

# Aktif Filtreler

Çeviren :

Mehmet KAÇMAZ

## ÖZET

Bu çalışmanın birinci bölümünde temel filtre teorisi verilmekte, ikinci bölümünde aktif filtrelerin yapımına geçilerek, örneklerle alçak ve yüksek geçirgenlerin elde edilmesi, üçüncü bölümde ise seçici filtrelerin yapımı anlatılmaktadır.

## SUMMARY

in the first part of this work elementary filter theory, in the second part examples obtaining low-pass and high-pass filters using active filters and finally in the third part design of the selective filters have been explained.

## I. TEMEL, BİLGİLER

### 1. Çeşitli filtre tipleri

ölçme ve telekomünikasyon tekniğinde sık sık belirli frekans bağımlılıkları olan devreler gereklidir. Genellikle belirli bir frekans bandının İletimi ve bir diğerinin bastırılması gerekir. Hangi frekans bandının iletimi düşünülüyorsa, buna göre alçak geçirgen, yüksek geçirgen, band geçirgen ve (selektif) seçici filtreler olarak sınıflandırma yapılır [7].

Bir alçak geçirgen, doğru gerilim de dahil olmak üzere, alçak frekansları sabit kazançla geçirir, sınır frekansı üstündeki frekanslar yüklerir sınır frekansı üstündeki frekanslar yük-

Sınır frekansı olarak, kazancın 3 dB azaldığı frekans tayin edilmiştir. Diğer önemli özelliklerse kazancın sınır frekansı yakınındaki değişimi ve daha yüksek frekanslardaki düşüşünün dikliğidir. Bu çıkış noktalarına dayanılarak, ileride daha etraflı açıklanacak olan çeşitli filtre tiplerinin ayrımlanması yapılır.

•Yüksek geçirgen»lerde yüksek frekanslar sabit kazançla geçerler, sınır frekansından küçük frekanslı gerilimler gitgide zayıflarlar.

Band geçirgen filtre, sadece belli bir frekans bandını sabit kazançla geçiren bir devredir. Üst sınır frekansın üstündeki ve alt sınır frekansdan küçük frekanslarda kazanç alçak ve yüksek geçirgen filtrelerdeki gibi zayıflarlar Her iki sınır frekansı aralarındaki saha kaybolacak derecede birbirine yaklaşırlarsa «selektif» yani «seçici» filtre bahis konusudur. Bu seçiciliği, orta frekans  $f_c$ 'nin 3dB band genişliği B'ye oranı tayin eder. Bu  $Q = f_c/B$  büyüklüğü filtrenin kalite faktörü olarak tanımlanır.

Belirli bir frekans veya frekans bandını bastıran devreler, invers veya band bastıran filtreler olarak adlandırılırlar.

Yüksek frekansta genellikle bu filtreler LRC devreleri ile gerçekleştirilirler. Alçak frekansta kullanışsız ve kötü elektriksel özellikleri olan büyük endüktiviteler gereklidir, dolayısıyla endüktivitesiz filtreler istenir. Herki bölümlerde gösterileceği gibi, filtre tiplerinin çoğunluğunun gerçekleştirilmesi, sadece pasif RC - devreleriyle değil de, ancak aktif elemanların [(operasyon) işlem amplifikatörleri] kullanılmasıyla mümkün olmaktadır. Bu tür devreler aktif filtre olarak tanımlanmaktadır [8]

Aşağıda önemli filtre tiplerinin frekans bağımlılıkları kısaca gösterilecektir. Devre tekniği bakımından uygulaması ise daha sonra ele alınacaktır

### 2. Pasif RC alçak geçirgenleri

Şekil 1'de (basit bir alçak geçirgen görülmektedir. Çıkış geriliminin, yüksüz halde giriş gerilimine oranı

$$\underline{v} = \underline{U}_s / \underline{U}_i = 1 / (1 + j\omega RC) = 1 / (1 + pRC)$$

dır.

Genel bir tasarım için, frekans değişkeni p'yi normalize etmek uygun olacaktır Bunun için

$$p = j\omega / \omega_c = jf / f_c = j\Omega$$

alınır.

Devrenin sınır frekansı  $f_c = 1 / (2\pi RC)$  dir. Buradan

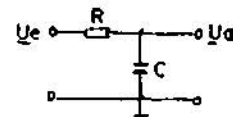
$$P = pRC \text{ çıkar ve } \underline{v} = 1 / (1 + P) \quad (D)$$

olur

Kazancın mutlak değeri için

$$|\underline{v}| = 1 / \sqrt{1 + Q^2}$$

bulunur



Şekil 1. Birinci dereceden pasif alçak geçirgen

Örneğin,  $\omega = \omega_c$  için  $|v| = 1$  olur ki, bu da kazancın her frekans dekadı için 20 dB azalması demektir. Eğer kazancın daha dik düşmesi gerekli ise, n alçak geçiren paralel bağlanabilir ve n'inci dereceden bir alçak geçiren elde edilir. Kazanç için şu tipten bir frekans bağımlılığı bulunur:

$$v = 1/(1+aP)(1+bP)(1+cP).. \quad (2)$$

a, b, c, ... katsayıları reeldirler

$\zeta p > 1$  için  $|v| \sim X/\zeta^n$  olur, kazanç her frekans dekadı için n.20 dB azalır. Frekans bağımlılığının n reel negatif kutbu olduğu görülmektedir. Bu n. dereceden alçak geçirenin ana karakteristiğidir [1]. Aynı sınırlı frekanslı dekuple edilmiş alçak geçiren filtreler paralel bağlanırsa,  $a = b = c = \dots$  olur, bu kritik zayıflama haldedir.

### 3. Optimize alçak geçirenler

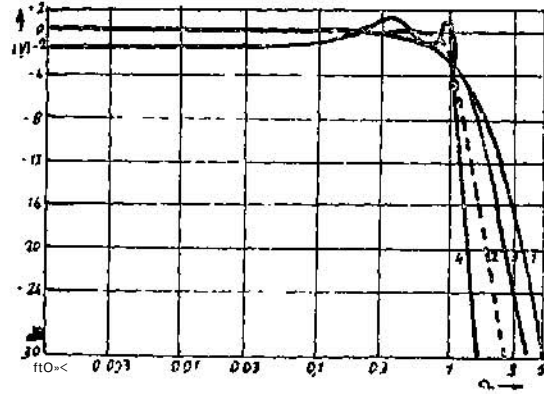
n. dereceden bir alçak geçirenin frekans bağımlılığı çeşitli görüş açlarına göre optimize edilebilir.

«Butterworth» filtrelerinin mümkün olduğu kadar uzun yatay kalan ve ancak sınır frekansından az önce dik bir şekilde bükülme yapan bir frekans bağımlılığı vardır. Sıçramaya karşı davranışı, yani girişte kare sıçrama olduğu halde çıkış geriliminin zamana göre değişimi, derecesi arttıkça büyüyen önemli bir sakinme gösterir.

«Bessel» filtreleri optimal bir kare formu geçirgenliği gösterirler. Bunun için gecikme süresinin mümkün olduğu kadar geniş bir frekans sahası içinde sabit kalması şarttır. Yani bu frekans sahası içindeki faz kayması frekansla orantılı olmalıdır. Şüphesiz ki, Bessel filtrelerinin frekans bağımlılığı, Butterworth filtrelerindeki kadar dik bir düşüş göstermemektedir.

«Tscheybscheff» filtrelerinde sınırlı frekansın üstünde kazanç en dik bir şekilde düşer. Geçirgenlik bölgesinde buna karşılık aynı seviyede kalmayıp, sabit genlikli bir dalgalanma gösterir. Verilen bir derecede sınırlı frekans üstünde düşüş, izin verilen dalgalanma ne kadar büyükse, o denli diktir. Sıçrama davranışında görülen salınma, Butterworth filtresindekinden daha kuvvetlidir.

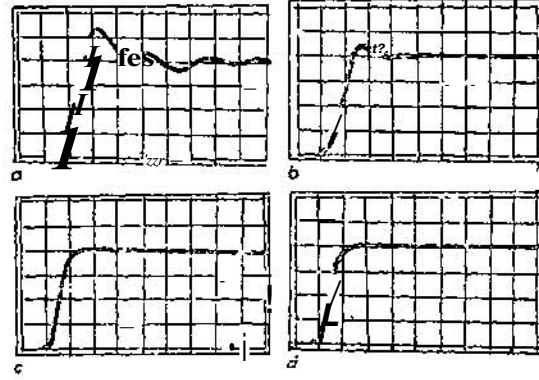
Şekil 2'de bu 4. derecede dört frekans bağımlılığının karşılaştırılması görülmektedir. Tscheybscheff alçak geçireninin geçirgenlik bölgesinden kesim bölgesine en dik geçiş görülmektedir. Ama bu geçirgenlik bölgesinde frekans bağımlılığının dalgalı olması pahasına telde edilmektedir. Dalgalanmayı küçültükçe Tscheybscheff filtresi sürekli olarak Butterworth filtresine dönüşür [2]. Her iki filtrede de sıçrama davranışı önemli bir salınma göstermektedir. Bu



Şekil 2. Dördüncü dereceden frekans bağımlılıklarının karşılaştırılması :

- 1 eğrisi : Pasif alçak geçiren
- 2 » : Butterworth alçak geçirgeni
- 3 » : Bessel alçak geçirgeni
- 4 » : Tscheybscheff alçak geçirgeni ( $\pm 1,5$  dB dalgalanma ile)

Şekil 3'de, a ve b osilogramlarında görülmektedir. Buna karşılık Bessel filtreleri çok az bir salınma göstermektedir (< osilogramı). Frekans bağımlılığının elverişli olmasına rağmen kare formu geçirgenliği davranışının önemli olduğu yerlerde daima kullanılacaktır. Pasif alçak geçiren salınma göstermez (d osilogramı) ise de, Bessel filtresine nazaran bir az daha iyi bu hal, frekans bağımlılığının önemli ölçüde kötüleşmesi pahasına elde edilir. Tablo 1'de 2. ve 4. dereceden filtrelerin yükselme zamanları ve salınmaları verilmiştir.



Şekil 3. Dördüncü dereceden alçak geçirenlerde sıçrama davranışı:

- a. Tscheybscheff filtresi ( $\pm 1,5$  dB dalgalanma ile)
- b. Butterworth filtresi
- c. Bessel filtresi
- d. Pasif filtre

Daha sonra, bir ve aynı devre ile belirli bir derece için bu 4 filtrenin de özelliklerinin gerçekleştirilebileceği görülecektir. Direnç ve kon-

TABLO 1.  
Alçak geçiren filtrelerin karşılaştırılması

| Filtre tipi                           | Çıkış zamanı        |                     | Salınma   |           |
|---------------------------------------|---------------------|---------------------|-----------|-----------|
|                                       | 2. derece           | 4. derece           | 2. derece | 4. derece |
| Kritik zayıflama                      | 0,35/f <sub>0</sub> | 0,37/f <sub>0</sub> | 1% 0      | % 0       |
| Bessel                                | 0,34/f <sub>0</sub> | 0,41/f <sub>0</sub> | % 0,4     | % 0,8     |
| Butterworth                           | 0,33/f <sub>0</sub> | 0,40/f <sub>0</sub> | % 5       | % 12      |
| Tschebyscheff (±1,5 dB dalgalanma Ue) | 0,31/f <sub>0</sub> | 0,38/f <sub>0</sub> | %28       | <%35      |

dan 3atör değerlerinin tesbiti filtre türünü tayin eder. Devreleri tayin edebilmek için tek tek filtre tiplerinin her derece için frekans bağımlılığı bilinmelidir. Aşağıdaki bölümlerde, frekans bağımlılıklarının tafsilatlı olarak incelenmesi yapılacaktır.

### 3.1. Butterworth alçak geçireni :

n. dereceden bir alçak geçirenin kazancının mutlak değeri karesi aşağıdaki genel biçimdedir :

$$|v| = \frac{v_0^2}{1 + A_2 a^2 + K n^2 + \dots + A_{2n} n^{2n}} \quad (3)$$

f'nin tek üsleri burada yoktur, çünkü mutlak değer karesi doğru bir fonksiyondur. Butterworth alçak geçirende |v| fonksiyonu sınır frekansı altında mümkün olduğu kadar geniş, yatay olmalıdır. Bu bölgede  $J1^{\wedge}1$  olduğu için, bu koşul |vp'nin yalnızca n'nin en yüksek üssünden bağımlı olması halinde en iyi yerine getirilir. Zira  $Q < 1$  için, f'nin alçak üsleri paydada büyümeye ve dolayısıyla kazancın düşmesine sebep olurlar. Böylece

$$|v|^* = v_0^2 / (1 + A_{2n} \Omega^{2n}) \text{ olur.}$$

$$|v|^2 = \frac{v_0^2}{1 + \Omega^{2n}} \text{ bulunur.} \quad (4)$$

Bir Butterworth filtresi gerçekleştirebilmek için, kazancının karesi verilen biçimde olan bir devre kurmak gereklidir. Devre analizinden ilk olarak, kazancın mutlak değer karesi |vp değİL, aksine kompleks kazanç v bulunur. Devreyi kolay tayin edebilmek için, [4] eşitliğine ait olan kompleks kazancın bilinmesi istenir. Bunun için şu genelleme yapılır :

$$v = v_0 / (1 + c_1 P + c_2 P^2 + \dots + c_n P^n) \quad (5)$$

$c_1, c_2, \dots, c_n$  pozitif reel katsayılarıdır. Bunların değerlerini bulmak için (5) eşitliğinin mutlak değeri bulunur ve (4) eşitliğiyle katsayı mukayesesi yapılır. Böylelikle elde olunan (5) eşitliğinin paydası Tablo 2'de Uk dördü görülen Butterworth polinomlarıdır.

1. dereceden Butterworth alçak geçirenin (1) eşitliğine ait frekans bağımlılığı olan pasif alçak geçiren olduğu görülmektedir. Daha yüksek Butterworth polinomlarının eşlenik.sıfır noktaları vardır. (2) eşitliğiyle yapılan karşılaştırmadan görüleceği gibi, bu tür payda polinomları pasif RC devreleriyle gerçekleştirilemezler. Bu

TABLO 2.  
Butterworth polinomları

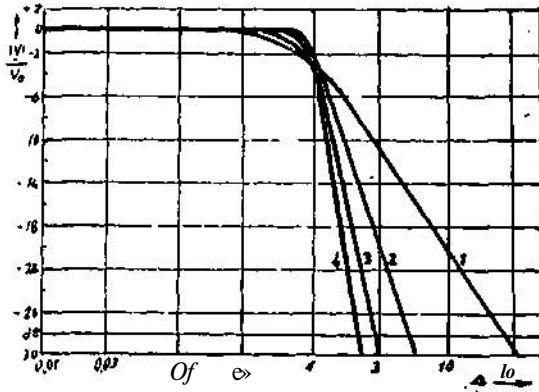
| n |   |
|---|---|
| 1 | 1 + P   |
| 2 | 1 + $\sqrt{2}$ P + P <sup>2</sup>   |
| 3 | 1 + 2P + 2F - J + P <sup>3</sup> = (H - P) (1 + P + P <sup>2</sup> )  |
| 4 | 1 + 2,613P + 3,414P <sup>2</sup> - 1 - 2,613P <sup>3</sup> - P <sup>4</sup> = (1 + 1,848P + P <sup>2</sup> ) (1 + 0,765P + P <sup>2</sup> ) |

$A_{2n}$  katsayısı, kazancın  $Q = 1$  için 3dB azalması standard koşulundan elde edilir Yani

$$v_n \sqrt{2} = v_0^2 / (1 + A_{2n}) \text{ ve buradan } A_{2n} = 1 \text{ olur.}$$

n. dereceden Butterworth alçak geçirenin kazancının mutlak değeri karesi olarak

nun için bilinen dezavantajlarıyla LRC devreleri ile aktif RC devreleri arasında bir seçim yapılabilir, Yüksek dereceli filtrelerin gerçekleştirilmesinde Tablo 2'de olduğu gibi polnomu çarpanlarına ayırmak faydalıdır Kazancın frekans bağımlılığı Şekil t'de verilmiştir.



Şekil 4. Buttenvorth alçak geçirenlerinin kazanç bağımlılıkları :

- 1 eğrisi : 1. derece için  
 2 » : 2. » »  
 3 » : 8. » »  
 4 » : 4. » »

### 3.2. Tschebyscheff alçak geçireni :

Şekil 2'de görüldüğü gibi Tschebyscheff filtrelerinde kazanç geçirenlik bölgesinde ortalama  $v_m$ 'e göre eğit genlikli bir dalgalanma gösterir. Belli bir bölgede sabit bir dalgalanma gösteren polinomlar  $T(x)$  Tschebyscheff polinomlarıdır. Bunların ilk dördü Tablo 3'de verilmiştir [3].  $0 \leq x \leq 1$  bölgesinde  $T(x)$  0 ile 1 arasında oynar.  $x > 1$  için  $T(x)$  monoton yükselir. Tschebyscheff polinomundan bir alçak geçiren eşitliği elde edebilmek için

$$|v|^2 = \frac{kv_0^2}{1 + \epsilon^2 T_n^2(x)} \quad (6)$$

konur.

TABLO 3.  
Tschebyscheff polinomları

| n |                            |
|---|----------------------------|
| 1 | $T_1(x) = X$               |
| 2 | $T_2(x) = 2x^2 - 1$        |
| 3 | $T_3(x) = 4x^3 - 3x$       |
| 4 | $T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 - 1$ |

TABLO 4.

Norimiize edilmiş Tschebyscheff polinomları

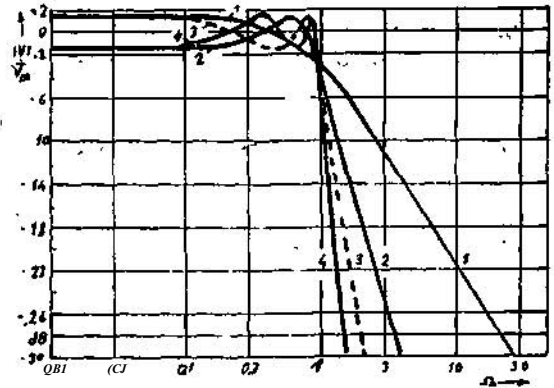
| n |  |
|---|--|
| 1 | $1 + 1.352P$   |
| 2 | $1 + 0.987P + 1.663P^2$  |
| 3 | $1 + 3.849P + 2.565P^2 + 4.464P^3 = (1 + 3.480P)(1 + 0.369P + 1.283P^2)$                       |
| 4 | $1 + 2.332P + 6.889P^2 + 3.494P^3 + 6.145P^4 = (1 + 2.140P + 5.323P^2)(1 + 0.192P + 1.154P^2)$ |

'ik sabiti  $x=0$  için  $|v|^2 = v_0^2$  olacak şekilde seçilir. Yani n'nin tek sayı olduğu hallerde  $k=1$  ve çift olduğu hallerde  $k=1+\epsilon^2$  olur.  $\epsilon$  çel faktörü dalgalanma için bir ölçüdür.

$$v_{\max}/v_{\min} = \sqrt{1+\epsilon^2}$$

dir.

Aşağıda  $\pm 1,5$  dB lik dalgalanana için hesaplanacaktır, yani  $v_{\max}/v_{\min} = \sqrt{2}$  dir, buradan  $\epsilon = 1$  çıkar. Tek dereceli filtrelerin böylelikle doğru gerilim kazancı  $v_0 = v_{\max} = v_{\min} < \sqrt{2}$  olur. Çift dereceli filtrelerde ise  $v_0 = v_{\min} = \sqrt{2}$  dir. Burada ortalama kazanç  $v_m = \sqrt{v_{\max} v_{\min}}$  dir. Yayınlar da sık sık  $x = \omega$  konur,  $\omega$  normalize edilmiş bir frekans olarak anlaşılmalıdır.  $\omega = 1$  için kazanç son defa  $v_{\min}$  değerini alır ve bundan sonra monoton azalır. Çeşitli filtre tiplerini daha iyi karşılaştırabilmek için, burada  $x = \omega$  alındı ve normasyon sabiti  $\omega$ , kazancın  $Q = X$  için  $y_m$  den 3dB daha az olacağı şekilde tayin edildi. Bütün filtreler için böylece  $\omega = \sqrt{a}$ ,  $\omega = \sqrt{a^*}$ , dır. Bu şekilde normalize edilmiş olan ve Şekil 5'de görülen kazancın frekans bağımlılığından tekrar kompleks kazanç hesaplandı. Biçimi (5) eşitliğindeki gibidir. Payda polinomları Tablo 4'te gösterilmiştir.



Şekil 5. Tschebyscheff alçak geçirenlerinin kazanç bağımlılıkları ( $\pm 1,5$  dB dalgalanma için):

- 1- eğrisi : 1. derece için  
 2 » : 2. » »  
 3 » : 3. » »  
 4 » : 4. » »

### S.8. Bessel alçak geçirgeni :

Buttenthorth ve Tsoebyscheff alçak geçirgenleri, daha önce gösterildiği gibi sıçrama davranışlarında önemli bir salınma göstermektedirler. Optimal kare biçimi davranışı, frekansa bağımlı olmayan gecikme zamanlı, yani frekansla orantılı faz kaymalı filtreler göstermektedir. Bu davranışa Bessel filtresi — arasıra Thomson filtresi diye de adlandırılır — ile en iyi şekilde yaklaşılır. Katsayıları elde etmek için (5) eşitliğinden gidilir ve faz kayması bulunur :

$$\varphi = - \arctg \frac{c_1 \Omega - c_3 \Omega^3 + \dots}{1 - c_2 \Omega^2 + c_4 \Omega^4 - \dots}$$

Sen açılımını ile

$y = k_1 n + k_2 f i^2 + k_3 \dots$  biçimi bulunur. Faz kaymasının frekansla orantılı olması koşulu

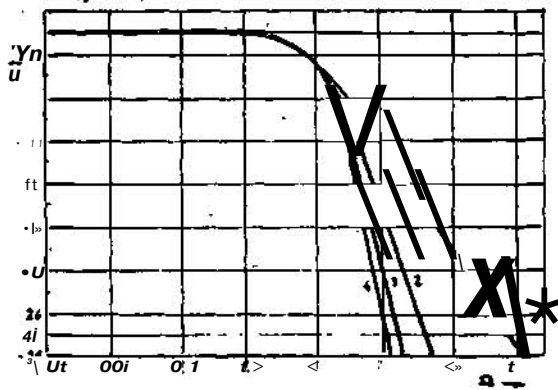
$$k_2 = k_3 = \dots = 0$$

dır.

Buradan  $c_1$ 'den  $c_n$ 'ye kadar katsayılar için lineer olmayan bir eşitlik sistemi bulunur. Çözümü Bessel polinomlarına götürür [4]. Frekansı ve genliği daha önceki bölümlerde olduğu gibi normalize edersek (5) eşitliği için Tablo 5'teki payda polinomları elde edilir. Buna ait kazanç frekans bağımlılığı Şekil 6'da görülmektedir.

TABLO 5.  
Normalize edilmiş Bessel polinomları

| n |  |
|---|--|
| 1 | 1 + P  |
| 2 | * 1 + 1,362P + 0,618P <sup>2</sup>   |
| 3 | 1 + 1,756P + 1,233P <sup>2</sup> + 0,361P <sup>3</sup> = 1 + 0,756P (1 + 1,000P + 0,477P <sup>2</sup> )  |
| 4 | 1 + 2,414P + 1,915P <sup>2</sup> + 0,900P <sup>3</sup> + 0,190P <sup>4</sup> = (1 + 1,340P + 0,489P <sup>2</sup> ) (1 + 0,774P + 0,389P <sup>2</sup> ) |



Şekil 6. Bessel alçak geçirgenlerinin kazanç bağımlılıklarını gösteren eğriler :  
1 eğrisi : 1. derece için  
2 » : 2. » »  
3 » : 3. » »  
4 » : 4. » »

### 4. Yüksek geçirgenler

Logaritmik bölümlü koordinatlarda kazanç frekans bağımlılığı eğrisinin sınır frekansına göre simetrisini almak suretiyle alçak geçirgen analog olan yüksek geçirgen eğrisi bulunur. Yani  $\omega$ , yerine  $1/\omega$  ve  $P$  yerine  $1/P$  koymak suretiyle alçak geçirgenen yüksek geçirgen geçilir. Sınır frekansı olduğu gibi kalır.

$v_0, v^*$ 'a ve (5) eşitliği

$$v = \frac{v_0 P^n}{P^n + c_1 P^{n-1} + c_2 P^{n-2} + \dots + c_n} \quad (7)$$

şekline dönüşür [7]

### 5. I lene I geçirgenler

Bir yüksek ve bir alçak geçirgen seri olarak bağlanırsa bir band geçirgen elde edilir. Frekans bağımlılığı tek tek frekans bağımlılıklarının çarpımlarına eşittir. Çıkış ve giriş dikliği, derece ve kullanılan yüksek ve alçak geçirgenlerin tipleri tayin eder.

### 6. Seçici filtre

Bir band geçirgende üst ve alt sınır frekansları üstüste çakıştınlırsa bir seçici filtre elde edilir, tik olarak en basit hal için, yani 1. dereceden deküple bir yüksek ve alçak geçirgenin

seri bağlantısı halini hesaplayalım. (5) ve (7) eşitliğinden

$$v = \frac{v_0 v_{\infty} P}{c_1 + (1 + c_1) P + c_1 P^2} = \frac{aP}{1 + bP + P^2} \quad (8)$$

bulunur.

Seçici filtrelerde rezonans frekansındaki kazanç ve kalite faktörü önemlidir. Rezonans frekansı için kazanç  $\%100$  yani  $P = j$  koymak suretiyle rahatça bulunur. (8) eşitliğinden

$$v_r = \frac{a}{b} \quad (9)$$

çıkılır.  $v_r$  reel okluğu için rezonans frekansındaki faz kayması sıfır olur.

Kalite faktörü hesabı için önce

$$|v| = v_r \sqrt{2^n}$$

kumulandan band genişliği tayin edilir (8) eşitliği ile  $Q$  için iki değer elde edilir :

$$iiv2 = \sqrt{\frac{2+b^2}{V} \pm \frac{b}{2} \sqrt{4-b^2}} \quad (10)$$

İlk bölümdeki tanımlamaya göre

$$Q = f/B = f/f_c - f_c = 1/\omega_1 - \omega_2, \text{ ddr.}$$

(10) eşitliğine koyup bazı işlemlerden sonra

$$Q = 1/b \quad (11)$$

bulunur.

(9) ve (11) eşitliğini (8) eşitliğine korsak,

$$\frac{v_r P}{Q} = \frac{1}{1 + \frac{1}{Q} P + P^2} \quad (12)$$

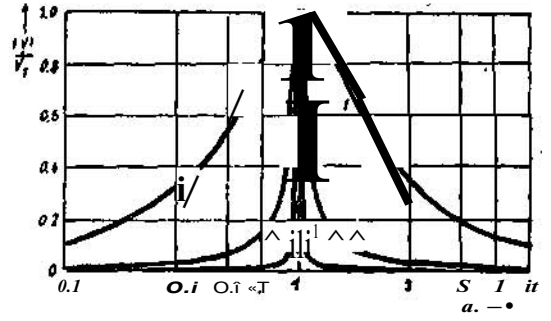
gibi basit bir sonuç bulunur.

Bu eşitlik, bir seçici filtrenin frekans bağımlılığından doğrudan doğruya bütün önemli büyüklüklerin okunmasını mümkün kılar. Pasif bir filtre için  $f_c = 1$ , (8) eşitliğine göre kalite faktörü  $Q = 1/2$  bulunur. Bu 1. dereceden pasif RC devreleriyle gerçekleştirilebilecek en büyük değerdir. Zira  $Q > 1/2$  için (12) eşitliğinin paydasının sıfır noktaları kompleks olur. Bu tür bir frekans bağımlılığı ise ancak LRC devreleriyle veya aktif devrelerle gerçekleştirilebilir. Yüksek ve alçak geçiren dekopple değilse, karşılıklı yüklenme dolayısıyla kalite faktörü kötüleşir. Bu devre biçimini Viyana - Köprüsü  $Q = 1/3$  kalite faktörü ile tipik olarak temsil eder [5].

Yüksek kaliteli selektif filtreler prensipte aktif veya pasif yüksek dereceli alçak ve yüksek geçirenleri seri bağlamak suretiyle gerçekleştirilebilir de bu metod devre tekniği bakımından çok karmaşık ve pahalıdır. Bu yüzden özel 1. dereceden aktif seçici filtreler geliştirilmişlerdir. Bunlarda (12) eşitliğindeki katsayılar serbestçe seçilebilir şekildedir. Bunlar vasıtasıyla 100 değerine kadar kalite faktörleri elde edilebilir. Bu tür devreler ayrıntılı olarak bu çalışmanın üçüncü kısmında ele alınacaktır. Şekil 7'de 1, 10, ve 100 kalite faktörlerine göre seçici bir filtrenin frekans bağımlılığı görülmektedir.

## 7. Band bastıran filtreler

Belirli bir frekansın selektif olarak bastırılması için rezonans frekansında kazancı sıfır olan ve daha alçak ve yüksek frekanslarda belirli bir değere çıkan bir filtreye ihtiyaç vardır. Seçicilik (selektivite) in tayini için bastırma kalitesi  $Q = f/B$  tanımlanır. Burada B, 3dB band genişliğidir.



Şekil 7. Selektif filtrelerin kazanç bağımlılıkları:

- 1 eğrisi :  $Q = 1$  için
- 2 » :  $Q = 10$  »
- 3 » :  $Q = 100$  »

Filtrenin kalitesi ne kadar büyükse, kazanç da o kadar dik olarak rezonans frekansı yakınında düşer.

En yaygın bilinen pasif band bastıran filtre «çift T- filtresi»dir [6]. Kazancının frekans bağımlılığı şöyledir :

$$\frac{v}{v_r} = \frac{1 + P^2}{1 + 4P + P^2} \quad (13)$$

Bu (8) eşitliğine analog olacak şekilde genellenir :

$$\frac{v}{v_r} = \frac{a(1 + P^2)}{1 + bP + P^2} \quad (14)$$

bulunur.

Görüldüğü gibi, kazanç  $f < f_c$  ve  $f > f_c$  yani  $P < j$  ve  $P > j$  için  $v_0 = a$  değerindedir,  $f = f_c$  için  $P = j$  olur, dolayısıyla  $v_0/f = 0$ 'dir. Bastırma kalitesinin hesaplanması için (14) eşitliğinin mutlak değeri bulunur ve  $v = a/V$  konur. Buradan normalize edilmiş, sınır frekansları için

$$n_{1,2} = \frac{b}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 4}$$

bulunur.

Bastırma kalitesi faktörü ise

$$Q = f/B = 1/\Omega_2 - \Omega_1 = 1/b$$

olur.

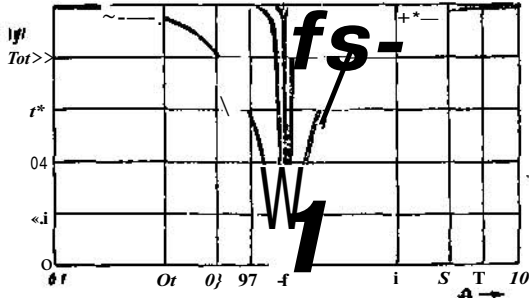
Bu (14) eşitliğine konularak

$$\frac{v}{v_r} = \frac{v_0(1 + P^2)}{1 + \frac{1}{Q}P + P^2} \quad (15)$$

elde edilir.

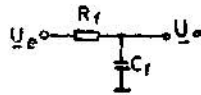
(13) eşitliğiyle karşılaştırınca, çift T - filtresinin bastırma kalitesinin  $Q = 1/4$  olduğu görülür.

Daha iyi kalite değeri elde etmek için, LRC veya daha iyisi  $v_0$  ve  $Q$ 'su serbest seçilebilen aktif filtreler kullanılabilir. Bu tür devreler de üçüncü bölümde anlatılacaktır. Şekil 8'de band bastıran filtrelerin 1,10 ve 100 bastırma kalite faktörü değerleri için, frekans bağımlılıkları verilmiştir.



Şekil 8. Band bastıran filtrelerin kazanç bağımlılıkları ( $Q$  bastırma kalite faktörü):

- 1 eğrisi :  $Q = 1$  için
- 2 » :  $Q = 10$  için
- 3 » :  $Q = 100$  için



Şekil 9. 1. dereceden alçak geçiren

## II. ALÇAK VE YÜKSEK GEÇİRGENLERİN YAPISI

### 1. Teorinin derlenmesi

Birinci kısımda gösterdiği gibi, alçak geçirenler şu biçimde bir frekans bağımlılığı göstermektedirler:

$$v = \frac{v_0}{(1+a_1P+a_2P^2)(1+b_1P+b_2P^2)} \dots \quad (16)$$

Burada  $v_0$  doğru akım kazancını ve  $P$  jormalize edilmiş kompleks frekansı, yani

$$P = P/\omega_s = j\omega/\omega_s = jf/f_s \text{ i gösterirler}$$

Filtrenin derecesi (16) eşitliğindeki paydanın açılmasıyla  $P$ 'nin meydana gelen en yüksek üsüdür.

Bu, frekans bağımlılığının asimptotik çıkışını  $-n$ . 20 dB/dekad değerinde tutar. Kazancın kalan değişimini her derece için filtre tipi belirler, önemlileri Butterworth, Tschetoysscheff ve Bessel filtreleridirler. Bunlar (16) eşitliğindeki  $a, to, \dots$  katsayıları vasıtasıyla birbirlerinden farklılaşırlar. Katsayıların değerleri 4 dereceye kadar Tablo 6'da verilmiştir. Hangi filtrenin elverişli olduğu, kullanım haline bağlıdır. Birinci bölümde çeşitli filtre tiplerinin özellikleri verilmiştir.

### 2. Birinci dereceden filtreler

Tab'lo 6'da görüldüğü gibi 1 dereceden alçak geçirenlerin reel bir kutbu vardır. Dolayısıyla Şekil 9'daki pasif RC alçak geçireni vasıtasıyla gerçekleştirilirler Yüksüz halde devrenin kompleks kazancı

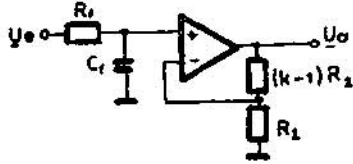
TABLO 6. Çeşitli frekans bağımlılıklarının katsayıları

| Derece | Kritik zayıflama            |       |       |       | Butterworth |        |       |       |       |
|--------|-----------------------------|-------|-------|-------|-------------|--------|-------|-------|-------|
|        | $a_1$                       | $a_2$ | $b_1$ | $b_2$ | $a_1$       | $a_2$  | $b_1$ | $b_2$ |       |
| 1      | 1,000                       | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 1,000       | 0,000  | 0,000 | 0,000 |       |
| 2      | 1,287                       | 0,414 | 0,000 | 0,000 | 1,414       | 1,000  | 0,000 | 0,000 |       |
| 3      | 0,510                       | 0,000 | 1,020 | 0,260 | 1,000       | 0,000  | 1,000 | 1,000 |       |
| 4      | 0,870                       | 0,189 | 0,870 | 0,189 | 1,848       | 1,000  | 0,756 | 1,000 |       |
| Derece | Tschetoysscheff!            |       |       |       |             | Bessel |       |       |       |
|        | $\pm 1,5$ dB dalgalanma ile |       |       |       |             | $v_0$  | $a_1$ | $a_2$ | $b_1$ |
| 1      | 1,352                       | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 1,189       | 1,000  | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 2      | 0,987                       | 1,663 | 0,000 | 0,000 | 0,841       | 3,362  | 0,618 | 0,000 | 0,000 |
| 3      | 3,480                       | 0,000 | 0,369 | 1,283 | 1,189       | 0,756  | 0,000 | 1,000 | 0,477 |
| 4      | 2,140                       | 5,323 | 0,192 | 1,154 | 0,841       | 1,340  | 0,489 | 0,774 | 0,389 |

$$v = \frac{1}{1 + P R_1 C_1} = \frac{1}{1 + P \omega_s R_1 C_1}$$

olur.

(16) eşitliği ile katsayıları karşılaştırmak suretiyle  $R_1 C_1 \geq a_j / 2 n f_j$  bulunur. Burada  $t_j$  istenen sınır frekansdır. Doğru akım kazancı  $v_0 = 1$  değerinde alınmıştır. Devrenin bir dezavantajı, filtre özelliklerinin yüklemde değişmesidir. Dolayısıyla kaide olarak bir empedans çevirici eklenmelidir. Gerilim kazancı  $k$  ise, doğru gerilim kazancını serbestçe seçme imkanı vardır, yani  $v_0 = k$  olur. Böyle bir devre Şekil 10'da görülmektedir. Analog yüksek geçirgeni elde etmek için, (16) eşitliğinde  $P$  yerine  $1/P$  konulmalıdır. Devrede bu,  $R$  ile  $C$ 'in yerlerini değiştirmek suretiyle çok basit tarzda gerçekleştirilir.

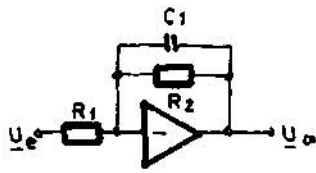


Şekil 10. Empedans çeviricili 1. dereceden alçak geçirgen

Daha basit 1. dereceden alçak ve yüksek geçirgenler, filtreyi İşlem (operasyon) amplifikatörünün negatif geri beslemesine almak suretiyle elde edilirler. Böyle bir alçak geçirgen Şekli 11'de görülmektedir. Kazancın frekans bağımlılığı

$$v = \frac{R_2/R_1}{1 + P \omega_s R_2 C_1}$$

olur.



Şekil 11. Çevirgen ampdifikatörtü 1. dereceden alçak geçirgen

Elemanların tayini için sınır frekansı, doğru akım kazancı  $v_0$  ve  $C_x$  kondansatörü verilir. Buradan (16) eşitliği ile katsayı karşılaştırmasından

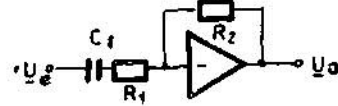
$$R_2 = \frac{a_1}{2\pi f_s C_1} \text{ ve } R_1 = \frac{a_1}{2\pi f_s C_1 v_0}$$

bulunur.

Devrenin, her çevirgen amplifikatör gibi,  $v_0 < 0$  bir kazancı olduğu görülmektedir.

Şekil 12 analog yüksek geçirgeni vermektedir. Frekans bağımlılığı Şöyledir:

$$v = \frac{R_2/R_1}{1 + \frac{1}{P} \cdot \frac{1}{\omega_s R_1 C_1}}$$



Şekil 12. Çevirgen amplifikatörlü 1. dereceden yüksek geçirgen

(16) eşitliğine  $P$  yerine  $1/P$  korsak, katsayı karşılaştırmasından

$$R_1 = \frac{1}{2\pi f_s a_1 C_1} \text{ ve } R_2 = \frac{-v_0}{2\pi f_s a_1 C_1}$$

bulunur.

### 3. İkinci dereceden filtreler

#### 3.1. LBC filtresi :

Tablo 6'da görüldüğü gibi, İkinci ve daha yüksek dereceden optimalize edilmiş frekans bağımlılıklarının eşlenik kompleks kutupları vardır. Birinci kısımda bu tür frekans bağımlılıklarının pasif RC devreleriyle gerçekleştirilemeyeceği gösterilmişti. Bunları elde etmenin bir yolu, Şekil 13'teki örnekte görüldüğü gibi endüktivite kullanılmasıdır. Bu devrenin frekans bağımlılığı

$$v = \frac{1}{1 + P \omega_s RC + P^2 \omega_s^2 LC}$$

ür.



Şekil 13. 2. dereceden pasif alçak geçirgen

(16) eşitliği ile katsayı karşılaştırmasından

$$R = \frac{1}{2\pi f_s C} \text{ ve } L = \frac{1}{4\pi^2 f_s^2 C}$$

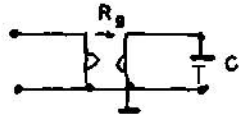
bulunur.

2. dereceden bir Butterworth alçak geçirgeni için Tablo 6'dan katsayılar,  $a_1 = 1,414$  ve  $a_2 = 1,000$  alınır,  $f = 10$  Hz verildiği takdirde ve  $C = 10^{-8}$  F için,  $R = 2,25$  k(J ve  $L = 25,3$  H olur. Endüktivitenin büyüklüğü dolayısıyla böyle bir filtrenin gerçekleştirilebilmesi olağanüstü zordur.

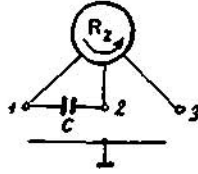


### 3.2. Jirator ve sirkulator filtreleri :

Endüktivitelerin kullanılmasından, bunları aktif RC devreleriyle simule etmek suretiyle vazgeçilebilir. Tek taraflı topraklanmış bir endüktivitenin elde edilmesi için Şekil U'teki jirator devresi elverişlidir. Boş uçlarda kaybı olmayan.  $H_n=RfO$  büyüklüğünde bir endüktivite mevcuttur [9, 10]. Topraklanmış endüktivite-lerin gerçekleştirilmesi için Şekil İpteki sirkulator devresi elverişlidir [11, 12]. 1 ve 3 irtibatları arasında  $L = R^2C$  endüktivitesi meydana gelir. Bu yolla İÖCKM'H ve daha büyük endüktivite-ler elde edilebilir. Devre tekniği itibarıyla kullanılacak malzeme oldukça fazladır. Bir giratorü yapabilmek için iki, sirkulator içinse üç işlem amplifikatörü gereklidir.



Şekil 14. Topraklı endüktivitelerin simülasyonu için Jirator

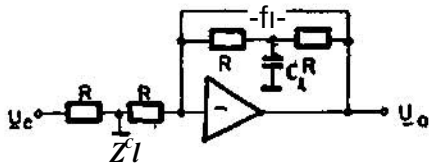


Şekil 15. Topraksız endüktivite-lerin simülasyonu için sirkulator

Bu yüzden, ikinci dereceden bir filtre için yalnızca bir işlem amplifikatörü olan daha basit devreler bulunmasına çalışılmıştır, özel RC geri beslemeleri yoluyla optimize frekans bağımlılıklarını, endüktivite-leri simule etmekten vazgeçerek elde etmek mümkündür. Son zamanlarda üç metod özellikle elverişli olarak görülmektedir. Bunlar «tek negatif geri besleme», «çoklu negatif geri besleme» ve «tek pozitif geri besleme» dirler.

### 3.3. Tek negatif geri beslemeli filtreler :

Şekil 16'daki İkinci dereceden alçak geçiren, bir RC devresiyle küple bir işlemi amplifikatöründen ibarettir [13]. Kazancı



Şekil 16. Negatif tek geri beslemeli aktif alçak geçiren

$$\underline{v} = \frac{1}{1 + 2pRC_1 + p^2R^2C_1C_2} \quad \text{dir.}$$

(16) eşitliği ile katsayı karşılaştırılmasından

$$\begin{aligned} \underline{v}_0 &= -1 \\ a_1 &= 2\omega_s RC_1 \\ a^2 &= \omega_s^2 R^2 C_1 C_2 \end{aligned} \quad \text{bulunur.}$$

Doğru akım kazancı  $-1$ 'dir.

$a_1$  ve  $a^2$  katsayılarının değerleri Tablo 1'den istenen filtre tipi için alınır. Devrenin, elemanlarının tesbiti için, bir eleman seçilerek, diğer ikisi hesaplanabilir, örneğin R'nin değeri verilirse,

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{a_1}{4\pi f_s R} \\ C_2 &= \frac{a_2}{\pi^2 f_s^2 R a_1} \end{aligned}$$

bulunur.

Burada  $f_s$  filtrenin istenen sınır frekansdır. Eleman değerlerinin  $a^2$  ve  $a_1$ 'nin bütün pozitif değerleri için mümkün olduğu görülmektedir. Dolayısıyla bütün filtre tipleri bu devre ile gerçekleştirilebilirler.

İstenen frekans bağımlılıklarını elde etmek için, elemanların toleransları çok büyük olmalıdır. Toleransları % 1 veya daha az olan direnç ve kondansatörlerle memnun edici sonuçlar elde edilirler.

### 3.4. Çoklu negatif geri beslemeli filtreler :

Daha az elemana ihtiyacı olan aktif bir alçak geçiren Şekil 17'de görülmektedir. Kazancı

$$\underline{v} = \frac{1}{1 + 3pRC_1 + p^2R^2C_1C_2} = \frac{1}{1 + 3P_{\omega_s} RC_1 + P_{\omega_s}^2 R^2 C_1 C_2} \quad \text{dir.}$$

Elemanların değerlerinin tayini yine (16) eşitliği ile katsayı karşılaştırılması yoluyla olur. Devrenin doğru akım kazancı  $-1$ 'dir. R'in verilmesiyle

$$\begin{aligned} C_1 &= a_1 / 6\pi f_s R \\ \text{ve } C_2 &= \frac{3a_2}{2\pi^2 f_s^2 R a_1} \end{aligned}$$

bulunur.

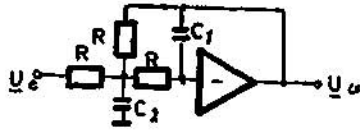
Görüldüğü gibi, bu devre daha az eleman ihtiyacına rağmen tek negatif geri beslemeli filtrenin yaptığı görevi yapmaktadır.

### 3.5. Tek pozitif geri beslemeli filtreler :

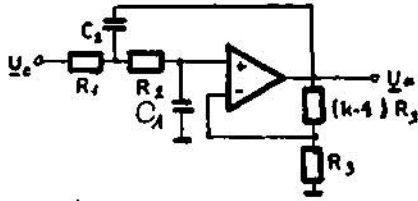
Aktif filtreler pozitif geri beslemeli amplifikatörler vasıtasıyla da gerçekleştirilebilir. Ama kazanç için bir negatif geri besleme yoluyla kesin olarak elde edilmiş bir değerde tutulmalıdır (controlled source). Şekil 18'deki  $R_3$ ,  $(k-1) R_3$  gerilim bölücüsü bu negatif geri beslemeyi temin eder ve iç kazancı  $k$  değerine ayarlar. Pozitif geri besleme  $C_2$  kondansatörü üzerinden yapılır. Kazanç için

$$\underline{v} = \frac{k}{1 + P_{\omega_s} [R_1 C_1 + R_2 C_2 + (1-k) R_1 C_2] + PVRAC \cdot CS_1}$$

bulunur.



Şekil 17. Negatif çoklu geri beslemeli aktif alçak geçiren



Şekil 18. Tek pozitif geri beslemeli aktif alçak geçiren

Eleman değerlerinin tayini, daha önceki devrelerde olduğu gibi önceden bazı özelleşmeler yapılarak kolaylaştırılabilir. Mümkün olan bir özelleşme kazanca  $k=1$  olarak seçmektedir. Böylece  $(k-1) R_3 = 0$  olur ve her iki  $R_3$  direncide düşer. Bu tür tam negatif geri beslemeli işlem amplifikatörleri entegre olarak vardır. Çoğunlukla basit bir ampedans çevircisi, örneğin bir komplementer Darlington devresi yeterlidir. Ayrıca  $R_1 = R_2 = R$  yapılırsa kazanç için

$$\underline{v} = \frac{1}{1 + 2P_{\omega_s} RC_1 + P_{\omega_s}^2 R^2 C_1 C_2}$$

çıkır.

(16) eşitliği ile katsayı karşılaştırması yoluyla

$$\begin{aligned} \underline{v}_0 &= 1, \\ C_1 &= \frac{a_1}{4\pi f_s R}, \\ C_2 &= \frac{a_2}{\pi f_s R a_1} \end{aligned}$$

bulunur.

30

Bunlar tek negatif geri beslemeli devredeki ilişkilerin aynısıdır. Sadece iki direnç, iki kondansatör ve basit tek bir ampedans çevirci gerektiği için bu devre aktif filtrelerin gerçekleştirilmesi için en basit yoldur. Diğer ilginç bir özelleşme, yalnızca eşit dirençler değil eşit kondansatörler de kullanmak, yani  $R_1 = R_2 = R$  ve  $C_1 = C_2 = C$  seçmek suretiyle yapılır. Çeşitli filtre tiplerini gerçekleştirmek için bu kez iç kazanç  $k$ 'yi değiştirmek mecburidir. Kazanç için

$$\underline{v} = \frac{k}{1 + P_{\omega_s} RC(3-k) + P_{\omega_s}^2 R^2 C^2}$$

bulunur.

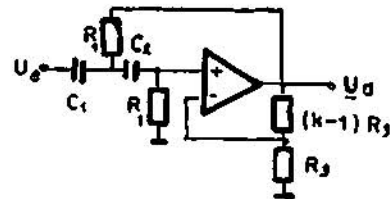
(16) eşitliğiyle katsayı karşılaştırmasından

$$RC = \frac{\overline{V_a}}{\text{Sif}_s}, \quad k = V_0 = 3 \frac{a_1}{\overline{V_a}}$$

çıkır.

Görüldüğü gibi kazanç  $k$  yalnız  $a_1$  ve  $a_2$ 'ye bağlı olup,  $f_s$ 'den bağımsızdır,  $k$ 'nin değeri dolayısıyla filtre tipini tayin eder. Tablo 6'da verilen ikinci dereceli filtre katsayıları yerlerine konularsa Tablo 7'de verilen  $k$  değerleri elde edilirler,  $k=3$  için devre  $f = 1/2\pi RC$  frekansında kendiliğinden sahnima geçer. İç kazancın,  $k=3$  değerine yaklaştıkça ayarlanmasının gitgide zorlaştığı görülmektedir. Dolayısıyla, özellikle Tscheybscheff filtresinde tam bir ayarlama gereklidir. Bu daha önceki filtreler göre belirli bir dezavantajdır, önemli bir avantaj ise, filtre tipinin  $R$  ve  $C$ 'ye bağlı olmayıp, doğrudan doğruya  $k$  tarafından tayin edilmesindedir. Dolayısıyla bu filtrede sınır frekansı, örneğin Şekil 18'deki her iki eşit  $R_1$  ve  $R_2$  direnci için bir çift potansiyometre vasıtasıyla, son derece basit bir şekilde değiştirilebilir.

Anlatılan alçak geçirenler, yüksek geçiren filtreler, dirençler ile kondansatörlerin yerlerini değiştirmek yoluyla dönüşürler. Bu tek aynı yönde beslemeli filtrelerde özellikle iyi elde edilir. Şekil 19'da Şekil 18'e analog olan yüksek geçiren görülmektedir. Devrenin kazancı



Şekil 19. Tek pozitif geri beslemeli aktif yüksek geçiren

$$v = \frac{k}{1 + \frac{1}{P} \cdot \frac{R_2(C_1 + C_2) + R_1 C_2(1-k)}{R_1 R_2 C_1 C_2 \omega_s} + \frac{1}{P^2} \cdot \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2 \omega_s^2}} \quad \text{dir.}$$

$k = 1$  ve  $C_1 = C_2 = C$  özelleme elemanların tayinini yine kolaylaştırılmaktadır. (16) eşitliğinde  $P$  yerine  $1/P$  konursa uygun yüksek geçirgenin frekans bağımlılığı bulunur. Katsayı karşılaştırmasından

$$v_\infty = 1, \quad R_1 = 1/\pi f_s C a_1, \quad R_2 = \frac{a_1}{4, r f_s C a_2}$$

elde edilir.  $a_1$  ve  $a_2$  katsayıları yine Tablo 6'dan alınır. Meydana gelen frekans (bağımlılıkları, logaritmik tasarımlamada sınır frekansına göre simetrisi alınmış olan alçak geçirenlerinkine eşitler.

Alçak geçirgende yapılmış olan  $B^* = R_2 = R$  ve  $C_1 = C_2 = C$  özelleme yüksek geçiren filtrede de kullanılabilir. Katsayı karşılaştırılmasından

$$RC = \frac{1}{2\pi f_s \sqrt{a_2}} \quad \text{ve} \quad k = v_\infty = 3 \frac{a_1}{a_2}$$

bulunur.

#### 4. Yüksek dereceli filtreler

Filtre karakteristikleri yeterince keskin dillerse, yüksek dereceli filtreler kullanılmalıdır. Bunun için birinci ve ikinci dereceden filtre seri bağlanırlar. Burada frekans bağımlılıkları çarpılırlar. Ama, iki 2. dereceden Butterworth filtresini, 4. dereceden bir Butterworth filtresi elde etmek için seri bağlamak yanlıştır. Meydana, gelen filtrenin değişik bir sınır frekansa ve filtre karakteristiği olacaktır. Bunun için tek tek filtrelerin katsayıları öyle ayarlanmalıdır ki, frekans bağımlılıklarının çarpımı yine istenen optimize filtre tipini vermeli.

Tek tek filtrelerin elemanlarının tayininin kolaylaştırılması için, birinci kısımda verilen polinomlar çarpanlarına ayrılırlar. Birinci çarpanın katsayıları  $a_1$  ve  $a^*$  ve ikinci çarpanın katsayıları  $b_1$  ve  $b_2$  Tablo 7'de verilmiştir. Her çarpan anlatılan birinci veya ikinci dereceden filtreler vasıtasıyla gerçekleştirilebilir. Tek tek filtrelerin, alçak dereceden filtrelere göre tama-

men değişik katsayılarla sahip oldukları görülmektedir. Devrelerin elemanlarının tayini için verilen formüllere, toplam filtrenin istenen Bİ-nir frekansı konulur. Tablo 6'dan görüleceği gibi, tek tek filtreler değişik olarak tayin edilmelidirler. Prensipte olarak, hangi filtrenin önce, hangisinin de ikinci olarak konulacağı farketmez. Fakat pratikte, kazancı düşen alçak geçiren ilk olarak koymak elverişlidir. Aksi takdirde, ikinci filtrenin çıkışı daha tam sürülmeden, birinci filtre ağırlı sürülmüş olacaktır. Bu çıkış noktası Tablo 6'nın düzenlenmesinde göz önüne alınmıştır, tik filtre için  $a_1$  ve ikinci filtre için  $b_1$  katsayıları alınmalıdır. Elemanların tesbiti, üçüncü dereceden bir Butterworth filtresinde gösterilecektir. Bu Şekil 10'daki 1. dereceden alçak geçiren ve Şekil 18'deki ikinci dereceden alçak geçirenle gerçekleştirilecektir. Burada  $k_1 = k_2 = 1$  seçilmiştir. Böylelikle doğru gerilim kazancı 1 olarak tayin edilmiştir. Sınır frekansı 100 Hz ve  $R_{o1} = R_{b1} = R_{b2} = 10 \text{ k}\Omega$  olarak verilmiş olsun. Verilmiş olan formüller ve Tablo 1'in katsayılarıyla

$$C_{b1} = \frac{a_1}{2\pi f_s R} = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot 10 \text{ k}\Omega} = 159 \text{ nF,}$$

$$C_{b2} = \frac{b_1}{4, r f_s R} = \frac{1}{4s \cdot 100 \text{ Hz} \cdot 10 \text{ k}\Omega} = 79,6 \text{ nF.}$$

$$C_{b2} = \frac{b_2}{\pi f_s R b_2} = \frac{1}{\pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot 10 \text{ k}\Omega \cdot 1} = 318 \text{ nF}$$

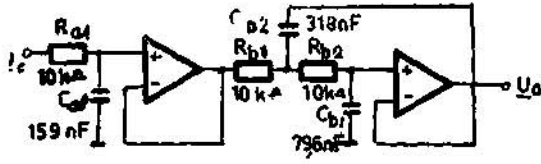
bulunur.

Üçüncü dereceden filtreler için, birinci işlem amplifikatörünün tasarrufu mümkündür. Böylelikle ikinci dereceden filtreye Şekil 9'daki basit alçak geçiren bağlanmış olmaktadır. Fakat filtrelerin karşılıklı yüklemeleri dolayısıyla, aekuple haline nazaran önemli zorluklar gösteren değişik bir eleman tayinlemesi gerekecektir. Bu tür filtrelerin eleman tesbitleri, üçüncü dereceden çok negatif geri beslemeliler için [14]'de tek negatif geri beslemeliler için [15]'de tabelalanmışlardır. Şekil 21, Şekil 20'deki devrenin karakterlerinin aynısını havi bir devreyi göstermektedir.

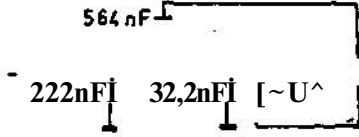
TABU) 7.

Tek pozitif geri beslemede iç kazanc

| Tip | Kritik | Bessel | Butterworth | Tschebysoheff | Zayıflamasız |
|-----|--------|--------|-------------|---------------|--------------|
| k   | 1,000  | 1,267  | 1,586       | 2,482         | 3,000 •      |



Şekil 20. S. dereceden Buttenworth alçak geçirgeni : Şuur frekansı  $f_c = 100$  Hz



Şekil 21. 3. dereceden basitleştirilmiş Butterworth alçak geçirgeni : Snur frekansı  $f_M = 100$  Hz

Böylelikle tek dereceli filtrelerde, 1. derecedeki filtreyi ikinci dereceden bir filtreye katarak üçüncü dereceden bir filtrenin, bir işlem amplifikatörünü tasarruf ederek elde edilebileceği görülmektedir. Çift dereceli filtrelerde bu katma olamaz, bunlarda  $n/2$  işlem amplifikatörüne ihtiyaç vardır.

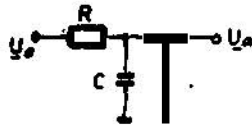
#### m. SEÇTİCİ FİLTRELERİN YAPISI

##### 1. LBC filtresi

Selektif filtreleri gerçekleştirmenin geleneksel metodu salınım devreleri kullanmaktır. Şekil 22'de böyle bir devre görülmektedir. Kazancı

$$K = \frac{L}{R} \pm \frac{P}{R} \cdot X$$

dır



Şekil 22. Seçici JJBO filtresi

ve ikinci bölümde olduğu gibi normalleştirilmiş kompleks frekans

$$P = \frac{L}{R} = j \frac{\omega L}{R} = j \Omega$$

ve  $\omega_r = 1/\sqrt{LC}$  rezonans frekansı ile

$$v = \frac{d/R}{1 - H1/R} \cdot \frac{\sqrt{\frac{E}{C}} \cdot P}{\frac{L}{R} \cdot P + P^2} \quad (17)$$

bulunur.

Bu çalışmanın birinci bölümünde, bir seçici filtrenin genel olarak kazancının

$$v = \frac{P}{1 + P + P^2} \quad (18)$$

olduğunu gördük. Burada  $v_r$  rezonans frekansındaki kazanç ve  $f^2/B$  filtrenin kalite faktörüdür. (17) eşitliği ile katsayı  $k = U_r$  masından

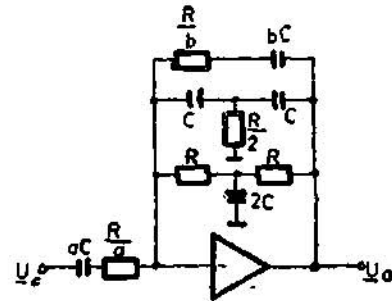
$Q = R \sqrt{C/L}$  ve  $v_r = 1$  bulunur.

Yüksek frekans sahasında ihtiyaç duyulan endüktiviteler az kayıplarla gerçekleştirilebilirler. Alçak frekans sahasında ise endüktiviteler çok büyürlere ve kötü elektriksel özelliklere sahip olurlar, örneğin Şekil 22'deki devre ile  $f_c = 100$  Hz rezonans frekansında bir filtre yapılmak istenirse,  $C = 10 \mu F$ 'ük bir kondansatör ve  $L = 25,3$  H'lık bir endüktivite gereklidir. İkinci bölümdeki alçak ve yüksek geçirenlerde olduğu gibi, bu tür endüktiviteler jirator ve sirkulator devreleri yardımıyla bir kondansatör vasıtasıyla stmule edilebilirler. Bu metod seçici filtrelerde de devre tekniği bakımından relatif karmalıktır.

(18) eşitliğindeki frekans bağımlılığının, doğrudan doğruya bir işlem amplifikatörünün RC geri beslemesi yoluyla elde edilmesi daha elverişlidir. Alçak ve yüksek geçirenlerde olduğu gibi üç ana geri besleme çeşidi ayırdedilebilir. Bunlar : «tek negatif geri besleme», «çoklu negatif geri besleme» ve «tek pozitif geri besleme» dirler :

##### 2. Tek negatif geri beslemeli filtreler

Tek negatif geri beslemeli filtrelerin bir ön devresi ve bir de negatif geri besleme devresi vardır. Şekil 23'deki devrede R/a, aCden müteekkil RC devresi ise bir alçak geçirgendir. Filtre karakteristiğini keskinleştirmek için ayrıca nega-



Şekil 23. Negatif tek geri beslemeli seçici filtre

tif geri beslemeye bir çift T filtresi konmuştur. Keskinleştirme, çift T filtresinin, rezonans frekansında negatif geri beslemeye hiç katkısı olmaması, fakat diğer frekanslarda kuvvetli olarak negatif geri beslemeyi desteklemesiyle meydana gelmektedir.

Devrenin kazancı için

$$v = \frac{2a RCp}{1+2bRCp+R^2C^2p^2}$$

bulunur.

$$f_r = \frac{1}{2\pi RC} \text{--- rezonans frekansı ile nonmalle}$$

edilmiş biçimde

$$v = \frac{2a P}{1+2bP+F^2}$$

olur.

(2) eşitliği ile katsayı karşılaştırması yoluyla  $Q = 1/2b$ ,  $f_r = a/b$  bulunur.

Görüldüğü gibi rezonans frekansı, kalite faktörü ve rezonans frekansındaki kazanç serbestçe tayin edilebilirler.

Elemanlar itibarıyla yükümlenme oldukça yüksektir. Fakat, dar toleranslı ve ısı kompanzasyonlu çift T filtrelerinin piyasada hazır olarak bulunması elverişlidir. Dar toleranslar, devre aksi takdirde kendiliğinden salınım geçebileceğinden dolayı yüksek kalite faktörü telde etmek için önemlidirler.

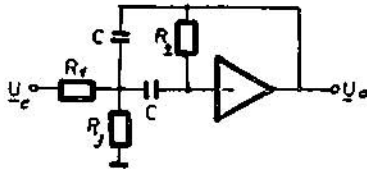
$R/b$ ,  $bC$  RC ünitesinden, çift T filtresinin simetrik olmayacak şekilde tesbiti pahasına vazgeçilebilir. Bu tür çakışmayan çift T filtresi tabiatıyla seri imalat halinde yoktur. Elemanların tayini de bu oranda güçtür. Bu [17]'de gösterilmiştir.

### 3. Çoklu negatif geri beslemeli filtreler

Şekil 24'deki çoklu karşı beslemeli filtrede daha az elemana ihtiyaç vardır. Devrenin kazancı

$$v = \frac{\frac{R_2 R_3}{R_1 + R_3} C^2 P^2}{1 + \frac{2R_1 R_3}{R_1 + R_3} C^2 P + \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_3} C^2 P^2}$$

bulunur.



Şekil 24. Çoklu negatif geri beslemeli seçici filtre

(18) eşitliğiyle karşılaştırmadan da görüleceği gibi ps'nin katsayısının l'e eşit olması şarttır.

Bu durumda rezonans frekansı

$$f_r = \frac{1}{\sqrt{R_1 + R_3}} \quad (19)$$

olur.

Bu bağıntı frekans bağımlılığına konur ve diğer katsayılar (18) eşitliği ile karşılaştırılırsa

$$f_r = \frac{R}{2R_3} \quad (20)$$

$$\text{ve } Q = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 R_3} = ir R_2 C f_r \quad (21)$$

sonuçları çıkar.

Görüldüğü gibi yine kazanç, kalite ve rezonans frekansı serbestçe seçilebilirler.

$R_3$  direnci kaldırılırsa,  $v_r$  Q'ya bağımlı olur: Yani  $|v_r| = 2Q^2$  dir.

Devrenin ring kazancının l'e göre büyük olması için, işlem amplifikatörünün yüksüz kazancının  $2Q^2$ 'ye göre büyük olması gereklidir.

$U_3$  direnci ile düşük  $v_r$  kazancı halinde de yüksek kalite faktörleri elde edilebilirler.

'Şekil 24'ten anlaşılacağı gibi, düşük kazanç hali sadece giriş sinyalinin  $R_1, R_3$  gerilim bölücüsünde zayıflatılmış olmasından dolayı meydana gelir. Dolayısıyla işlem amplifikatörü bu durumda da  $2Q^2$ 'ye göre büyük sayılabilecek bir yüksüz hal kazancına sahip olmalıdır. Bu koşul işlem amplifikatörünün seçiminde gözönüne alınmalıdır.

Devrenin tayinini bir sayısal örnekle gösterelim : Bir selektif filtresinin rezonans frekansı  $f_r = 10$  Hz ve kalitesi  $Q = 100$  olsun. Sınır frekansları böylece takriben 9,95 Hz ve 10,05 Hz değerlerindedirler. Rezonans frekansındaki kazanç  $v_r = -10$  olsun. Şimdi büyüklüklerden biri serbest seçilebilir, örneğin  $C = 1 \mu F$  olsun. Diğer büyüklükleri hesaplayalım. Ek önce (21) eşitliğinden

$$R_2 = \frac{Q}{f_r C} = 3,18 \text{ M}\Omega$$

bulunur. Böylelikle (20) eşitliğinden

$$R_1 = \frac{R_2}{2v_r} = 159 \text{ k}\Omega$$

çıkarak (19) eşitliğinden  $R_3$  direnci için

$$R_3 = \frac{R_1}{C^2 R_1 R_2 - 1} = 79,6 \Omega$$

bulunur.

İşlem amplifikatörünün yüksüz hal kazancı, rezonans frekansında  $2Q^2 = 20000$ 'e göre büyük olmalıdır.

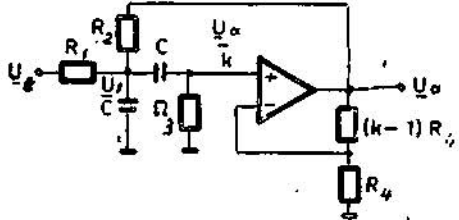
Devre, değerlerin tam doğru olarak tesbit edilmemesi halinde rezonans frekansında kendiliğinden salınma geçmediğinden elverişlidir, öngart tabiatıyla işlem amplifikatörünün faz kompensasyonunun doğru yapılmasındadır. Aksi halde yüksek frekanslı salınımlar meydana gelir.

#### 4. Tek pozitif geri beslemeli filtreler

Seçici filtrelerin üçüncü gerçekleştirme yolu Şekil 25'teki gibi tek pozitif geri beslemeli filtrelerdir.  $R_1$  ve  $(k-1)R_1$  dirençleri üzerinden iç negatif geri besleme yoluyla iç kazanç  $k$  değerine sabitlenmiştir. Pozitif geri besleme  $R_1$  direnci üzerinden yapılır. Filtrenin kazancı

$$v = \frac{kR_2R_3C\omega_r P}{R_1+R_2} \cdot \frac{C\omega_r}{R_1+R_2} P + \frac{R_1R_2R_3C^2\omega_r^2}{R_1+R_2} P^2$$

olur.



Şekil 25. Tek pozitif geri beslemeli seçici filtre

önemli bir basitleştirme  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$  özelleştirilmesiyle yapılır. Böylece

$$v = \frac{1}{2} \frac{kRC\omega_r P}{1 + \frac{1}{2} RC\omega_r(4-k)P + \frac{1}{2} R^2C^2\omega_r^2 P^2}$$

bulunur.

(18) eşitliği ile katsayı karşılaştırmasından

$$f_r = \frac{1}{\pi RC\sqrt{2}}$$

$$v_{r1} = \frac{k}{4-k}$$

$$Q = \frac{\sqrt{2}}{4-k}$$

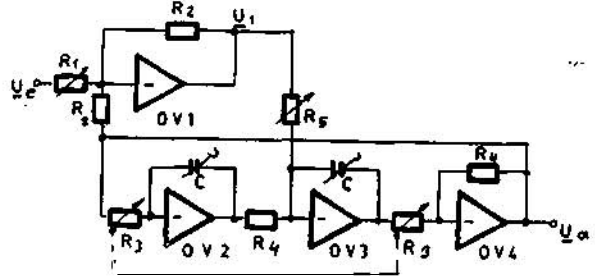
çıkır.

Bu tür değer tesbitinde  $Q$  ve  $v_r$  artık birbirlerinden bağımsız seçilemezler. Elverişli tarafı ise,  $k$ 'yı değiştirmek suretiyle kalite faktörünün, rezonans frekansı değişmeden değiştirilebilmesidir.

$k = 4$  için kazanç sonsuza gider, yani zayıflamayan bir salınım meydana gelir. Dolayısıyla iç kazanç  $k$ 'nın ayarı, 14 değerine yaklaşıldığı ölçüde kırıltıkışır.

#### 5. Ayarlanabilir filtre

Bazı kullanım halleri için rezonans frekansı, kalite faktörünü ve rezonans frekansındaki kazancı birbirinden bağımsız olarak ayarlayabilme olanağı önemlidir. Şekil 26'daki devrede, bu öncekinden farklı olarak mümkündür.



Şekil 26. Ayarlanabilir filtre. Bu devre OV4 çıkışının kullanılması halinde seçici filtre olarak, OV1 çıkışının  $kU_{\alpha}$  kullanılması halinde ise band bastırıcı filtre olarak sataşır.

Devrenin temel kasarımı 2 dereceden bir salınım diferansiyel eşitliği programlamaktadır. Bunu her iki OV2 ve OV3 entegratörü ile çevirici amplifikatör OV4 sağlamaktadır. Rezonans frekansı  $R_3$  çift potansiyometresi ile ayarlanır. Ayrıca her iki C kondansatörü de basamak basamak ayarlanabilir. OV1 amplifikatörü salınımı zayıflatmaya ve sinyal vermeye yarar. Filtrenin değerleri yine kompleks kazanç

$$v = \frac{-R_2R_3R_4}{R_1R_5} C_{\omega_r} P + \frac{R_3R_4}{C_{\omega_r} P + R_3^2 C^2 \omega_r^2 P^2}$$

den bulunur.

(18) eşitliğiyle katsayı karşılaştırmasından

$$f_r = \frac{1}{2\pi R_3 C}$$

$$v_r = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$Q = \frac{R_4}{R_1}$$

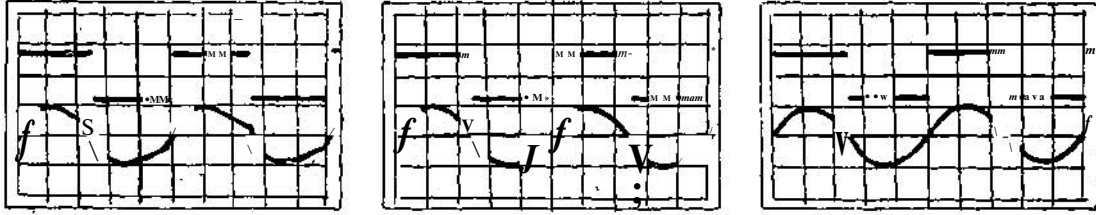
bulunur.

Görüldüğü gibi /rezonans frekansı yalnızca  $R_3C$  çarpımıyla tayin edilmiştir. Bu büyüklükler  $v_r$  ve  $Q$  bağıntılarında olmadıklarından, frekansın  $v_r$  ve  $Q$ 'ya tesir etmeyen bir değişimi mümkündür. Bu her iki büyüklük birbirlerinden bağımsız olarak, değişken  $R_1$  veya  $R_3$  dirençleriyle ayarlanabilirler.

Açık frekanslarda  $R_3$  direnci oldukça büyükür. O zaman, değişken  $R_3$  dirençlerini, önlerine gerilim bölücüler konmuş sabit dirençler

haline getirmek daha elverişli olabilir. Gerilim bölücüler sabit dirençlere nazaran alçak omajlı yapırlar. Aynı durum  $R_2$  ve  $R_3$  içinde geçerlidir.

Filtrenin çalışması Şekil 27'de iyi bir şekilde görülmektedir. Kara dalga biçimindeki giriş gerilimi hepsinde üst kısımdadır. Filtrenin rezonans frekansı (100 Hz)'lik ana dalgaya göre ayarlanmıştır. Çıkış gerilimlerinin 1, 10 ve 100 kalite faktörlerine göre ossilogramları alınmıştır. 10 kalite değeri için  $Q$  değeri  $Q=10$  geriliminin armonikleri artık pek görülememektedir.

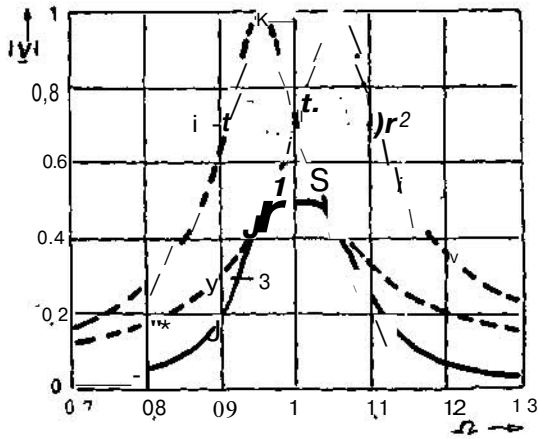


Şekil 27. 'Bir kare dalga salınmanın selektif olarak filtrelenmesi :

- $Q = 1$
- $Q = 10$
- $Q = 100$

#### 6. Band geçiren filtre

Seçici bir (filtrenin kalite faktörü ne kadar yüksek olursa rezonans eğrisi o denli sivrileşir. Bununla beraber, bir band geçiren filtre karakteristiği gösteren filtreler de gerekebilir. Yani kazanç, kalite faktörü yüksek bir filtrede olduğu gibi çok dik düğmeli ve artabilmeli, fakat rezonans frekansı yakınlarında uzun bir sahaya boyunca sabit kalabilmelidir. Bir tür bir kazanç değişimi, rezonans frekansları birbirlerinden pek az farklı iki seçici filtreyi sert bağlamakla elde edilir (staggered tuning). Eğer bir



Şekil 28. Band filtresi karakteristiği. 1 ve 2 eğrileri kalite faktörü  $Q = 10$  için tek tek filtrelerin frekans bağımlılıkları. 3 eğrisi: toplam frekans bağımlılığı.

filtrenin üst sınır frekansı, diğerinin alt sınır frekansı ile çakışır, meydana gelen frekans bağımlılığı optimal yatay kalır [18]. Orta frekanstaki kazanç  $1/2 \sqrt{Q}$  olur. Şekil 28 band filtresi karakteristiğinin oluşumunu göstermektedir. Rezonans frekansı yakınlarında toplam frekans bağımlılığının, tek tek filtreler göre oldukça yatay kaldığı, buna karşılık yüksek ve alçak frekanslarda daha dik düştüğü görülmektedir.

#### 7. Band bastırıcı filtreler

Bu çalışmanın birinci bölümünde band bastırıcı filtrenin genel olarak frekans bağımlılığı

$$I = \frac{v_0(1+P^2)}{1 + \frac{P}{Q}} \quad (22)$$

olduğu gösterilmiştir. Burada  $v_0$  yüksek ve alçak frekanslardaki kazanç ve  $Q$  bastırma kalite faktörüdür. Bu tür bir frekans bağımlılığı Şekil 26'daki devrenin OV1 çıkışında vardır : Yani

$$\frac{v_1}{I_1} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{-\frac{R_2}{R_1}(1+R_3^2C^2\omega_r^2P^2)}{1 + \frac{R_3R_4}{R_5}C\omega_rP + R_3^2C^2\omega_r^2P^2}$$

olur.

$$\omega_r = \frac{1}{R^*c} \quad \text{ile} \quad V_j = \frac{-\frac{R_2}{R_1}(1+P^2)}{1 + \frac{R_4}{R_5}P + P^2}$$

yani aynen (22) eşitliğindeki biçim bulunur. Katsayı karşılaştırmasından

$$v_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$f_r = \frac{1}{2TR3C}$$

$$Q = \frac{R_3}{R_4} \quad \text{çıkır}$$

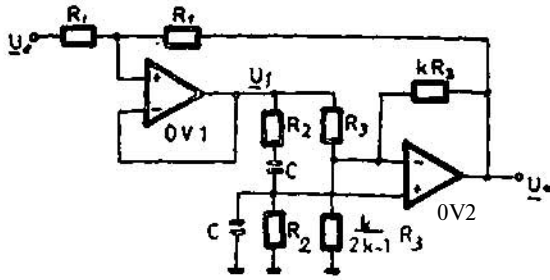
Şekil 26'daki filtre böylece aynı zamanda hem seçici filtre (OV4 çıkışı), hem de band bastırıcı filtre (OV1 çıkışı) olarak kullanılabilir, her iki çalışma şeklinde tfe aynı değerlere sahiptir.

İdeal olmayan İşlem amplifikatörlerinde band bastırıcı çalışma halinde ana dalga tam olarak bastırılamaz. Bu hallerde ince ayarlar, sistemin ayrıca biraz zayıflatılması veya amplifikasyonu ile elde edilir.

Daha basit bir band bastırıcı filtre Şekil 29'da görülmektedir [19]. Devrede çıkışı OV2 işlem amplifikatörüyle kuvvetlendirilen bir Viyana - Robinson köprüsü vardır. Filtrenin bu kısmının kazancı

$$\frac{v_1}{U_1} = \frac{U_2}{U_1} = -k \frac{1+P^2}{1+3P+P^2} \quad (23)$$

ve rezonans frekansı  $f = \frac{1}{2\pi RC}$  olur.



Şekil 29. Aktif Viyana - Robinson filtresi.

(22) eşitliğiyle karşılaştırılmadan gömüleceği gibi Viyana - Robinson köprüsü bastırma kalite faktörü  $Q = 1/3$  olan bir band bastırıcı filtredir. OV2 amplifikatörü köprünün çıkış gerilimini kuvvetlendirir, yüksek ve alçak frekanslarda kazanç  $k$  değerine yaklaşır ve rezonans frekansında ise sıfırdır.

Bastırma kalitesi  $Q = 1/3$  için çok uygulamalar için yetersiz olduğundan, filtre karakteristiği negatif geri besleme yoluyla keskinleştirilir. Bunu, Viyana - Robinson köprüsünden OV1 empedans çeviricisi vasıtasıyla dekaple edilmiş olan her iki R, direnci sağlar.

Toplam kazanç için

$$\frac{v}{U} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{v_2}{2v_1}$$

bulunur.

(23) eşitliği ile

$$\frac{v}{U} = \frac{-\frac{k}{2+k} (1+P^2)}{1 + \frac{6}{2+k} P + P^2}$$

olur.

(22) eşitliğiyle katsayı karşılaştırılmasından

$$f_r = \frac{1}{2\pi R_2 C}$$

$$v_0 = -\frac{k}{2+k}$$

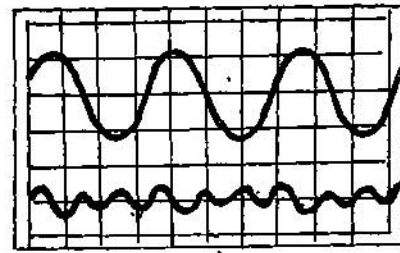
$$Q = \frac{2+k}{6}$$

olarak filtre büyüklükleri saptanır.

Görüldüğü gibi, (bastırma kalite faktörü  $k'$  nin seçimiyle istenen değere ayarlanabilir.  $v_0$  kazanç  $k$  büyüdükçe 1 değerine yaklaşır.

Kitrenin rezonans frekansı her iki  $R^$  direnci ile ayarlanır ve C kondansatörleri basamak basamak devreye sokulabilir veya çıkartılırlar. Aynı şekilde olmayan tolerans değişiklikleri dolayısıyla rezonans frekansı tamamen bastırılmazsa, ince ayar  $\frac{k}{2k-1} R_3$  direncinin cüz'i değişimleriyle yapılabilir.

Şekil 30'da toand (bastırıcı filtrenin distorsiyon faktörü ölçümünde kullanılması gösterilmiştir. Üst eğri % 3 distorsiyon faktörlü sinüs biçimi bir alternatif gerilimi vermektedir. Filtreye verilen bu gerilimin, ana frekansa ayarlı olan filtrenin çıkışındaki halini 10 misli büyütülmüş



Şekil 30. Band bastırıcı filtre ile distorsiyon faktörü analizi.

olarak ikinci eğri vermektedir. Görüldüğü gibi, distorsiyon faktörü esas itibarıyla üçüncü armonikten gelmektedir. Çıkış geriliminin efektif değeri ölçülürse distorsiyon faktörü kolayca hesaplanabilir.



KAYNAKLAR:

1. Shepard, R. R.: Active Filters. Part 12, Short Cuts to Network Design, Electronics, Bd. 42 (1962), H 17, s. 82-91.
2. Ghauri, M. S.: Principles and Design of Linear Active Circuits. McGraw-Hill Book Company, New-York 1965, fi. 84.
3. Stiefel, B.: Einführung in die numerische Mathematik. Teuber, Stuttgart 1965, s. 199.
4. Storoh, L.: Synthesis of Constant-delay Ladder-Networks using Bessel Polynomials. Proc. IRE, Bd. 42 (1954), s. 1666-1675.
5. Tietze, U., Schenk, Ch.: Halbleiter-Schaltungstechnik. Springer, Berlin 1969, s. 38.
6. Oowlea, L. G.: Parallel-T RC Networks. Proc. IRE, Bd. 40 (1952), s. 1712.
7. Miedaner, H.: Vom RC-Glied zum aktiven Filter. Elektronik 1970, H. 5, s. 149 -152.
8. Miedaner, H.: Ein aktives Universalfilter für Laborzwecke. Elektronik 1970, H. 6, s. 197 -199.
9. Antoniou, A.: 3-Termininal Gyrator Circuits using Operational Amplifiers. Electronics Letters, Bd. 4 (1968), s. 591.
10. Tietze, U., Schenk, Ch.: Halbleiter-Schaltungstechnik. Springer-Verlag, Berlin 1969, s. 180.
11. Rollett, J. M.: Circulator-Capacitor Networks. Electronics Letters, Bd. 4 (1968), s. 599.
12. Rollett, J. M., Greenavay, P. E.: Directly coupled active Circulators. Electronics Letters, Bd. 4 (1968), s. 579.
13. Schaufeltoerger, W.: Operationsverstärker und Analog-Simulation. 1. Auflage, s. 44. Firma Kontron Yayını.
14. Poster, E. J.: Active Low-Pass Filter Design. IEEE Transactions on Audio, Bd. 13 (1965), H. 5, s. 104.
15. Handbook of Operational Amplifier Active RC Networks. Firma Durr-Brown Yayını.
16. Sheppard, R. R.: Active Filters: Part 12, Short Cuts to Network Design. Electronics, Bd. 42 (1969), H. 17, s. 82.
17. Handbook of Operational Amplifier Active RC Networks, s. 72, Firma Durr-Brown Yayını.
18. McQuown, A. N.: Stagger-Tuned Low Frequency Selective Amplifiers, Firma White, Inc. Yayını. Network Notes No 4
19. Tietze, U., Schenk, Ch.: Halbleiter-Schaltungstechnik, 1969, s. 210. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New-York