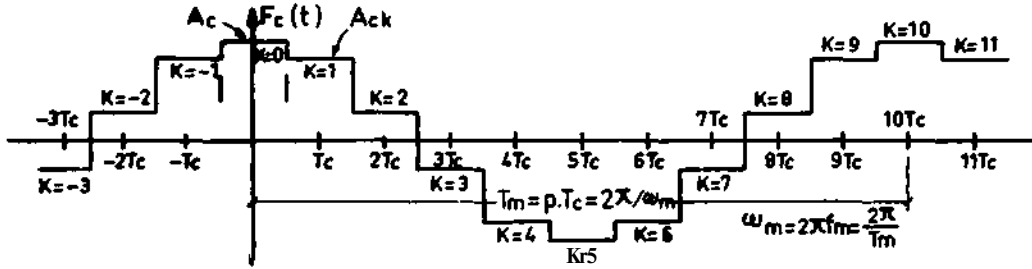
Taşıyıcı dalga darbelerinin herhangi bir parametresinin meydana gelme zamanının, modüle eden sinyalin genliğine göre değiştirilmesine, darbe zaman modülasyonu (PTM) denilmektedir. Darbe genişlik modülasyonu (PWM), darbe frekans modülasyonu (PFM), ve darbe pozisyon (faz) modülasyonu (PPM), PTMna ayrı birer örnek teşkil etmektedir.



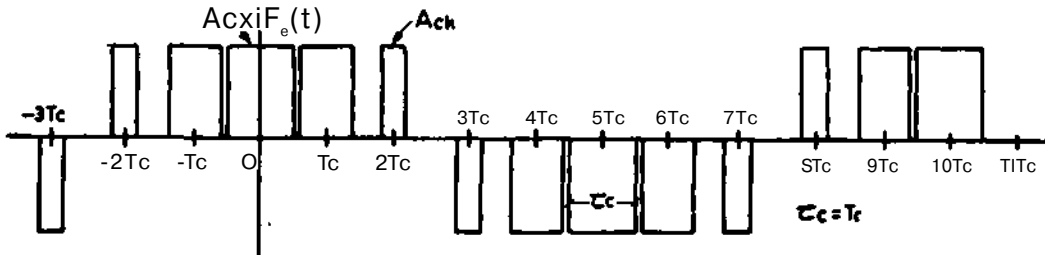
Şekil 1a. Genel taşıyıcı dalga,  $f_c(t)$ .



Şekil 1b. Modüle eden sinyal,  $f_m(t)$ .



Şekil 1c. PAM invertör çıkış gerilimi,  $p = 10$ .



Şekil 1d. PWM invertör çıkış gerilimi,  $p = 10$ .

## 2J.1. Darbe genişlik modülasyonu (PWM)

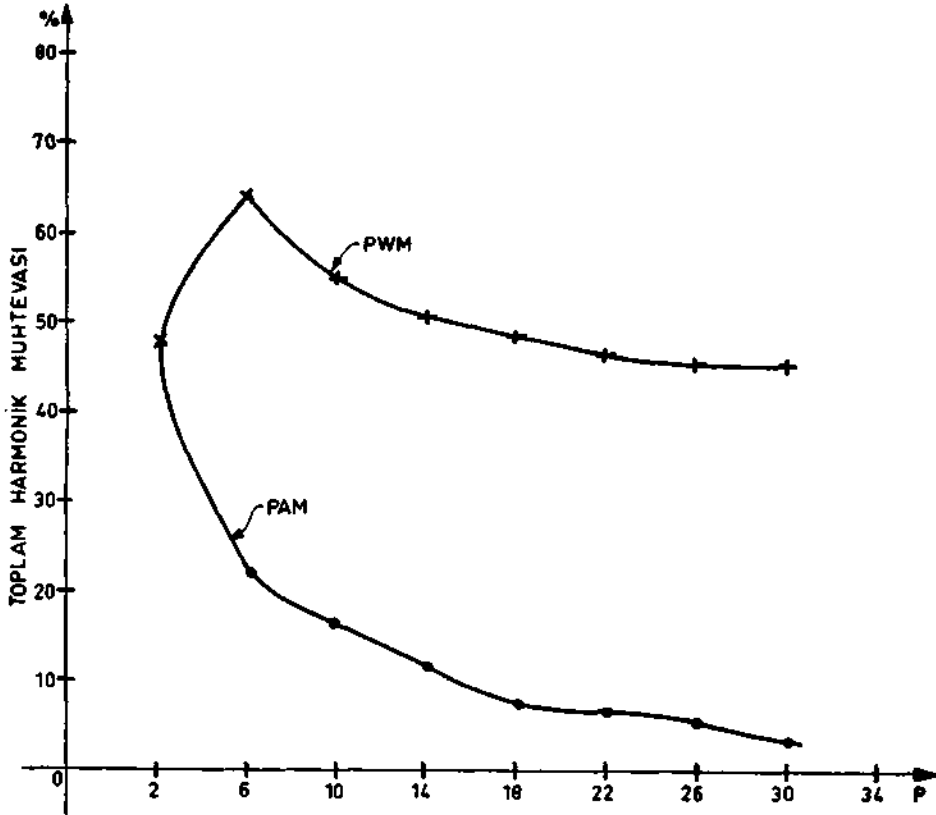
PWM da, modüle eden sinyalin örnekleme anındaki değeri, taşıyıcı dalga darbelerinin ön ve/veya arka kenarlarının modüle edilmemiş taşıyıcı dalga darbelerine göre, olma zamanlarını değiştirir. PWM invertör çıkış gerilimini elde etmek için bir çok yöntem kullanılır. Fakat nasıl bir PWM sistemi kullanıldığını belirtecek yalnız dört parametre vardır. Bunlar :

1. örnekleme yöntemleri,
2. Çıkış geriliminin alabileceği gerilim düzeyleri:  $(+1, -1)$  veya  $(+1, 0, -1)$ , çıkış geriliminde doğru gerilim bileşeni arzu edilmiyorsa,
3. Bir darbenin her iki kenarının modüle edilip edilmediği, darbenin bir kenarı modüle edilmişse hangi kenarının modüle edildiği,
4. Taşıyıcı dalga frekansı  $f_c$  nin modüle eden

sinyal  $f_m$  frekansına oranı  $f_c/f_m = p$ . Burada  $p$  tam sayı olmaktadır.

Hangi yöntem kullandıysa kullanılsın PWM invertör çıkış gerilimlerinde bütün tek dereceli harmonikler mevcuttur (3). Şekil 3,4,5, ve 6'nın incelenmesi halinde genlikleri % 1 in altında olan bütün harmoniklerin ihmal edilmiş olduğu görülecektir. Mamafih, taşıyıcı dalga frekansından  $f_c$  küçük harmoniklerin genlikleri  $p = f_c/f_m$  değerinin değiştirilmesiyle ihmal edilebilecek bir düzeye kadar indirilebilir

cek olursa, PWM invertör çıkış geriliminde bulunan önemli harmoniklerin 7 ci harmonikten itibaren başladığı görülecektir. Dolayısıyla PWM invertörlerde, toplam harmonik muhtevasının büyük olmasına rağmen, kullanılacak filtre 7 ci ve daha yukarı harmonik değerlerini süzmek için tasarlanacaktır. Küçük dereceli harmonikleri süzmeye yarayan filtre elemanlarının boyutları, ağırlıkları ve maliyetlerine göre yüksek dereceli harmonikleri süzmek için tasarımılanacak olan filtre elemanlarının boyutları, ağırlıkları ve maliyetleri de daha küçük olacaktır.



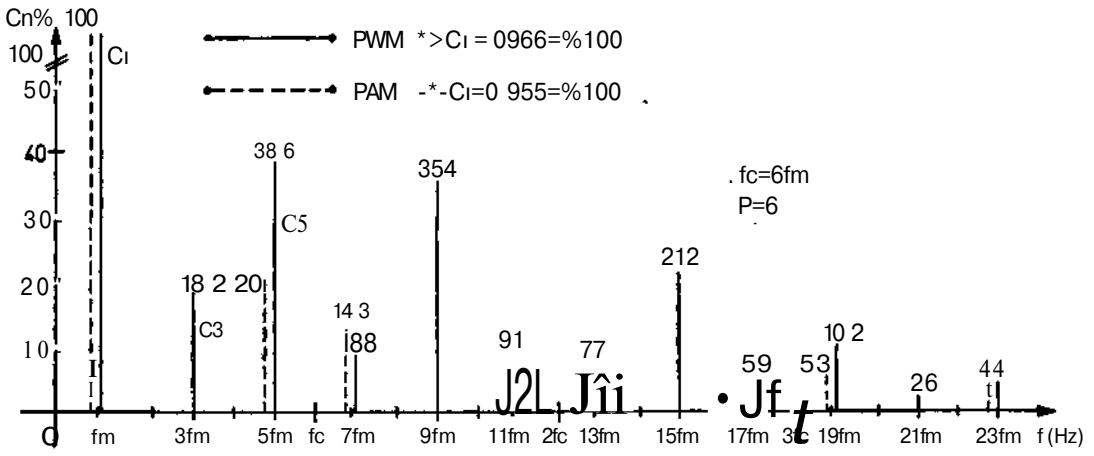
Şekil 2.

PWM da bir adet doğru gerilim kaynağına ihtiyaç olduğu için PWM sisteminin endüstride uygulama olanakları fazla olmaktadır. Fakat aynı  $p$  değeri için PAM çıkış gerilimi veren invertörlerle PWM çıkış gerilimi veren invertörler karşılaştırıldığı zaman, PWM invertör çıkış gerilim harmonik muhteva yüzdesinin çok büyük olduğu görülmektedir (3). PAM ve PWM invertörlerinin çeşitli  $p$  değerlerinde, çıkış gerilim harmonik muhteva yüzdeleri mukayese edilerek Şekil 2 de gösterilmiştir. Şekil 2 den de görülebileceği gibi toplam harmonik muhteva yüzdeleri PWM invertörler için % 40 in altına inmemektedir. Fakat Şekil 4,5,6 incelenen

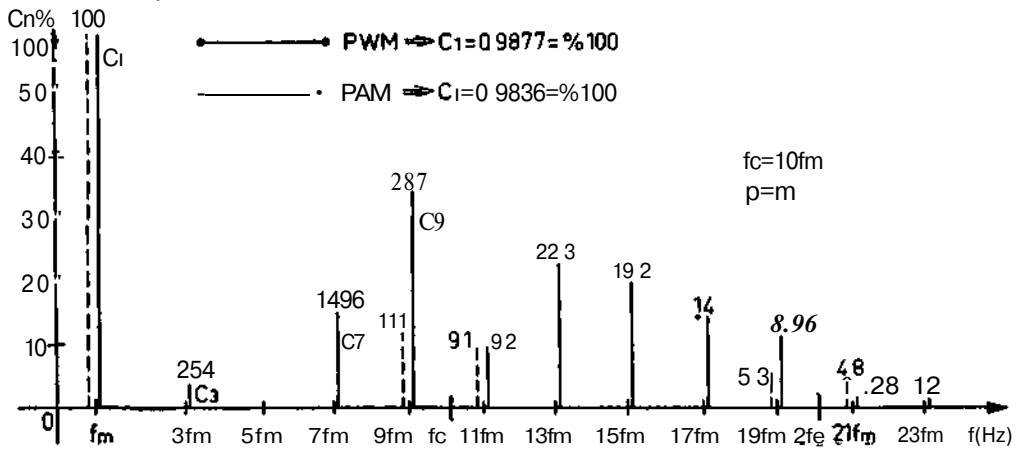
PAM veya PWM modülasyon tekniklerinden hangisinin uygulanacağı yolundaki tercih, tamamen invertörün kullanılacağı alana ve eldeki maddi olanaklara bağlı kalmaktadır. Ek 2 de PWM invertör çıkış gerilim harmoniklerinin hesaplanabilmesi için gerekli formüller çıkartılmıştır.

### 23.2. Darbe frekans modülasyonu (PFM)

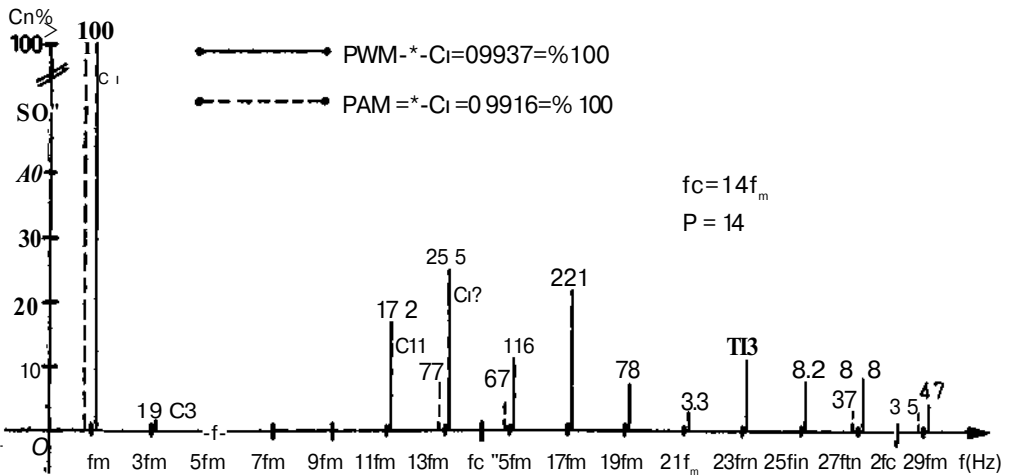
PFM nun da, modüle eden sinyalin örnekleme anındaki değeri taşıyıcı dalga frekansının modüle edilmesini sağlar. (4) de gösterildiği gibi PFM ve PPM birbiriyle çok sıkı irtibatlıdır. Çünkü, taşıyıcı dalga darbe pozisyonunda meydana



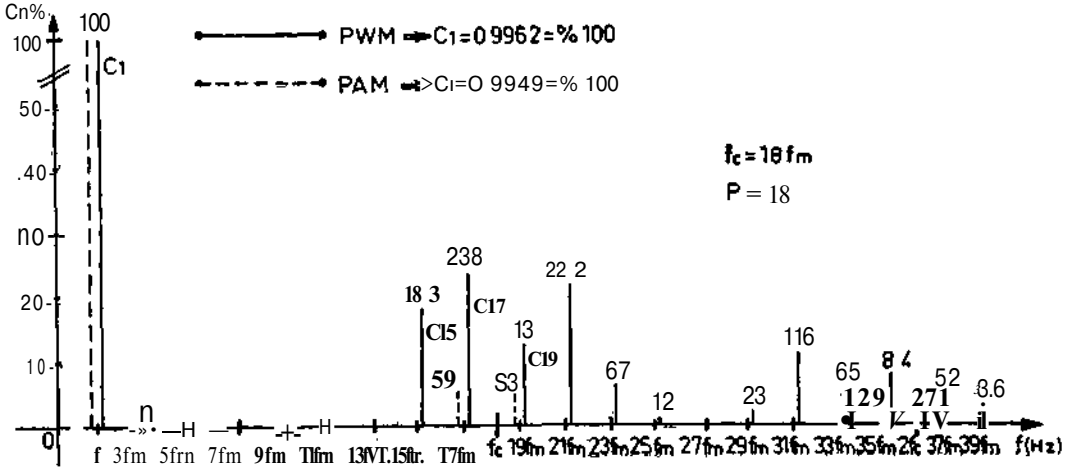
Şekil 3. PAM ve PWM üvertör sistemleri frekans tayfı.



Şekil 4. PAM ve PWM invertör sistemleri frekans tayfı.



Şekil 5. PAM ve PWM invertör sistemleri frekans tayfı.



Şekil 6. PAM ve PWM Invertör sistemleri frekans tayfi.

getirilecek herhangi bir değışildik taşıyıcı dalga frekansının değışmesine yol açacaktır. Ya da, taşıyıcı dalga frekansında meydana gelecek bir değışiklik taşıyıcı dalga darbe pozisyonlarının değışmesine yol açacaktır. Bundan dolayı, yalnız FM nu incelemekle PPM nun bütün özelliklerini, modüle eden sinyal şeklinde gerekli değışikliği yaparak, çıkartabiliriz. (4) de PFM na sonsuz kenar band frekansların, modüle eden sinyal frekans aralıklarında, mevcut olduğu gösterilmiştir.

PFM sistemi, PWM sisteminde olduğu gibi bir adet doğru gerilim kaynağına ihtiyaç gösterir. PFM sisteminin en büyük sakıncası bütün harmonik frekansların çıkış geriliminde mevcut olmasıdır. Mamafih bu harmonik frekanslardan herhangi birinin genliği modülasyon endeksini değıştirmek suretiyle elimine edilebilir. Buna rağmen küçük dereceli harmoniklerin varlığı, yüksek güçlerde, filtre elemanlarının kaba ve ağır olmasına neden olacaktır.

### 3. SONUÇ

PAM sistemleri için harmonik gerilim değerlerini verecek genel bir formül elde etmek mümkün olmuştur. Bu formülün kare dalga çıkış kış gerilimlerinde yalnız  $n = m \cdot p \pm 1$  nci harmonik değerleri ile çok yakın bir ilişkisi olduğu Ek 1 de gösterilmiştir. PAM invertör çıkış gerilimlerinde yalnız  $n = m \cdot p \pm 1$  nci harmonikler mevcuttur ( $m = 1, 2, 3, \dots$  ve  $p = f_c / f_m$ ).

PWM sistemleri için genel bir formül elde edilmesine rağmen harmoniklerin hesaplanmasında sayısal bir toplama yapmak gerekmektedir.

PWM sistemlerinde bütün tek dereceli harmonikler,  $p$  nin çift ve  $p/2$  nin tek olması halinde mevcuttur.  $T_c / T_c = 1$  olması halinde önemli harmoniklerin  $n = m \cdot p \pm s$  olduğu görülmüştür ( $s = 1, 3$  veya  $5$  ve  $m = 1, 2, 3, \dots$ ).

Genel olarak PAM sistemlerinde aynı  $p$  değeri için PWM sistemlerine göre çok daha küçük toplam harmonik muhtevası olduğu görülmüştür. Mamafih, pratik ve ekonomik bir PAM invertör yapımında bir takım pratik zorluklar vardır. Pratik zorlukların başında  $h_p$  basamak adedi gelmektedir. Küçük  $p$  değerleri için PAM lu invertör yapmak kolay olabilir. PAM invertör sistemi için gerekli basamak adedi aşağıdaki formülden hesaplanabilir:

$$h_p = (p + 2) / 4 \quad \text{basamak adedi.} \quad (D)$$

örneğin  $p = 10$  için  $h^ = 3$  gerilim düzeyine ihtiyaç duyulmaktadır.

### 4. EKLER

#### 4.1. Ek 1: PAM invertör sistemlerinde harmonik genliklerin hesaplanması

Şekil 1a da gösterilen genel taşıyıcı dalga  $f_c(t)$ , aşağıda gösterildiği gibi ifade edilebilir:

$$f_c(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} E^{ck} \cdot t U(t - A(k) \cdot T_c + \tau_{ck}/2) - U(t - A(k) \cdot T_c - \tau_{ck}/2) \quad (1.1)$$

(1.1) denkleminde,

$U(t-a)$  = kaydırılmış tek basamaklı fonksiyon (Shifted unit step function)

$A_{ck}$  = taşıyıcı dalga k ncı darbe genliği

$T_{ct}$  = taşıyıcı dalga k ncı darbe genişliği

$A(k)$  = k nın bir fonksiyonu olup taşıyıcı dalgaya uygulanacak modülasyonu etkilemektedir.

$f_c(t)$  fonksiyonunda darbe genlikleri  $A^{\wedge}$ , kosinüsoidal bir şekilde modüle edilirse aşağıdaki denklemleri yazmak mümkündür :

$$T_{ek} = T_c \quad (1.2)$$

$$A_{ck} = A_c \cdot \cos(k \cdot T_c) \quad (1.3)$$

$$A(k) = k \quad (1.4)$$

$x_c$  = Azami darbe genişliğini,

$A_c$  = Azami darbe genliğini göstermektedir.

Böylece, (1.2), (1.3), (1.4) formüllerini (1.1) de yerine koyarsak,

$$F_c(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_c \cdot \cos(k \cdot T_c) \cdot [U(t-k \cdot T_c - T_c/2) - U(t-k \cdot T_c - T_c/2)] \quad (1.5)$$

$F_c(t)$  aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$F_c(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_c \cdot \cos(k \cdot T_c) \cdot [U(t-a) - U(t-b)] \quad (1.6)$$

Burada,

$$a = k \cdot T_c - T_c/2 \quad (1.7)$$

$$b = k \cdot T_c + T_c/2 \quad (1.8)$$

Genlik modülasyonlu  $F_c(t)$  fonksiyonunu kompleks sonsuz Fourier serisi şeklinde yazabiliriz:

$$F_c(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \cdot e^{jn\omega_m t} \quad (19)$$

Burada,

$$C_n = 2/T_m \cdot \int_0^{T_m} F_c(t) \cdot e^{-jn\omega_m t} \cdot dt \quad (1.10)$$

$C_n$  = Harmonik frekans katsayısı ve  $T_m = 2\pi/\omega_m$  dir.

(1.10) denkleminde entegrasyon, modüle eden fonksiyonun,  $f_m(t)$  Şekil 1b, bir periyodunu  $T_m$ , kapsadığı için  $F_c(t)$  nin yalnız p terimini almak yeterlidir. Toplam işaretini entegrasyon işareti dışıma alarak  $C_n$  aşağıdaki gibi yazılabilir :

$$C_n = \int_{k=0}^{p-1} A_c \cdot \cos(k \cdot T_c) \cdot [U(t-a) - U(t-b)] \cdot e^{-jn\omega_m t} \cdot dt \quad (1.11)$$

(1.7), (1.8), (1.11) denklemlerinin incelenmesi ile entegrasyon limitleri içerisinde ve bütün k değerleri için:

$$[U(t-a) - U(t-b)] = +1 \text{ dir.} \quad (1.12)$$

(1.11)denklemini tekrar yazılacak olursa,

$$C_n = \int_{k=0}^{p-1} A_c \cdot \cos(k \cdot T_c) \cdot e^{-jn\omega_m t} \cdot dt \quad (1.13)$$

Entegrasyondan sonra (1.13) denklemini trigonometrik eşitliklerle aşağıdaki denkleme indirgebilir :

$$C_n = \int_{k=0}^{p-1} A_c \cdot \cos(k \cdot T_c) \cdot \sin(n\omega_m \cdot T_c/2) \cdot e^{-jn\omega_m T_c} \quad (1.14)$$

(1.14) denkleminin reel kısmı,

$$C_{nr} = \int_{k=0}^{p-1} A_c \cdot \cos(k \cdot T_c) \cdot \sin(n\omega_m T_c/2) \cdot \cos(n\omega_m k T_c) \quad (1.15)$$

(1.15) denkleminde  $\omega_m = 2\pi/T_m = 2\pi/p \cdot T_c$  yerine koyarsak ve trigonometrik eşitliklerden faydalanılarak,

$$C_{nr} = (A_c/n_1) \cdot \sin(n_1 T_c/p) \cdot \sum_{k=0}^{p-1} [\cos[(n+1) \cdot 2\pi k/p] + \cos[(n-1) \cdot 2\pi k/p]] \quad (1.16)$$

Bu denkleminde  $n = m - p + 1$  ,  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

den başka diğer bütün n değerleri için  $C_n = 0$  olduğu gösterilebilir.

$$C_{nr} = (pV_{n1t}) \cdot \sin(n_{uTc}/p \cdot T_c) \quad p \neq 2 \quad (1.17)$$

$p = 2$  için,

$$C_{nr} = (2pA_c/n^{TM}) \cdot \sin(n_{IS}Tc/P \cdot T_c) \quad \mathbf{d-18}$$

veya

$$C_{nr} = (4A_c/n_u) \cdot \sin(n_{nTc}/2 \cdot T_c) \quad (1.19)$$

(1.14) denkleminin sanal kısmı da aşağıda gösterildiği şekilde yazılabilir:

$$C_m = (A_c/n_{7i}) \cdot \sin(n_{Trrc}/p \cdot T_c) \cdot \int_{k=0}^{p-1}$$

$$\left[ \sin[(n+1) \cdot 2\pi k/p] + \sin[(n-1) \cdot 2\pi k/p] \right] \quad (1.20)$$

(1.20) denkleminde bütün p değerleri için  $C_m = 0$  olduğu gösterilebilir.

(1.17) denklemini böylece PAM invertör çıkış gerilim harmoniklerinin Şekil 1c, hesaplanmasında kullanılabilir.  $T_c/T_c \leq 1$  oranının değerini değiştirmek suretiyle herhangi bir harmonik genliği sıfır yapmak  $[\sin(n \cdot x_c/p \cdot T_c) = 0]$  mümkündür.

$t_c A'c \leq 1$  oram aynı zamanda istenilen  $V/f$  oranını elde etmede de kullanılabilir. Herhangi bir p değeri ve  $-r_c/T_c = 1$  için PAM invertör çıkış gerilim harmonikleri ile kare-dalga harmonik gerilimleri arasında çok ilginç bir bağlantının bulunduğuna da işaret etmek gerekir. Kare dalga invertör çıkış gerilimini gözönüne alırsak,

$p = 2$  ve  $-r_c/T_c = 1$  için,

$$C_n = (4A_c/n\pi) \cdot \sin(n\pi/2) \quad (1.21)$$

$n = m \cdot p \pm 1$  olduğu için n her zaman tek bir sayı olup  $\sin(n\pi/2) = \pm 1$  dir.

Kare dalga harmonik genlikleri de,

$$C_n = 4A_c/n\pi \quad (1.22)$$

invertör çıkış frekans genliği  $C_j = \% 100$  olarak alırsak,

$$C_n \% = 100/n \quad (1.23)$$

(1.23) denklemini her zaman bilinen bir denklemdir. (1.18) denklemini de aynı şekilde işleme tabi tutarsak,

$$C_n \% = 100 \sin(n_u/p) / [n \sin(\pi/p)] \quad (1.24)$$

Fakat  $n = m \cdot p \pm 1$  dir ve  $\sin(n\pi/p) = \pm \sin(u/p)$  olur. Böylece,

$$C_n \% = \pm 100/n \quad (1.25)$$

Dolayısıyla herhangi bir p değeri için invertör çıkış frekansındaki gerilimin değerini bilmek yeterlidir. PAM invertör çıkış gerilim harmoniklerinin yüzde olarak hesaplanması (1.25) ni denkleme göre kolayca yapılabilir.

## 42. Ek 2 : PWM invertör çıkış gerilim harmoniklerinin hesaplanması

Şekil 1a da gösterilen genel taşıyıcı dalga  $f_c(t)$ , aşağıdaki gibi ifade edilirse,

$$f_c(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} A_{ck} \cdot [U(t-A(k) \cdot T_c + T_{ck}/2) - U(t-A(k) \cdot T_c - T_{ck}/2)] \quad (2-1)$$

(2.1) denkleminde PWM invertör gerilimi için,

$$A_{ck} = A_c \cdot g(k) \quad (2.2)$$

burada  $g(k)$  yi aşağıdaki şekilde tanımlarsak,

$$g(k) = +1 \quad \cos(k \cdot T_c) > 0 \quad \text{için}$$

$$= -1 \quad \cos(k \cdot T_c) < 0 \quad \text{için} \quad (2.3)$$

$$= 0 \quad \cos(k \cdot T_c) = 0 \quad \text{için}$$

ve

$$T_{ck} = T_c \cdot |\cos(k \cdot T_c)| \quad (2.4)$$

$$A(k) = k \quad (2.5)$$

(2.2), (2.4), (2.5) denklemlerini (2.1) de yerine koyarsak,

$$F_c(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} A_c \cdot [U(t-k \cdot T_c + T_c/2) \cdot |\cos(k \cdot T_c)| - U(t-k \cdot T_c - T_c/2) \cdot |\cos(k \cdot T_c)|] \cdot g(k) \quad (2.6)$$

$F_c(t)$  yi diğer bir şekilde yazacak olursak,

$$F_c(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} A_c \cdot [U(t-a) - U(t-b)] \cdot g(k) \quad (2.7)$$



burada,

$$a = k \cdot T_c - T_c / 2 \cdot |\cos(k \cdot T_c)| \quad (2.8)$$

$$b = k \cdot T_c - T_c / 2 \cdot |\cos(k \cdot T_c)| \quad (2.9)$$

(2.7) denklemini kompleks sonsuz Fourier serisi şeklinde yazacak olursak,  $C_n$  harmonik frekans katsayısı,

$$C_n = (2/TJ \cdot \int_{-T_m/2}^{T_m/2} F_c(t) \cdot e^{-j n \omega t} dt) \quad (2.10)$$

(2.7) denklemini (2.10) da yerine koyarsak aşağıdaki ifadeyi elde edebiliriz:

$$C_n = (2/TJ \cdot \int_{-T_m/2}^{T_m/2} A_c \cdot g(k) \cdot e^{-j n \omega t} dt) \quad (2.11)$$

$$b = k \cdot T_c - T_c / 2 \cdot |\cos(k \cdot T_c)|$$

$$J [U(t-a) - U(t-b)] \cdot e^{-j n \omega t} dt \quad (2-U)$$

$$a = k \cdot T_c - T_c / 2 \cdot |\cos(k \cdot T_c)|$$

Entegrasyon limitleri içinde bütün k değerleri için,

$$[U(t-a) - U(t-b)] = +1 \text{ dir.} \quad (2.12)$$

Böylece,

$$C_n = (2/TJ \cdot \int_{-T_m/2}^{T_m/2} A_c \cdot g(k) \cdot e^{-j n \omega t} dt) \quad (2.13)$$

buradan,

$$C_n = (4/n \omega_m T J \cdot \int_{-T_m/2}^{T_m/2} A_c \cdot g(k) \cdot \sin(n \omega_m t) \cdot |\cos(k \cdot T_c)| / 2) \cdot e^{-j n \omega t} dt \quad (2.14)$$

(2.3) denkleminin incelenmesi ile ve  $\sin(-x) = -\sin(x)$  olduğu için (2.14) denklemini aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$C_n = (4A_c/n \omega_m T J \cdot \int_{-T_m/2}^{T_m/2} \sin[n \omega_m t] \cdot \cos(k \cdot T_c) / 2) \cdot e^{-j n \omega t} dt \quad (2.15)$$

$\omega_m = 2\pi/T_m = 2\pi/p \cdot T_c$  (2.15) de yerine koyarsak,

$$C_n = (2A_c/nJ \cdot \int_{-T_m/2}^{T_m/2} \sin[n \omega_m t] \cdot \cos(k \cdot T_c) / 2) \cdot e^{-j n \omega t} dt \quad (2.16)$$

(2.16) denkleminin reel kısmı,

$$C_{nr} = (2A_c/nJ) \cdot \int_{-T_m/2}^{T_m/2} \sin[n \omega_m t] \cdot \cos(k \cdot T_c) / 2 \cdot \cos(2n - n; k/p) dt \quad (2.17)$$

(2.16) denkleminin sanal kısmı,

$$C_{nm} = (2A_c/nJ) \cdot \int_{-T_m/2}^{T_m/2} \sin[n \omega_m t] \cdot \cos(k \cdot T_c) / 2 \cdot \sin(2n - n; k/p) dt \quad (2.18)$$

$C_n$  in hesaplanması sayısal toplama ile mümkündür.

PWM invertör çıkış geriliminin Şekil 1'de,  $T_c/T_c = 1$  olma hali için tipik frekans tayfı (frequency spectrum)  $p = 6, 10, 14$  ve  $18$  için sırasıyla Şekil 3, 4, 5 ve 6 da gösterilmiştir. Frekans tayflarının incelenmesinden de anlaşılacağı gibi PWM invertör sistemlerinde önemli kenar band harmonikler:

$n = m \cdot p \pm s$ ,  $s = 1, 3$  veya  $5$  ve  $m = 1, 2, 3, \dots$  olmaktadır.

Not:  $|X| = X$  in mutlak değerinin alınacağı göstermektedir.

### 4.3. Ek 3: İnvörtör çıkış gerilim toplam harmonik muhtevasının hesaplanması

Toplam harmonik muhtevası % olarak =

$$\sqrt{\frac{\sum_{n=2}^{\infty} C_n^2}{C_1^2}} \cdot 100 \quad (3.1)$$

hesaplanır.

Toplam harmonik muhteva yüzdeleri  $n = 100$  e kadar hesaplanmıştır.

### KAYNAKLAR

1. Dr. C. Arıkan, C. Tanju: «Tiristörün Çalışma Prensipleri ve Güç Konvertörlerinde Kullanılması», Elektrik Mühendisleri Odası Yayın Organı, Cilt: 16, S. 183, Mart 1972, s. 59-72.
2. B. P. Lathi: «An Introduction to Random Signals and Communication Theory», International Textbook Co., London, 1968.
3. M. C. Tanju: «Investigation Into Various Forms of Pulse Width Modulated Inverters», Ph. D. Thesis, September 1972.
4. J. Brovm, E. V. D. Glazier: «Telecommunications», Chapman and Hail Ltd., London, pp. 370, 1966.