

ENERJİLİ HAT ÇALIŞMALARINDA ELEKTRİK ALANLARININ RASYONEL ÇÖZÜMLEMESİ

VDK, 62I.3I7.32S:62I.3I5.I

h.c. barnes a.j. mcelroy j.h.charkow

ÖZET

Elektrik ulaşım sistemlerindeki gerilim arttıkça, sistem güvenilirliği açısından çıplak-el yöntemiyle enerji yüklü hat bakımı giderek gerekli olmaktadır. Bundan daha önemlisi de hat işçisinin bu gerilimlerde gereken uzun, ağır ve sıcak hat aletleri kullanmasındaki güçlük yerine enerji ve el aletleri kullanabilme olanağına sahip olmasıdır. İşçinin yüksek gerilim gradyen ve vücut akımlarından korunmasının Faraday kafes-türü ekranlamayla kolaylıkla yapıldığı bu bildiriye tanıtılan geniş kapsamlı sinama programında ve eşteki bildirimlerde ispatlanmıştır. Bu bildiri, Laplace eşitliğinin hem analitik hem de sayısal tekniklerle çözümünden yararlanarak gerilim gradyenlerini ve vücut akımlarını kestiren bir yöntem geliştirmektedir. Sonuçlar alanda alınan ölçümlerle karşılaştırılmış ve kuşursuz bir uyuşma sağlanmıştır. Bu nedenle, tanıtılan yöntem hem kurulu sistem ve gerilimlerde hem de yeni tasarlanan sistem ve gerilimlerde akım ve gradyen kestiriminde kullanılabilir.

SUMMARY

As voltage of electrical transmission systems increases, live line maintenance by the barehand method becomes increasingly necessary to meet the requirements of system reliability. Of more importance is its value to the workman in permitting him to use power and hand tools without the strain which would be encountered with the long, heavy, hot line tools required at these voltages. Protection of the workman from exposure to high-voltage gradients and body currents is easily attained through Faraday cage-type shielding, as has been proved by an extensive test program described in this and companion papers. This article develops a method of predicting voltage gradients and body currents utilizing both analytical and numerical techniques in the solution of Laplace's equation. The results are compared with field measurements and excellent agreement is obtained. The method described can therefore be used to predict both currents and gradients for new designs and voltage levels as well as for existing designs and voltages.

GİRİŞ

Gün geçtikçe artan elektrik enerjisi gereksinmesini karşılayabilmek için, elektrik endüstrisi YG (yüksek gerilim) iletim dizgesini büyük çapta genişletmek durumundadır. Bu genişleme yalnızca halen kullanılmakta olan 345 kV'luk hatların çoğaltılmasıyla değil, 500 ve 700 kV'luk ve daha yüksek gerilim hatlarının kurulmasıyla olacaktır. Her zaman hizmete hazır durumda tutulması gerekliliği, kullanımda bulunan enerji hatlarının korunma tekniklerinde yeni uygulamaları ve var olanların geliştirilmesini birlikte getirmektedir.

Enerjili hat aletleri uzun yıllar boyunca iletim hatlarının bakım işlerinde kullanılmıştır. Hatların bakımı iletkenler enerjili iken yapılabildiğinden servis sürekliliği ve güç iletim şebekelerinin büyük ölçüde güvenilirliği sağlanmış olur. Son zamanlarda enerjili hat bakımı için yeni bir yöntem, çıplak-el yöntemi, geliştirildi [1]. Bu yöntem yalnızca servisin sürekliliğini sağlama olanaklarını genişletmekle kalmamakta, aynı zamanda işçinin güvenliğini ve çalışma rahatlığını artırarak, alışılacağı enerjili hat (sıcak-çubuk) yöntemiyle sağlanamayan güç aletlerinin kullanımını olanaklı kılmaktadır. Çıplak-el yönteminde işçiler enerjili hatta bağlı iletken bir kafes içinde çalışırlar. Bu kafes, 1837'de Michael Faraday'ın koyduğu ilkelere uygun olarak işçiyi duruk elektrik alanlardan korur.

Bütün bu gereksinimleri gözönüne alan Amerikan Elektriksel Güç (AEP) şirketi, 1960 yılında konunun önemli yanlarını incelemek amacıyla bir program yürürlüğe koydu. Konuya ilişkin bazı sonuçlar daha önce ilgili raporlarda açıklanmıştı [2]. Bu programın ana öğelerinden birisi kişisel güvenlik pratiklerinin gözden geçirilmesiydi. Çıplak-el çalışmalarında işçi enerjili iletken ile fiziksel

temas durumundadır ve bu nedenle çalışması sırasında büyük alan yeğinliklerinin etkisinde kalabilir. Faraday kafesi kullanılarak yapılan çalışmalarda, enerjili hat aletleri yöntemiyle yapılanlardan görüldüğü gibi daha düşük alan yeğinliklerine rastlanması nedeniyle, çalışan işçiyi etkileyen gerilim gradyenleri ve endükleme akımlarına ilişkin veri toplama gereksinmesi duyuldu. İlgili yazının incelenmesi, vücut alanları ve akımlarının ve canlı organizmaların düşük yeğinlikteki uzun süreli elektrik alanlarına gösterdiği tepkilerin niteliği üzerine pek az şey bilindiğini ortaya koydu. Bunun üzerine AEP Servis Anonim Şirketi, AEP'deki mühendislerin uzun süre birlikte çalıştığı John Hopkins Üniversitesi'nden, vücut elektriği konusundaki çalışmalarıyla ünlü ve defibrilatörün bulucusu Dr.Kouvenhoven'in danışmanlığına başvurdu. Sonuçta, elektrik alanlarının insanlar üzerindeki etkilerini araştırmak üzere AEP şirketi ile John Hopkins hastahanesi arasında birlikte yapılacak bir araştırmada anlaşıldı. John Hopkins hastahanesinin doktorları çıplak-el yöntemleri kullanılarak 345 kV'luk hatlarda enerjili iletkenlere doğrudan temas ederek çalışan işçiler üzerinde birçok ölçme yaptılar. Ayrıca enerjili hattın bakımıyla görevli hat işçileri, John Hopkins hastahanesinde, bir dizi tıbbî muayeneden geçirildiler. Kısa sürede belirli bir bilgi birikimi oluşturabilmek için, hat işçilerinin içinde çalıştığı alandan daha yeğin alanlarda bir fare grubu üzerinde de yoğun testler yapıldı. Bugüne değin bütün bu

çalışmalar ilgili yazılarda açıklanmış durumdadır [3, 4].

Elektrik gradyenleri ve vücut akımlarıyla ilgili ilk ölçmeler yapılırken ve fareler üzerindeki deneylerde kullanılacak gerilim düzeyi saptanırken, insanın yada farenin vücudunun üzerinde ve içindeki alan dağılımını kuramsal olarak bulmak gerek-

inektedir, çünkü yalnızca bir ölçü aletinin dahi alana sokulması alanın dağılımını bozmaya yetmektedir. Bu amaçla alan dağılımlarını hesaplamada bir ölçüt belirlemeye ve hesapları kolaylaştırmak için bilgisayar kullanmaya karar verildi.

VÜCUDUN BİLEŞİMİ

İnsan, herbiri- değişik yapısal özellikler gösteren, doku, destek öğeleri ve örtü tabakasından oluşan çok karmaşık bir organizmadır. Büyük molekül-sel ağırlıkta ve polarizasyondaki proteinler, kemikler, hareketli organik ve inorganik iyonlar ve diğer bileşenler vücuttaki sudan daha hafif bir kütle oluştururlar. Dış örtü tabakasının altında vücudun direniliği, damar dokularında 100 Ω -cm'den, kemiklerde 900 Ω -cm'ye ve yağ dokularında 5000 fi-cm'ye değin değişim gösterir [6]. İçerisinde kanın bulunmadığı dokular birkaç yüzünü bulan yalıtkanlık katsayılarıyla sığasal evre açısına sahiptirler. Ancak canlı vücut, damarlardaki kan ve diğer madensel tuzlu iç sıvıları ile ortalama 100 fi-cm'lik bir direnelliğe ve yaklaşık 80 olan yalıtkanlık katsayısına sahip, göreceli olarak bir biçimli bir kütle olarak kabul edilebilir.

Derinin genellikle birbirine sıkı sıkıya bağlı iki tabakadan oluştuğu bilinmektedir. Damarlı yapısı nedeniyle derma yada alt tabaka, elektriksel olarak vücudun diğer iç kısımlarına çok benzer. Epiderma yada üst tabaka, değişik kalınlıklar gösterirse de genellikle 1 mm'den daha incedir ve 10^6 fi-cm'ye değin ulaşabilen direnelliğe ve 80^6 den daha büyük olmayan yalıtkanlık katsayısına sahiptir [7].

Yeğın elektrik alanların fareler üzerindeki etkileri insanlar üzerindikilerle karşılaştırıldığında, dokularının elektriksel özellikleri bakımından farelerin insanlara oldukça benzediği görülür, önemli sayılacak fizyolojik bir farklılık, farelerin vücut örtülerinin daha tüylü olmasıdır. Tüylü kısımlara ilişkin elektriksel veriler çok azdır, ancak yalıtkanlık katsayısı ve direnelliğin büyük olacağı beklenebilir. Yüzeydeki elektrik alanının farenin derisi üzerinde, hiçbir yeğınlık değişimini uğramadan, sonlanacağı varsayılabilir.

VARSAYIMLAR

Enerjili hattın bakımı sırasında, hatta yada yerde çalışan işçiler genellikle iletken 100 feet kadar uzaktadırlar. Bu nedenle elektromagnetik ışınım etkisi ihmal edilebilir ve yarı-duruk (*quasi-static*) elektrik ve magnetik alanlar, yalnızca hat gerilimine ve akımına bağlı fazörlerle gösterilebilirler.

Hattın yakınındaki bir cisim, göreceli büyüklüğüne ve fiziksel parametrelerine bağlı olarak, bu, varlığı birbirlerinden bağımsız iki alanın dağılımını belirli bir dereceye kadar değiştirir. İncelenen nesne içinde endüklenen akımlar birincil enerji kaynağını yani iletim hattını etkilemez, örneğin 345 kV'luk bir hattın elektrik alanının yakınındaki bir cisim içinde endüklediği akımlar miliamper düzeyindedir ve bu büyüklükteki akımların alanı da hattın alanını önemli ölçüde etkilemez. 200 Amperlik bir hat akımı için cisim içinde magnetik alanın oluşturduğu akımlar elektrik alanınca endüklenen akımlarla yaklaşık aynı düzeydedir. Böylesi bir durumun incelenmesi ek araştırma gereke-

ceğinden bu yazıda yalnızca elektrik alanı ele alınmaktadır.

Süregelen incelemede insan vücudu için kabul edilen elektriksel parametreler şu değerdedirler: direnillik, $p = 1\text{E}2\text{-m}$, elektrik geçirgenlik, $e = 80 e_0$ (burada $e_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ farad/metre değerinde boşluğun elektrik geçirgenliğidir), magnetik geçirgenlik, $p = y_0$ (burada $y_0 = 12,56 \times 10^{-7}$ Henry/metre değerinde boşluğun magnetik geçirgenliğidir), yatışma zamanı (*relaxation time*), $T = ep$, serbest yüklerin yüzeyde yayılmaları için geçen süredir. Yukarıdaki değerler için $T = 708$ ps ($1 \text{ ps} = 10^{-12}$ saniye) gibi küçük bir zaman süresidir. Epiderma için ($p = 10^2\text{-m}$), $T = 708$ ns ($1 \text{ ns} = 10^{-9}$ saniye) dir ve bu değerde çok küçüktür. Sonuç olarak şu söylenebilir: yarı-duruk alan bağıntıları cismin yüzeyinde geçerli kabul edilebilir.

Ek I'de, serbest yük yoğunluğunun kutupsal yük yoğunluğuna oranının l'i büyük ölçüde geçtiğini ve alan işleme derinliğinin (*depth of penetration*) cismin boyutlarından daha büyük olduğunu ortaya koyan bir hesaplama yöntemi verilmektedir. Bu sonuçlar, cismin, dışarıdaki alan için çok iyi bir iletken, içerdeki alan bakımından da bir direnç olarak davranacağını göstermektedir.

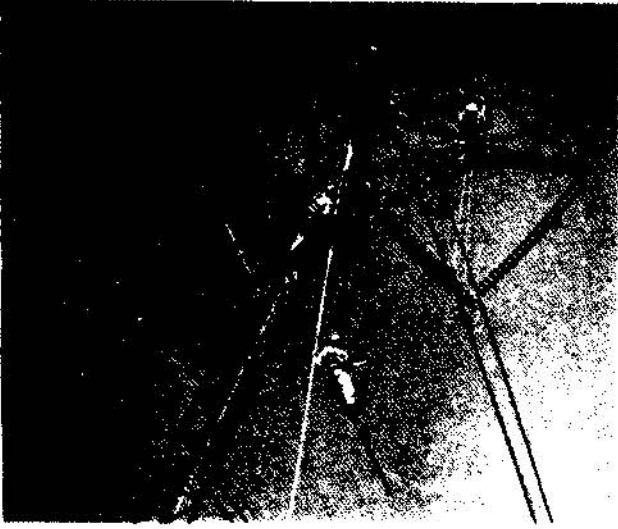
ÇÖZÜM YÖNEMİ

Duruk elektriksel (*electrostatic*) olarak endüklenen akımların hesaplanması birbirinden bağımsız şu iki aşamada yapılır. 1) nesnenin yüzeyi üzerindeki elektrik alan dağılımı nesne çok iyi bir iletken kabul edilerek bulunur, 2) nesnenin içinde oluşan akımlar, 1. aşamada bulunan yüzeydeki elektrik alan dağılımından yararlanılarak hesaplanır. İşçi hat ile yer arasında asılı durumdayken (Şekil I'de gösterilen alışlagelmiş enerji hat aletlerinin kullanıldığı durum), *spheroidal* geometri kullanılarak yapılan bir çözüm yeterlidir. Çıplak-el yöntemiyle yapılan hat bakımında (işçi hat geriliminde) bilgisayar kullanımını gerektiren daha karmaşık bir çözüm yöntemi uygulanır (Şekil 2'deki durum). Bu ikinci durum için kartezyen koordinatlarda 3-boyutlu bir ızgara (*grid*) bölümlenmesi kullanılır.

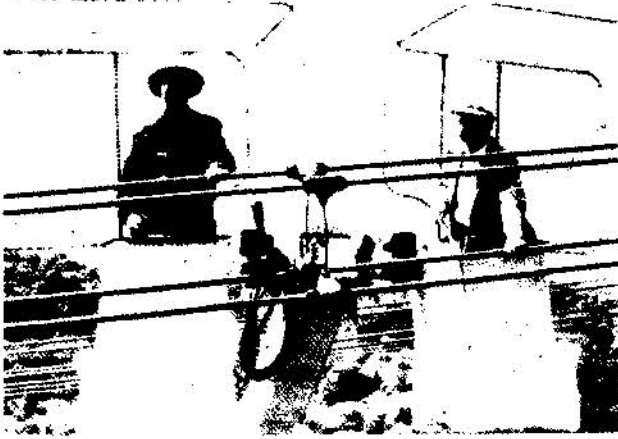
Analitik Geometri

İnsanın dış yüzünün geometrik gösteriminde *prolate spheroidal* koordinatların kullanımı doğal bir seçim sayılabilir. Şekil 3'de gösterildiği gibi, *prolate spheroid*, bir elipsi ana eksenini çevresinde döndürerek elde edilir. *Prolate spheroidal* koordinatlarla kartezyen koordinatlar arasındaki bağıntı, belli başlı vektör eşitliklerinin kısa bir açıklamasıyla birlikte Ek II'de verilmektedir.

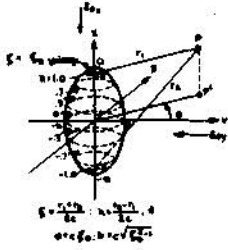
Enerjili hat aletleriyle çalışırken işçi, enerjili iletkenin pek çok feet uzaktadır. Bu durumda işçinin, normal olarak bulunduğu yerdeki alan yeğınlığının en büyük değerinde ve özgün durumunda düğün olan bir elektrik alanı içerisinde olduğu varsayılabilir. Bu alanın yön vektörü *prolate spheroidal* koordinatların merkezinden geçer. Bu vektör ve *spheroid*'in dönme eksenini (ana eksen) x-y koordinat düzlemini tanımlar (x-ekseni ana eksenle çakışmıştır). Herhangi bir düğün elektrik alanı, böylece, x-ve y-eksenleri doğrultusundaki



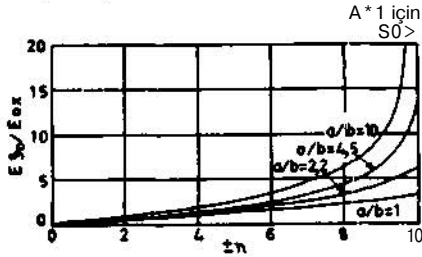
Şekil 1. Enerjili hat çalışmasında hat ile toprak arasında asılı duran hat işçisi.



Şekil 2. Çıplak-el bakım yöntemi.



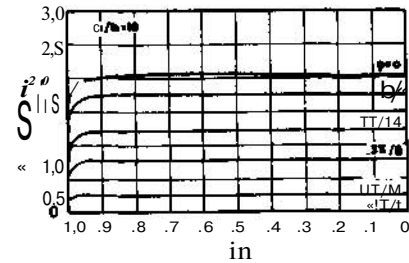
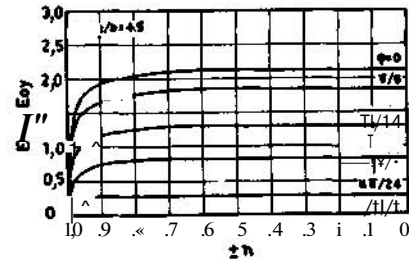
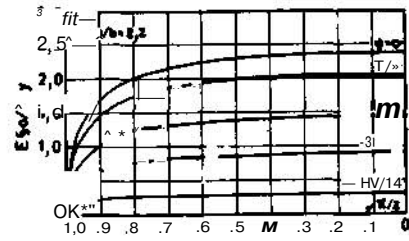
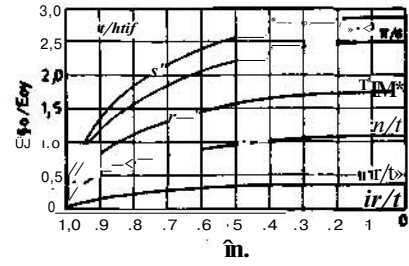
Şekil 3. Prolate Spheroid'e ilişkin bağıntılar.



Şekil 4. İletkenliği sonsuz büyüklükte olan bir prolate spheroid'in yüzeyi üzerinde, ana eksene koşut özgün alan (E_{ox}) cinsinden, elektrik alan dağılımı.

bileşenleri cinsinden tam olarak tanımlanabilir. *Spheroid'in* yüzeyindeki alan dağılımı, Ek III'de açıklanan sınır değer çözümlemesi yöntemiyle bulunur. *Prolate spheroid* koordinatlarına bağlı olarak, yeğinliklerin mutlak büyüklükleri, pratikte rastlanan bir dizi parametreye karşılık olarak Şekil 4 ve 5'de gösterilmiştir. Her durumda elektrik alan yeğinliği vektörü *spheroid'in* yüzeyine diktir. Şekil 4 ve 5 incelendiğinde *spheroid'in* bulunuşunun elektrik alan yeğinliğini artırdığı görülür. Elektrik alanının ana eksene koşut bileşeni kutuplarda ($n = \pm 1$), $a/b = 10$ değeri için $50 E_{ox}$ 'e ulaşabilir. Yan eksene koşut alan bileşeni de ($n = 0$ durumu), tam bir *prolate spheroid* biçimi için özgün değerinin üç katına çıkar.

Prolate spheroid içindeki maddenin edilgen bir direnç gibi davrandığı gösterilmiştir. Buna göre, cismin içerisindeki J akımı yoğunluğunun, Laplace bağıntısının (cisim içinde.) çözülmesiyle bulunan



Şekil 5. İletkenliği sonsuz büyüklükte olan bir prolate spheroid'in yüzeyi üzerinde, yan eksene koşut özgün alan (E_{oy}) cinsinden elektrik alan dağılımı.

gerilimin eksi gradyeninden elde edileceği açıktır. Geriye, sınır yüzeyi üzerindeki $J_{E_0}(n, Y)$ akım yoğunluğunun, $E_{C_0}(n, y)$ alan bileşeninin yaratacağı yoğunluğunun çözümünü veren bu yöntem Ek IV'de özet olarak anlatılmaktadır. İlginç bir gözlem, uygulanan alanın yönü ne olursa olsun madde içindeki akım yoğunluğunun düzgün olması ve J vektörünün yönünün özgün yada dağılımı bozulmamış elektrik alanının yönüne koşut kalmasıdır.

Toplam vücut akımı, Ek IV'de açıklandığı gibi, akım yoğunluğu vektörünün orta kesit üzerinde yüzeyel tümleli alınarak hesaplanır. Aşağıdaki sayısal değerler için sonuçlar Çizelge 1'de verilmiştir.

$a=36$ inch ve $a/b=4,5$ olsun. Özgün elektrik alanı x eksenine koşut alınmıştır. $E_{r_0} = 11$ kV/inch ($n=D$ olarak veriliyor. Şekil 4'ün $E_{r_0}/E_{ox} = 15,5$ olarak okunur ($n=1$ ve $E_{ox}=0,71$ kV/inch iken). Çizelge 1'in 2.sütunundan $c=36/1,025=35,1$ inch bulunur ve aynı çizelgenin 3. ve 4. sütunları akım yoğunluğu (J) ve toplam akımı (I) hesaplamada kullanılır.

$J = 1,31 \times 10^{-7} \times 0,71 = 9,30 \times 10^{-7}$ Amp/inch²,
vücutun içinde herhangi bir noktada.

$I = 2,14 \times 10^{-7} \times 0,71 \times (35,1)^2 = 187 \mu A$,
vücut boyunca.

Aynı geometrik şekil için özgün alanın y -eksenine koşut olduğunu varsayalım. Bu alanın yeğinliği de $E_{oy} = 0,71$ kV/inch olsun. Yine sütun 2'den $c=35,1$ olarak bulunur. 5 ve 6 nolu sütunlardan da akım yoğunluğu (J) ve toplam akım (I) elde edilir:

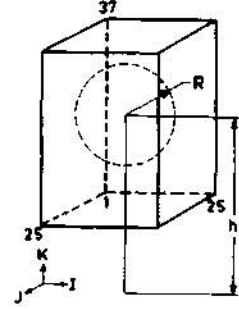
$J = 1,81 \times 10^{-7} \times 0,71 = 1,29 \times 10^{-7}$ Amp/inch²,
vücutun içinde herhangi bir noktada.

$I = 1,33 \times 10^{-7} \times 0,71 \times (35,1)^2 = 116 \mu A$,
vücut boyunca.

a/b (1)	a/c (2)	J/E_{ox} (3)	$I/E_{ox}c^2$ (4)	J/E_{oy} (5)	$I/E_{oy}c^2$ (6)
1.10	2.400	2.746×10^{-7}	4.110×10^{-7}	2.448×10^{-7}	4.028×10^{-7}
1.50	1.341	3.631×10^{-7}	9.134×10^{-7}	2.208×10^{-7}	8.324×10^{-7}
1.60	1.281	3.871×10^{-7}	7.795×10^{-7}	2.167×10^{-7}	6.982×10^{-7}
1.80	1.202	4.364×10^{-7}	6.119×10^{-7}	2.101×10^{-7}	5.304×10^{-7}
2.00	1.154	4.879×10^{-7}	5.108×10^{-7}	2.049×10^{-7}	4.290×10^{-7}
2.20	1.122	5.415×10^{-7}	4.430×10^{-7}	2.007×10^{-7}	3.612×10^{-7}
2.40	1.100	5.977×10^{-7}	3.945×10^{-7}	1.973×10^{-7}	3.124×10^{-7}
2.60	1.083	6.558×10^{-7}	3.576×10^{-7}	1.944×10^{-7}	2.758×10^{-7}
2.80	1.070	7.163×10^{-7}	3.289×10^{-7}	1.920×10^{-7}	2.470×10^{-7}
3.00	1.060	7.778×10^{-7}	3.058×10^{-7}	1.900×10^{-7}	2.238×10^{-7}
3.20	1.152	8.435×10^{-7}	2.868×10^{-7}	1.882×10^{-7}	2.048×10^{-7}
3.40	1.046	9.103×10^{-7}	2.708×10^{-7}	1.867×10^{-7}	1.888×10^{-7}
3.60	1.0	9.792×10^{-7}	2.573×10^{-7}	1.854×10^{-7}	1.753×10^{-7}
3.80	1.036	1.050×10^{-6}	2.454×10^{-7}	1.842×10^{-7}	1.636×10^{-7}
4.00	1.032	1.123×10^{-6}	2.352×10^{-7}	1.831×10^{-7}	1.534×10^{-7}
4.50	1.025	1.314×10^{-6}	2.144×10^{-7}	1.810×10^{-7}	1.329×10^{-7}
5.00	1.020	1.517×10^{-6}	1.986×10^{-7}	1.793×10^{-7}	1.174×10^{-7}
5.50	1.016	1.732×10^{-6}	1.860×10^{-7}	1.780×10^{-7}	1.052×10^{-7}
6.00	1.014	1.959×10^{-6}	1.758×10^{-7}	1.770×10^{-7}	9.533×10^{-8}
6.50	1.012	2.197×10^{-6}	1.673×10^{-7}	1.761×10^{-7}	8.720×10^{-8}
7.00	1.010	2.447×10^{-6}	1.601×10^{-7}	1.754×10^{-7}	8.037×10^{-8}
7.50	1.009	2.708×10^{-6}	1.539×10^{-7}	1.748×10^{-7}	7.455×10^{-8}
8.00	1.007	2.979×10^{-6}	1.485×10^{-7}	1.744×10^{-7}	6.952×10^{-8}
9.00	1.006	3.556×10^{-6}	1.396×10^{-7}	1.735×10^{-7}	6.132×10^{-8}
10.00	1.005	4.173×10^{-6}	1.324×10^{-7}	1.728×10^{-7}	5.484×10^{-8}

Çizelge 1.

Şekil 6. İnsan-kova sistemi içine alan hacim ve eşdeğer noktasal yükün yerleşim noktası.



Sayısal Hesaplama Kullanılan Geometri

Hat gerilimdeki insan-kova sisteminin çevresindeki elektrik alanının dağılımı basit geometrik bağıntılarla hesaplanamayacak kadar karmaşıktır. Yeterli ayrıntıya sahip bir çözümleme Şekil 6'da kine benzer 3 boyutlu bir ızgara sistemi kullanmayı gerektirir. Hat işçisinin çevresindeki gerilim gradyenlerinin hassas biçimde hesaplanması 20 000'den fazla ızgara noktası kullanılmasını gerektirebilir ki bu IBM 7094 bilgisayarının belleğini zorlayacak bir yüklemeye demektir. Örneğin Şekil 6'da $25 \times 25 \times 37 = 23125$ ızgara noktası vardır. Her kübik hücreye 3 inch'lik bir uzunluk ayrılırsa, inceleme konusu olan hacim 108 inch yüksekliğe ve 72 inch'lik kenar uzunluğu olan bir kare alana sahip olur. Bu hacim yeterli kenar payıyla bir insan-kova sistemini içine alabilir (Şekil 9) ve bu durumda dikdörtgenler prizmasının bütün yüzleri üzerinde gerilim dağılımını bulmak gereklidir. Hesaplamayı kolaylaştırmak için, insan-kova sistemi, yerdin h kadar yüksekçe R yarıçaplı bir küre ile yer değiştirilebilir varsayılır, h ve R , yaklaşık olarak insan-kova sistemininkine eşit bir sığa verecek biçimde seçilir. Yüksek gerilim hattının sığası ortalama 3 pF/ft olup bu insan-kova sisteminin yaklaşık 100 pF olan sığası yanında oldukça küçüktür. İnsan-kova sisteminin sığa ve gerilimine karşılık gelen bir yük kürenin merkezine yerleştirilir. Aynı değerlerde fakat zıt işaretli bir diğer yükte asıl yükün yer düzlemine göre simetriği olan noktaya (asıl yükün aynasal görüntüsünün bulunacağı nokta) konur. Yerin üzerinde pratikte rastlanan yükseklikler için bu iyi bir yaklaşıklık kabul edilir. Dikdörtgenler prizmasının yüzeyindeki gerilimler bu iki noktasal yük cinsinden kolayca hesaplanabilir.

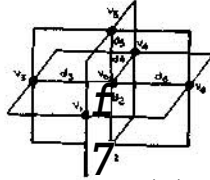
Herhangi bir noktadaki gerilim (ızgara içindeki 0 noktası, Şekil 7) üç boyutlu sistemde Laplace eşitliğini sağlayan aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır:

$$V_a = \sum_{i=1}^n \frac{V_i}{d_i} - \sum_{i=1}^n \frac{V_i}{d_i + d_{i+3}}$$

∞

Bu bağıntı, başlangıçtaki üstelemelerde (iteration) hızlı yakınsamayı (convergence) sağlamak için pek çok başvuru kaynağında (örneğin Scarborough [8])

Şekil 7. O noktasındaki potansiyeli, bu noktanın hemen yakınındaki noktaların potansiyelleri cinsinden hesaplamak için kullanılan ızgara.



rastlanandan daha karmaşıktır (Burada gerilimleri bilinen yada hesaplanan noktalar merkezden eş uzaklıkta değildir). (1) nolu bağıntı, diverjans teoreminin tümlevsel biçiminden elde edilmiştir. Elektrik alanı gerilimin eksi gradyeni olarak yazıldığından körl bağıntısı kendiliğinden sağlanır (körl E = 0).

Aynı doğrultuda, yanyana noktaların gerilimlerini bulmak için kullanılan üstelemeli hesaplama yöntemi, aşırı-yatışma (overrelaxation) ilkesi uygulanarak değiştirilmiştir, i nolu üstelemede 0 noktasındaki gerilim, V_{oi} , aşağıdaki bağıntı kullanılarak düzeltilir;

$$V_{oi} = V_{o(i-1)} + [V_{oi} - V_{o(i-1)}]^k \quad (2)$$

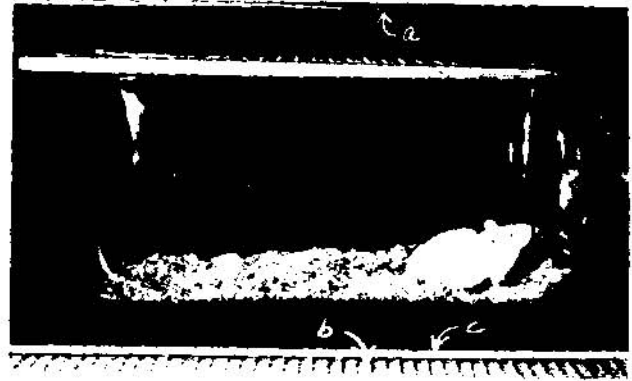
burada (i-1) bir önceki fistelemeyi, üslü semboller de düzeltilmiş gerilim değerlerini göstermektedir. Hesaplamalarda kararsızlıklara karşı $k = 1,6$ alınması yeterlidir.

UYGULAMALAR ve SONUÇLARIN DOĞRULANMASI

Farelerin uzun süreli elektrik alan etkisine karşı tepkileri Knickerbocker'in [4] raporunda açıklanmaktadır. Fareler 4 kV/inch'lik düzgün bir elektrik alanı içine yerleştirildiler. Şekil 8'de fiziksel düzenek gösterilmektedir. İki büyük düzlemsel elektrod, a ve b, 1/4 inch kenar uzunluklu kare gözenekleri olan metal bir ağ biçimindedir ve elektrotlar arası uzaklık 6 inch'dir. Fare, düz metal bir plaka ile kaplı akrilik bir kafes (tabanın kenarları 5 inch ve 8 inch, yükseklik 5 inch) içerisindedir. Kafes, topraklı elektrodun üzerine yerleştirilmiş 1/8 inch kalınlığında yalıtkan bir levha (c) üzerine konulmuştur.

Topraklı elektrodun 3,5x4,8 inch²'lik bir kısmı elektrodun geri kalan kısmından elektriksel olarak yalıtılmış ve bu kısım bir mikroampermetreyle toprağa bağlanmıştır. Akrilik kafesin bir ucu bu kısım üzerinde durur. Fare kafesin öbür uçundayken, mikroampermetre bulunduğu bölgedeki normal yüklemeye yada yerdeğiştirme akımını kaydeder (bulunan değer 6,1 yA). Bu akım, hayvanın vücudunun bütünü yalıtılmış bölgenin üzerindeyken 7,4 yA'ya yükselir. Bu ölçmelerde kullanılan fare 3,2 inch uzunluğunda ve ortalama 1,2 inch enindeydi.

ölçme değerlerini doğrulamak amacıyla fare, boyutları $2a = 3,2$ inch, $2b = 1,2$ inch olan ve $E_{oy} = 4000r/f \sin 3771$ V/inch'lik düzgün bir elektrik alanına konulan iletkenliği sonsuz büyüklükte bir spheroid (Şekil 3) ile değiştirildi. Görüntü yöntemine göre bu sistem, topraklanmış bir düzlemin yüzeyi üzerindeki bir yarım spheroid'e özdeştir. Verilen değerlere göre $a = 1,6$ inch ve $a/b = 2,67$ olduğundan Çizelge 1'de 2 ve 4 nolu sütunlar kullanılarak spheroid'den geçen toplam akım $I = 2,34$ uA(rms) olarak bulunur. Spheroid'in kesit alanı $\pi ab = 3,01$ inch²'dir ve bu alandan geçen yüklemeye akımı (spheroid yokken) $3,01 \times 377$ e. $E_{oy} =$



Şekil 8. Yüksek yeğlilikteki elektrik alanı içerisine konulan farenin fotoğrafı.

1,02 yA(rms) olur. Buna göre spheroid'in bulunmuş ölçülen akım değerinin yaklaşık $2,34 - 1,02 = 1,32$ yA artmasına neden olacaktır. Bu değer deneysel olarak bulunan $(7,4 - 6,1) = 1,3$ pA'e oldukça yakındır. Toplam taban alanı $(3,5 \times 4,8 = 16,8$ inch²) için yüklemeye akımı 5,7 yA olarak bulunmuştur; ölçülen değer (6,1 yA'den bu değer biraz farklı olmasının nedeni akrilik kafesin etkisidir.

Miller Dipolü

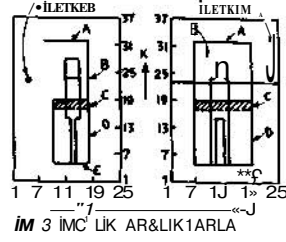
Hat işçisi hat ile toprak arasında asılı konumda iken vücudundan geçen akımları incelemek üzere Dr. C.J.Miller tarafından özel bir dipol prob geliştirildi. Dipol, 6 inch yarıçaplı bakırdan bir silindire tutturulmuş herbiri 6 inch yarıçapındaki bakır yarıkürelerden oluşan iki benzer elektroda sahiptir. Alan etkisinde yapılan deneyler sırasında elektrik alan vektörü dipolün ana eksenine koşturur. Diğer ayrıntılar ilgili yazıda açıklanmaktadır [5].

Dipol, boyutları $2a = 24$ inch ve $2b = 12$ inch olan bir spheroid ile temsil edilir. Dipolün tepesindeki elektrik alanı Dr.Miller'in iki gradyen metresinden küçüğü ile ölçülmekte ve değerler, 345 kV'luk hattın dış faz iletkenlerinden birisinin altında çeşitli uzaklıklar için, Çizelge 2'de verilmektedir. Her durumda elektrik alan değerinin $r = 1$ için E_e olduğu varsayılmıştır (Şekil 4). Sonsuzdaki düzgün alan E_{oxy} . Şekil 4'den $a/b = 2$ ve $n = 1$ değerlerine karşılık okunan 5,8 çarpımı kullanılarak hesaplanır. Daha sonra dipolden geçen toplam akım, Çizelge 1'in 2. ve 6.sütunlarının yardımıyla bulunur. Elde edilen değerler Çizelge 2'de gösterilmektedir ve bunlar deneysel verilere oldukça yakındırlar. Büyük uzaklıklarda gö-

Hattan olan uzaklık (inch)	Dipolün tepesinde ölçülen elektrik alan değeri. (V/inch)	ölçülen akım değeri (yA)	Hesaplanan akım değeri (yA)
33	6500	60	62.2
57	3800	36	36.4
105	1500	18	14.4
129	1100	14	10.5
153	800	11	7.7
273	280	6	2.7

Çizelge 2.

Şekil 9. Çıplak-el yöntemiyle potansiyel gradyeni hesaplamasında, insan-kova sisteminin, bilgisayar uygulaması için, ızgara gösterimi.



rülen hatalar, diğer iki faz iletkeninin etkilerinin artmasından kaynaklanır. Çıplak-El Yöntemi

Hesaplamalarının bilgisayar kullanılarak yapılacağı tipik bir insan-kova sistemi Şekil 9'da gösterilmiştir. Bir an için işçinin kollarının iki yanına bitişik olduğunu düşünelim. Hepside yerden 26 feet yukarıda olan iletken, işçi, kova ve ekran toprağa göre 200 kV(rms)'luk bir gerilimle yüklenmişlerdir. Bu sistem için iletkenle kova arasındaki yüklem akımı yaklaşık 5500 yA olarak ölçüldü; buna karşı gelen sığa da 73 pF idi. Eğer bu bilgi elde yoksa, R yarıçaplı, yerden yüksekliği h, sığası

$$C = ATTE_R \left(1 + \frac{R}{2h} + \frac{R^2}{4h^2 - R^2} + \dots \right)$$

(mks birimleri kullanılmaktadır)

olan hayali bir küre gözönüne alınabilir.

Örneğin, h=26 feet ise sığanın $C_s = 73$ pF olması için 25 inch'lik bir yarıçap, R, gerekir. 73 pF'lik sığa ve 200 kV'luk gerilime karşılık gelen yük yerleşimi (I, J, K) = (14, 12, 15) sayılarıyla belirlenen kürenin merkezine konulur. Izgara sisteminin sınırlarındaki gerilimler daha önce anlatıldığı biçimde kolaylıkla hesaplanır.

(1) nolu bağıntı ve bilinen gerilim değerlerinin (hem insan-kova sisteminin hem de sınır yüzeylerinin gerilimleri) yardımıyla ızgara içindeki her noktanın gerilimi hesaplanır. Önce (I, J, K) = (4m, 4n, 4p) noktalarındaki yaklaşık gerilim değerleri bulunur (burada m ve n, 1'den 6'ya kadar; p ise 1'den 9'a kadar değerler alan tam sayıları gösterirler). Bu değerler kullanılarak, bütün noktadaki aranan gerilim değerleri % 0,1 doğruluk sınırı içinde hesaplanır. Bu işlem IBM 7094 bilgisayarında 15 dakika sürmüştür. Bu, hokta başına 2m saniyelik bir hesaplama süresi demektir.

İşçinin üzerinde çeşitli bölgelerdeki elektrik gradyeni, model iletken üzerinde bu bölgelere karşılık gelen noktadaki gerilim değerleri bulunarak hesaplanır. Bu yöntem birçok kova-ekran düzenekleri için kullanılmış ve elde edilen değerlerin deneysel verilerle karşılaştırılması Çizelge 3'de yer almıştır. Sayısız basitleştirici varsayımlar gözönüne alınırsa analitik ve deneysel sonuçların birbiriyle uyumu oldukça yeterli sayılabilir.

İşçinin vücudundan geçen toplam akım, eğer vücudu üzerindeki elektrik alan dağılımı, örneğin daha önce adı geçen sayısal hesaplama yöntemiyle bulunmuşsa, aşağıdaki bağıntıyla ifade edilir:

$$I = 10e_3 \iint_{\text{yüzey}} E_{ds} \dots (25)$$

Bazı durumlarda, analitik çözüm, bilgisayar kullanılarak elde edilen çözüm ve deneysel çözüm uygun biçimde birlikte kullanılabilirler. Örneğin, hat gerilimindeki bir hava asansörü kovası içinde bulunan işçinin vücudundan geçen akımı gözönüne alalım. İşçinin boyunun 6 feet, ağırlığının 180 pound ve özgül ağırlığının 1 olduğunu varsayalım. İşçinin vücudunun yüzey alanı şu bağıntıyla bulunabilir [9] :

$$S = 71,84 \times W^{0,425} \times H^{0,725} \text{ cm}^2$$

burada W kg olarak ağırlık, H da cm olarak boy uzunluğudur.

Verilen örnekte $S=3160$ inch²'dir. İşçinin hacmi yukarıda verilen değerler kullanılarak kolayca $V=5000$ inch³ olarak bulunur. Spheroid'in hem hacmi hemde yüzey alanı, yarı ana eksen ve yarı yan eksen uzunlukları olan a ve b cinsinden ifade edilebilir [10]. a=36 inch alınırsa, doğru yüzey alan değeri için b=7,85 inch yada a/b = 4,6; e doğru hacim değeri için b = 5,74 inch yada a/b = 5,5 olarak bulunur.

Burada işçi, a= 36 inch ve a/b=5,5 değerleriyle tanımlanan bir *prolate spheroid* olarak düşünülmektedir. Spheroid için sığa değeri (C) Ek IV'de (26) nolu bağıntı ile verilmektedir. Yukardaki değerler için C= 41,4 pF ve 200 kV'luk bir hattın, 60 Hz'de işçi üzerinde meydana getireceği yüklem akımında 3120 yA'dır. Ekranlanmamış spheroid'in elektrik alanı Ek III'deki (17) nolu bağıntıyla hesaplandığında, kutupta ($r_1=1$) $E_{r_0}=72,3$ kV/inch ve orta kesit de ($n=0$), $E_{e_0}=12,8$ kV/inch değerleri bulunur. Bu değerler, ekranlanmamış bir kova için sayısal olarak hesaplanan ve deneysel olarak bulunan değerlerden oldukça büyüktür (yaklaşık olarak baş üzerinde 11 kV/inch ve göğüsde 2,5 kV/inch). Bu sonuç kovanın ekranlama etkisini açıkça sergilemektedir. Bu durumda insan üzerindeki yüklem akımının yaklaşık olarak $3120 \times 11 / 72,3 = 237$ yA değerinin yarısına inmesi beklenmelidir. 0,5 çarpanı, işçinin vücudunun alt yarısında bulunan ve yüklem akımının geçmesini engelleyen tam ekranlamayı hesaba katmak için kullanılmıştır. Böylelikle düzeltilen akım değeri, yaklaşık 250 yA olarak bulunan deneysel sonuca oldukça yakındır.

Sıra numarası	Vücudun Bölgeleri							
	Basın tepesi	Basın arkası	Yüz	Omuz	GBÜS	Sırt	Kasık	Diz
1) Ölçülen	0.4"	0.2	2.0	-	1.0	0.0	0.0	0.0
Hesaplanan	0.8	0.1	3.5	2.4-3.0	1.9	0.0	0.0	0.0
2) Ölçülen	7.2	0.8	6.6	-	-	-	-	-
Hesaplanan	6.3	0.8	6.5	3.1-3.6	2.3	0.1	0.0	0.0
3) Ölçülen	12.0	-	-	-	4.0	7.0	0.0	0.0
Hesaplanan	13.3	8.7	7.7	5.3-5.7	2.7	5.3	0.0	0.0
4) Ölçülen	11.0	-	7.5	5.5-7.0	2.5	5.7-7.0	0.5	2.5-4.0
Hesaplanan	13.2	8.8	7.6	5.5-6.1	2.7	5.5	1.2	1.3-4.7

Sıralamada ekranlama dereceleri

- 1) ABCD (tam ekranlama, Şekil 7'ye bak)
- 2) BODE (örtü yok)
- 3) ODE (arka duvarı ve örtü yok)
- 4) CE (kova kenarında 6 inch'lik bir bant var)

* değerler kV/inch olarak,

çizelge 3.

Aynı çözümlene yöntemi işçinin koluna uygulanırsa, $a=18$ inch ve $a/b = 10$ alınır. Bu durumda sığa $16 \times 10^{-9} \text{ F/m}^2 \times 60 \text{ Hz} \times 200 \text{ kV(rms)}$ 'luk hat-toprak gerilimi için yüklem akımı 1260 yA olarak bulunur. El üzerindeki alan yoğunluğu de $E_{\text{ç}} (n=1)=370 \text{ kV/inch}$ 'dir. Bu son değer yaklaşık 15 kV/inch olan korona oluşma eşiğinin oldukça üstündedir. Düzeltmiş boşalma akımı, bu duruma göre, yaklaşık $1260 \times 15 / 370 = 51 \text{ uA}$ olacaktır. Bu akım değeri, her iki kol çalışma konumunda iken ölçülen değere oldukça yakındır.

SONUÇLAR

Bir enerjili hat işçisinin vücudunda oluşan elektrik alanının ve akımların hesaplanması için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Bu konuda vücudun bileşimi ve bunun özgün elektrik alanına etkisi dikkatli bir incelemeye esas olmuştur. İnsanın, dıştaki alan dağılımı hesaplanırken çok iyi bir iletken, içerdeki akımlar hesaplanırken de bir dielec olarak kabul edilebileceği gösterilmiştir.

Ekranlamanın yapılmadığı uygulamalarda, örneğin enerjili hat aletleriyle yapılan çalışmalarda, işçinin vücudu ve bacakları *prolate spheroid*'ler olarak ele alınır. Analitik çözüm sonuçları ölçmelerle bulunanlara oldukça yakındır.

Çıplak-el yönteminde olduğu gibi, ekranlamanın gerektiği durumlarda, Laplace bağıntısı, üç boyutta, hızlı bir bilgisayar kullanılarak çözülür. Bu çözümde, bazı basitleştirici varsayımlara dayanan ve aşırı-yatışma yöntemini kullanan bir üsteleme rutin (*routine*) den yararlanılır. Yeterli duyarlılıktaki çözümler makul sayılacak süreler içinde yapılabilir ve artık çok yüksek gerilim hatlarının ekranlanması tekniklerinin incelenmesinde, yoğun alan ölçmelerine geçmeden önce, uygulanabilecek elverişli ve ekonomik yöntemler bulunmaktadır.

Yukarıda açıklanan analitik ve sayısal yöntemler oldukça kullanışlıdır. Kullanıcı bu yöntemleri, canlı hat çalışmasına ilişkin elektrik alan sorunlarında, tek tek yada birlikte kullanarak yaklaşık çözümlere kolaylıkla varabilir.

Ek I

Bir maddenin iyi iletken yada iyi yalıtkan olarak ayırdedilmesi, basit, tek boyutlu bir model kullanarak sağlanabilir. Özel olarak, insan vücudunun elektriksel parametrelerine sahip, yarı-sonsuz büyüklükte bir bloğun yüzüne dik olarak gelen elektrik alanını gözönüne alalım. Tam sınırda, havadaki alan vektörünü \underline{E}^{\wedge} , blok içindeki vektörde \underline{E} ile gösterelim (büyük harflerin altındaki yatay çizgiler, fazör büyüklükleri göstermektedir). Ortak çarpan $e^{j\omega t}$ 'yi, bir an için düşünmeyerek (burada ω fazörün açısal sıklığı, t de gerçek zaman değişkenidir), geçerli bağıntıları şöyle yazabiliriz [11]:

$$\underline{\sigma}_f + \underline{\sigma}_p = \epsilon_0 (\underline{E} - \underline{E}_0) \quad (3)$$

$$\underline{f}_f = \epsilon_0 (\underline{E} - \underline{E}_0) \quad (4)$$

$$\underline{p}_j = \underline{E} \quad (5)$$

burada, f_f - serbest yüzey yük yoğunluğu ve C_{fp} de yüzey kutupsal yük yoğunluğudur.

İçeri doğru giren akım yoğunluğu \underline{J} , serbest yüzey yük yoğunluğunun zamana göre türevinin eksi işaretli olarak tanımlanır. Yani,

$$\underline{J} = -\text{grad} \sigma_f \quad (6)$$

dir.

(3) - (6) nolu bağıntılar serbest yük yoğunluğunun, kutupsal yük yoğunluğuna oranını bulmak için kullanıldığında,

$$\frac{\underline{J}}{\underline{p}} = \frac{-\text{grad} \sigma_f}{\epsilon_0 (\underline{E} - \underline{E}_0)} \text{ bağıntısı elde edilir.}$$

Mutlak değer olarak;

$$\left| \frac{\sigma_f}{\sigma_p} \right| = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \left(\frac{1}{\epsilon - \epsilon_0} \right) \quad (7)$$

dir.

Vücut için geçerli varsayılan parametre değerleri yerlerine konursa,

$$\left| \frac{\sigma_f}{\sigma_p} \right| = \frac{1}{377 \times (80 - 1) \times 8,85 \times 10^{-12}} = 3,7 \times 10^6 \gg 1$$

bulunur.

Epiderma için bu oran, $\left| \frac{\sigma_f}{\sigma_p} \right| = 370 \gg 1$ dir.

Daha önce adı geçen yarı-sonsuz büyüklükteki blok için, alanın blok içine işleme kalınlığı l ,

$$5 = (-2M = \left(\frac{2 \times 1}{377 \times 12,56 \times 10^{-7}} \right)^{1/2} = 65 \text{ m.}$$

olarak elde edilir. Bu kalınlık normal vücut boyutlarının çok üzerindedir.

Ek II

Prolate spheroidal koordinatlar Kartezyen koordinatlara şu bağıntılarla bağlıdır:

$$x = c \xi \eta$$

$$y = c [(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)]^{1/2} \cos \psi$$

$$z = c [(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)]^{1/2} \sin \psi$$

burada $\xi > 1$, $-1 < \eta < 1$ $0 < \psi < 2\pi$ dir. Bir C_0 yüzeyi ve c , a ve b cinsinden şöyle ifade edilir.

$$a = c C_0 \text{ ve } b = c(\xi_0^2 - 1)$$

Kartezyen koordinatların birim vektörleri cinsinden, *prolate spheroidal* birim vektörler şöyledir

$$\begin{aligned} \underline{I}_\xi &= \eta \sqrt{\frac{\xi^2 - 1}{\xi^2 - \eta^2}} \underline{I}_x + \xi \cos \psi \sqrt{\frac{1 - \eta^2}{\xi^2 - \eta^2}} \underline{I}_y \\ &+ \xi \sin \psi \sqrt{\frac{1 - \eta^2}{\xi^2 - \eta^2}} \underline{I}_z \end{aligned}$$

$$\bar{I}_\eta = \xi \sqrt{\frac{1-\eta^2}{\xi^2-\eta^2}} \bar{I}_x - \eta \cos \Psi \sqrt{\frac{\xi^2-1}{\xi^2-\eta^2}} \bar{I}_y$$

$$- \eta \sin \Psi \sqrt{\frac{\xi^2-1}{\xi^2-\eta^2}} \bar{I}_z$$

$$\bar{I}_\Psi = -\sin \Psi \bar{I}_y + \cos \Psi \bar{I}_z$$

Laplacian ve gradyen operatörlerinin açılımları aşağıda verilmiştir [12]:

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_1 h_3}{h_2} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \Psi} \left(\frac{h_1 h_2}{h_3} \frac{\partial \phi}{\partial \Psi} \right) \right] \quad (8)$$

burada $h_1 = c \sqrt{\frac{\xi^2-\eta^2}{\xi^2-1}}$, $h_2 = c \sqrt{\frac{\xi^2-\eta^2}{1-\eta^2}}$ ve $h_3 = c / (\xi^2-1)(1-\eta^2)$ dir,

ve

$$\nabla \phi = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{\xi^2-1}{\xi^2-\eta^2}} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \bar{I}_\xi$$

$$+ \frac{1}{c} \sqrt{\frac{1-\eta^2}{\xi^2-\eta^2}} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \bar{I}_\eta$$

$$+ \frac{1}{c \sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}} \frac{\partial \phi}{\partial \Psi} \bar{I}_\Psi \quad (9)$$

Ek III

A- Şekil 1'de, $E_g = 0$ alınır, sonsuzdaki potansiyel,

$$\phi^\infty = -E_{ox} X = -E_{ox} c \xi \eta \quad (10)$$

dir.

ϕ_0 yüzeyi üzerinde sabit bir potansiyel elde etmek ve sonsuzdaki koşulu (10) nolu bağıntıdaki biçimiyle sağlamak üzere potansiyel için şu homojen çözüm seçilir:

$$\phi_0 = C \eta G(\xi) \quad (11)$$

(11), (8)'de yerine konulursa (sağ yan sıfıra eşitlenmişken);

$$\frac{d^2 G}{d\xi^2} + \frac{2\xi}{\xi^2-1} \frac{dG}{d\xi} - \frac{2}{\xi^2-1} G = 0 \quad (12)$$

bulunur.

(12)'nin çözümü $G = \frac{1}{2} \ln \frac{\xi-1}{\xi+1}$ dir.

Toplam potansiyel $\phi = \phi_0 + \phi^\infty$, 'ni' ifadesinde C'nin değeri şu ek sınır koşulları kullanılarak bulunur: $\vec{O}_r = \xi_0 \vec{E}_g$ (burada $E_{g0} = \frac{K_0}{\epsilon_0} = \frac{4\pi B_0}{A_0} (\xi_0^2-1)$ ve $\epsilon_0 = \frac{4\pi}{9} \times 10^{-12}$ dir.) ve $\vec{O}_r \cdot \vec{S} = 0$. Buna göre potansiyel ifadesi;

$$\phi = -E_{ox} c \xi \eta + \frac{E_{ox} c \xi_0 \eta}{1 + \xi_0 \ln \left(\frac{\xi_0-1}{\xi_0+1} \right)}$$

$$\left[1 + \frac{\xi}{2} \ln \left(\frac{\xi-1}{\xi+1} \right) \right] \quad (13)$$

$\xi = \xi_0$ için elektrik alanı:

$$\frac{E_{\xi_0}}{E_{ox}} = \frac{\eta K_0}{\sqrt{\xi_0^2-\eta^2}} \quad (U)$$

burada

$$K_0 = \sqrt{\xi_0^2-1} \left\{ 1 - \xi_0 \cdot \frac{\left[\frac{\xi_0}{\xi_0^2-1} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\xi_0+1}{\xi_0-1} \right) \right]}{\left[1 + \frac{\xi_0}{2} \ln \left(\frac{\xi_0-1}{\xi_0+1} \right) \right]} \right\}$$

dir.

B- $E_{ox} = 0$ alınır, E_{ϕ_0} 'nin çözüm yöntemi aynıdır; uygun çözümlemeyle,

$$\frac{E_{\phi_0}}{E_{oy}} = \frac{\sqrt{1-\eta^2}}{\sqrt{\xi_0^2-\eta^2}} \cdot \cos \Psi \left[\xi_0 - \frac{4B_0}{A_0} (\xi_0^2-1) \right] \quad (15)$$

bulunur. Burada,

$$A_0 = \left[(\xi_0^2-1)^{\frac{1}{2}} \ln \left(\frac{\xi_0+1}{\xi_0-1} \right) \right]$$

$$- \left(\frac{\xi_0+1}{\xi_0-1} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{\xi_0+1}{\xi_0-1} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

ve

$$B_0 = \left[\frac{1}{4} \frac{(\xi_0+1)^{-1}}{(\xi_0-1)} \right] - \left[\frac{1}{4} \frac{(\xi_0+1)^{-1}}{(\xi_0-1)^{\frac{1}{2}}} \right]$$

$$+ \left[\frac{\xi_0}{4} (\xi_0^2-1)^{-\frac{1}{2}} \ln \left(\frac{\xi_0+1}{\xi_0-1} \right) \right] - \left[\frac{1}{2} (\xi_0^2-1)^{-\frac{1}{2}} \right]$$

C- E_{ox} ve E_{oy} 'nin sıfır olduğunu ve prolate spheroid'in sonsuza göre 9 potansiyelinde tutulduğunu varsayalım. Legendre polinomlarından yalnızca P_2^0 ve Q_2^0 gerekli koşulları sağlarlar [13] ($C = C_0$ için, $\langle \xi \rangle$, n ve f 'a bağlı değildir) ve potansiyel ifadeside aşağıdaki biçimi alır:

$$\phi = \frac{\phi_0}{\ln \left(\frac{\xi_0+1}{\xi_0-1} \right)} \cdot \ln \left(\frac{\xi+1}{\xi-1} \right) \quad (16)$$

$\xi = \xi_0$ yüzeyi üzerinde elektrik alanı

$$\vec{E} \Big|_{\xi=\xi_0} = -\nabla \phi \Big|_{\xi=\xi_0}$$

yüzeye diktir ve r_1 ile Y 'dan bağımsızdır.

Böylece (9)'dan

$$E_{\xi_0} = \frac{2\phi_0}{c \ln \left(\frac{\xi_0+1}{\xi_0-1} \right)} \left(\frac{1}{\sqrt{\xi_0^2-1} \cdot \sqrt{\xi_0^2-\eta^2}} \right) \quad (17)$$

bulunur.

Ek IV

Gauss teoremi prolate spheroid'in yüzeyi üzerinde uygulanırsa,

$$\vec{f} = \vec{e}_0 \cdot C_0 \quad (18)$$

elde edilir. E_{ξ_0} 'nin çözümleri Ek III'de verilmiştir.

İçeri doğru giren iletim akım yoğunluğunun yüzeydeki dik bileşeni, g_{ξ} 'e (6) nolu bağıntıda gösterilen biçimde bağlıdır. Bu bağıntı daha genel terimlerle şöyle ifade edilir

$$\vec{J} \cdot \vec{n} \Big|_{\xi = \xi_0} = -j\omega Q_f \quad (19)$$

Vücudun içinde Laplace bağıntısı geçerlidir çünkü madde tamamen direnildir. Böylece, $\nabla \cdot \vec{j} = 0$ ve $\vec{J} = -\nabla \phi$ dir.

A- $E_{\xi_0} = 0$ olduğunda, E_{ξ_0} (14) nolu bağıntıyla verilir. (14), (18) nolu bağıntıları ve (19)'un sağ yanını birleştirerek ve (9)'un ilk teriminin eksi işaretlisini (19)'un sol yanında yerine koyarak,

$$-\frac{\sqrt{\xi_c^2 - 1}}{c \sqrt{\xi_0^2 - \eta^2}} \Big|_{\xi = \xi_0} = \frac{-j\omega E_0 K_0 \eta E_{\xi_0}}{\sqrt{\xi_0^2 - \eta^2}} \quad (20)$$

bulunur.

(20)'nin tümlevi alınarak potansiyel ϕ için şu ifade elde edilir:

$$\phi = \frac{-j\omega E_0 K_0 c}{\sqrt{\xi_0^2 - 1}} \cdot \eta \xi E_{\xi_0} \quad (21)$$

$\langle j \rangle$ 'nin eksi gradyeni (9)'dan elde edilerek, *prolate spheroid* içindeki herhangi bir noktadaki akım yoğunluğu bulunur:

$$\vec{J} = \sqrt{\frac{\xi^2 - 1}{\xi^2 - \eta^2}} C_1 \cdot \eta E_{\xi_0} \vec{e}_{\xi} + \sqrt{\frac{1 - \eta^2}{\xi^2 - 1}} C_1 E_{\xi_0} \xi \vec{e}_{\eta} \quad (22)$$

burada

$$C_1 = \frac{j\omega E_0 K_0}{\sqrt{\xi_0^2 - 1}} \text{ dir.}$$

Kartezyen koordinatlarda (bak Ek III)

$$\vec{J} = C_1 E_{\xi_0} \vec{e}_x \quad (23)$$

dir.

B- $E_{\xi_0} = 0$ alındığında, E_{ξ_0} 'nin çözümü (15) bağıntısıyla bulunur ve A Bölümündeki çözümlemenin aynısı akım yoğunluğu için şu ifadeyi verir:

$$\vec{J} = C_2 E_{\xi_0} \vec{e}_y \quad (24)$$

burada $C_2 = \frac{j\omega E_0}{\xi_0} \left[\epsilon_0 - \frac{4B_0}{A_0} (C_1 - D) \right]$ dir.

(23) ve (24) nolu bağıntılar \vec{J} 'nin cismin içerisinde sabit ve sonsuzdaki elektrik alanıyla aynı yönde olduğunu göstermektedir.

$E_{\xi_0} = E_{\eta_0} = 0$ ise ve *prolate spheroid* ϕ potansiyelinde tutuluyorsa, E_{ξ_0} 'nin çözümü (17) nolu bağıntıyla verilir. *Prolate spheroid*'den çıkan toplam akım I , akım yoğunluğu vektörünün $C = \xi_0$ ile tanımlanan yüzeye dik bileşeninin, bu yüzey üzerindeki tümlevi alınarak bulunur:

$$I \Big|_{\xi = \xi_0} = \omega \epsilon_0 \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 E_{\xi_0} (h_2 dn)(h_3 d\mu) \quad (25)$$

(25)'in çözümü *prolate spheroid*'in sığası ($C = \frac{I}{10^8}$) ifade edilir:

$$C = \frac{8TC_0 a}{\xi_0 \ln\left(\frac{\xi_0 + 1}{\xi_0 - 1}\right)} \quad (26)$$

KAYNAKLAR

- [1] Rorden, H.L., "Barehand live line maintenance saves time with increased safety.", Elec. World, Cilt 154, Aralık 1960, s.76.
- [2] Kouwenhoven, J.B., et al., "Body currents in live line working.", IEEE Trans. on Power App. Syst., Cilt 85, Nisan 1966, s.403.
- [3] Kouwenhoven, W.B., et al., "Medical evaluation of man working in ac. electric fields.", IEEE Trans. on Power App. Syst., Cilt 86, Nisan 1967, s.506
- [4] Knickerbocker, G.G., et al., "Exposure of mice to a strong ac electric field.", IEEE Trans. on Power App. Syst., Cilt.86. Nisan 1967, s.498.
- [5] Miller, C.J., Jr., "The measurement of electric fields in live line working.", IEEE Trans. on Power App. Syst., Cilt 86, Nisan 1967, s.493.
- [6] Schwan, H.P., D.F.Kay, "The conductivity of living tissues.", Ann. N.Y.Acad.Sci., Ağustos 1957, s.1007.
- [7] Steffens, H.G.S., "The current-voltage relationship in human skin.", Med. Electronics Biol.Engrg., Cilt 1, W63, s.398.
- [8] Scarborough, J.B., Numerical Mathematical Analysis, 2nd ed. London: Oxford University Press, 1962.
- [9] Dubois, E.F., D.Dubois, "A formula to estimate the approximate surface area if height and weight be known.", Arch. Internal Med., Cilt 17, 1916, s.863.
- [10] Kom, G.A., T.M.Kom, Mathematical Handbook for Scientist and Engineers. New York: McGrawHill, 1961, p.749.
- [11] Fano, R.M., et al., Electromagnetic Fields, Energy, and Forces. New York: Wiley, 1960, s.189, 190, 198, 354.
- [12] Stratton, J.A., Electromagnetic Theory. New York: McGraw-Hill, 1941, s.49.
- [13] Smythe, W.R., Static and Dynamic Electricity. New York: McGraw-Hill, 1950, s.148.