UDK : 510.78: 511.2

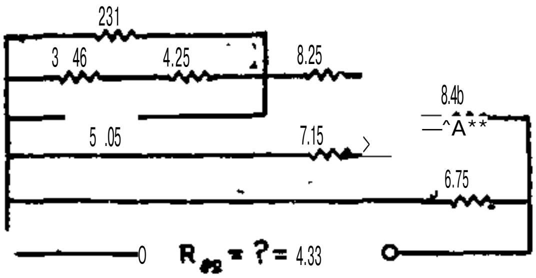
Hesap Cetvelleriyle Toplama ve Çıkarma Nasıl Yapılır?

Yazan :
Turgut ÜÇER
Elek. Y. Müh.
Petklm A. Ş.

özet:

Hesap cetvellerinle çarpma, bölme, kare, kare kök, küp, küp kOk\ trigonometrik ve logaritmik işlemler yapıldığı malumdur. Bu yazıda hesap cetvellerinin şimdiye kadar bilinmeyen kabiliyetlerinden toplama, çıkarma ve diğer faydalı hususiyetleri literatürde ilk defa olarak ortaya konulmaktadır.

Şekil 1 deki devrenin eşdeğer direnç kıymetini kâğıt kaleme el sürmeden, yalnız hesap cetveli kullanarak 1 dakika 15 saniye gibi kısa bir müdette bulabilir misiniz? Aynı işlemi elle yapsanız 28, kollu Facit hesap makinesiyle yapsanız 10 dakika süreceğini söylersek hesap cetveliyle elde edilen çözümün sürati kargısında hayretiniz birkat daha artmaz mı?



Şekil : t — Eşdeğer direncin bulunması arzu edilen seri-paralel devre

Bu misalde hesap makinesiyle yedinci haneye kadar götürülmüş bulunan eşdeğer direnç kıymeti 4.336188, hesap cetveliyle bulunan kıymet ise 4.33 olup Hata nisbeti 10,000 de 14.27 dir.

Yine $$\left(\frac{\sqrt{315}/2.66+24.7}{4.05} + 16.2 \right) = 572$$

gibi bir işlemi kâğıt kalemsiz, yalnız hesap cetveli kullanarak 25 saniyede çözebilir misiniz? Başka bir misal olan,

$$X^2 - 16.3\,X - 8.35 = 0$$

denkleminde, yine kâğıt kalem kullanmadan, yalnız hesap cetveli ile 35 saniye gibi bir müddette köklerin —16.797 ve +0.497 olduğunu bulabilmeyi istemez misiniz?

Aynı denklemi, malum çözüm formülünü yazarak, kısmen elle kısmen hesap cetveliyle çözmeğe kalksanız bulacağınız değerler en müsait şartlarla yaklaşık llarak —16.8 ve + 0.5 olacaktır ve çözümü de en az 70 saniye sürecektir. Eğer çarpma ve kare kök alma işlemi tamamen elle yapılacak olursa çözüm 8 dakika sürüp kökler de —16.7971 ve + 0.4971 olarak elde edilir.

Görülüyor ki hesap cetveli, bazı hususi kaidelerden istifade etmek suretiyle, hesap makinelerinden bile daha süratli ve kullanması rahat bir hesaplama vasıtası olabilmektedir. Yukarda verilen misallere benzeyen daha pek çok hesapların şimdiye kadar tecrübe etmemiş olduğunuz bir rahatlık ve kolaylıkla nasıl çözülebileceğini merak ediyorsanız okumaya devam ediniz. Harcadığınız vakit muhakkak ki boşa geçmemiş olacaktır. Çünkü bu mevzu ile ilgili olarak literatürde ilk çıkan yazıyı okumaktasınız.

Aslında bu yazı başlığının «Hesap cetvellerinin gizli kabiliyetlerini tanıyalım» olması belki daha uygun olurdu. Fakat hem bu «gizli kabiliyet» lerden birçoğunun toplama ve çıkarma işlemlerine dayanması hem de bu iki İşlemin şimdiye kadar hesap cetveliyle yapılamamış olması yazarı yukardaki başlığı kullanmağa sevketmiştir.

Devrimiz hernekadar atom, roket ve kompüter devri ise de çoğumuz mühendis mekteplerindeyken edinmiş olduğumuz hesap cetvellerini günlük hesaplarımızda hâlâ kullanırız. Yalnız öyle zannediyorum ki mühendisliğin âdeta sembolü hâline gelmiş olan bu faydalı ve vefakâr âletten gerektiği kadar faydalanmayız. Nihayet birkaç çarpma bölme ve basit bir İki iş-lemden ileri geçmez üstünde yaptığımız, devir icabı olarak biraz uzunca olan hesapların kompüterlerle yapılması biraz zaruret biraz da moda hâline geldi. Aslına bakılırsa bürolarda kullanılan hesap makineleri, hattâ elektrikli olanları bile, bazı hesapların yapılmasında ne gereken sürati temin edebiliyor ne de kapasite itibarıyla trigonometrik veya ldgaritmlk hesaplara müsait bulunuyor. Çoğu sefer bu makinelerle kare kök almak gibi nisbeten basit bir işlem bile bir hayli uzun ve zor olmaktadır.

Buna mukabil 25 cm. lik İyi kalite bir hesap cetveli bize bu gibi hesapların neticelerini en az üç haneye kadar ve süratle verebildiği gibi nteicelerdeki hata nisbetl de umumiyetle 10,000 de 5'in altındadır. Bu hata nisbeti ise, verilerin hassasiyet derecesi nazarı itibara alınırsa maksada kâfi gelir. Hesap cetvelinin çalışma sürati ise elle kullanılan makineler bir tarafa, bilhassa mükerrer çarpma bölmelerde elektrikli makinelerden bile fazladır. (Bak Tablo 1).

Umumiyetle hesap cetvellerinin süratini ştmaiye kadar tahdit etmiş olan sebepleri şöylece sıralayabiliriz:

1. Yapılan hesaplarda toplama ve çıkarma işlemleri meydana geldikçe bunların elle yapılması gerekmekteydi.
2. Ara neticelerin önce hesap cetvelinden kâğıda sonra da kâğıttan tekrar hesap cetveline aktarılması gerekmekteydi.

TABLO 1

25 cm. lik bir hesap cetveli ile kolla ve elektrikli Facit hesap makineleri arasında yapılan çözüm sürat mukayesesi.

Yapılacak işlem	Çözüm süresi (saniye)			Hesap cetvelinin **10,000** de hata nisbetl
	Facit hesap makinesi		25 cm. lik cetveli hesap	
	kollu	elektrikli		
$\frac{317\times146}{56.5} =$ [illegible]	33	32	10	1.83
$\left(\frac{317+146}{56.5} +\right.$ [illegible] $\left.\right)$ [illegible]	65	66	30	1.002
$\left(\frac{855}{21.7} - 16.3\right)^{a}.1 - 533$	44	32	30	1.143
$\frac{(57.5-39.7)61.5}{21.5} =$ [illegible]	49	40	30	3.142
$\frac{146\times217\times371\times69}{59\times333\times455} = 00.8$	145	**110**	85	8.26

Bazan karşımıza öyle tip hesaplar çıkar ki bunların çözümü için bir kompüter programlamaya değmez. Çünkü kompüterde bir program hazırlanması, kartların dellnip gereken bağlantıların yapılması problemin değeriyle mütenasip olmayacak derecede uzun ve külfetli olur. Demin bahsedilen sebepler yüzünden de problemin büro hesap makineleriyle çözülmesi imkânsızdır. Son çare olarak matbu logaritma veya trigonometri cetvelleri vasıtasıyla yahut da hesap cetvelleri ile halledilmesi gerekir. Birçok hesaplar ise gerek mahiyet, gerekse çözümlerinde İstenen sürat yüzünden ve çoğu defa da verilerin zâten üç veya dört bilinen haneden ileri gitmemesi bakımından hesap cetveli için ideal birer konu teşkil ederler. Ancak ne var ki şimdiye kadar bilinen metotlar kullanılırsa bu tip hesaplar hesap cetveliyle bile sıkıcı derecede uzun ve monoton olabilir.

Bu hususları birer misalle açıklayalım:

1. Misal: $\frac{213+186}{57.5} = 6.94$

   Yukarda gösterilen basit işlemin bugüne kadar bilinen yollardan tamamiyle hesap cetveliyle yapılmasına imkân yoktu.

2. Misal: $\left(\frac{43.7\times18.2}{63.5} + 26.2\right) = 1500$

   Bu işlemde de ilk çarpma bölme yapıldıktan sonra netice kâğıda aktarılıp gerekli toplama yapıldıktan sonra tekrar cetvel üzerine alınarak neticeye varılacaktır.

.Eğer yapılan hesaplar bir iki tane ise bu, kâğıttan cetvele cetvelden kâğıda yapılan aktarmalar fazla yorucu olmayabilir. Ancak eğer yapılan hesaplar neticesi bir tabülasyon hazırlanıyorsa yahut da bir eğri çizimi için değerler elde ediliyorsa yapılan bu transfer işlemleri hem zaman hem de netice hassasiyetinin kaybına sebep olacağı gibi aynı zamanda hesap yapanın da sıkılıp yorulmasına, dolayısıyla da hatalar yapmasına sebep olabilir.

Halbuki bu makaleler serisinde geliştirilecek olan metotlar sayesinde — ki bunlar yazarın kendi buluşları olup literatürde ilk defa çıkmaktadır — bütün bu ara kademeleri kâğıt kalem kullanmadan yapmak mümkün olacaktır. Böylece hem yapılan işlemler kısalacak, hem hesap yapmak daha zevkli bir ıhâle gelecek hem de hata yapmak'imkânı o derece azalmış olacaktır.

Bütün bu istifadeli olduğu kadar da zevkli metotlar hesap cetveliyle toplama ve çıkarma yapmasını öğrenmekle başlar. -

Ev,et, şimdiye kadar bilinenlerin aksine hesap cetveli ile, yapılan bütün diğer işlemlere ilâve olarak toplama ve çıkarma yapmak da mümkündür. Geliştirilecek bu metotlar salim matematik! esaslara dayanmakta olup ispatları gerektiği zaman verilecektir. Yalnız bu metotları öğrenmeden önce hesap cetvelinin muhtelif kısımlarını iyi tanımak lâzımdır.

Memleketimizde daha ziyade Avrupa tesirinde olduğu için piyasada bulunan hesap cetvellerinin çoğu yekpare gövdeli ve tek yüzlüdür. Daha az sayıda da gövdesi iki parçalı ve iki yüzlü Amerikan tipi hesap cetveli kullanılmaktadır. Hangi tip olursa olsun hesap cetvellerinin başlıca üç kısmı olup bunlar Şekil" 2 "de gösterildiği gibi :

1. Gövde
2. Sürgü
3. , Gösterge Kıl Çizgisidir

Bir de muhtelif skalalar üzerinde 1 sayısıyla gösterilen başlangıç ve bitim indisleri vardır. Toplama ve çıkarma işlemleri birbirine benzer herhangi iki skala üzerinde yapılabilir. Şimdilik C ve E) skalalannı kullanarak prensipleri belirtelim.

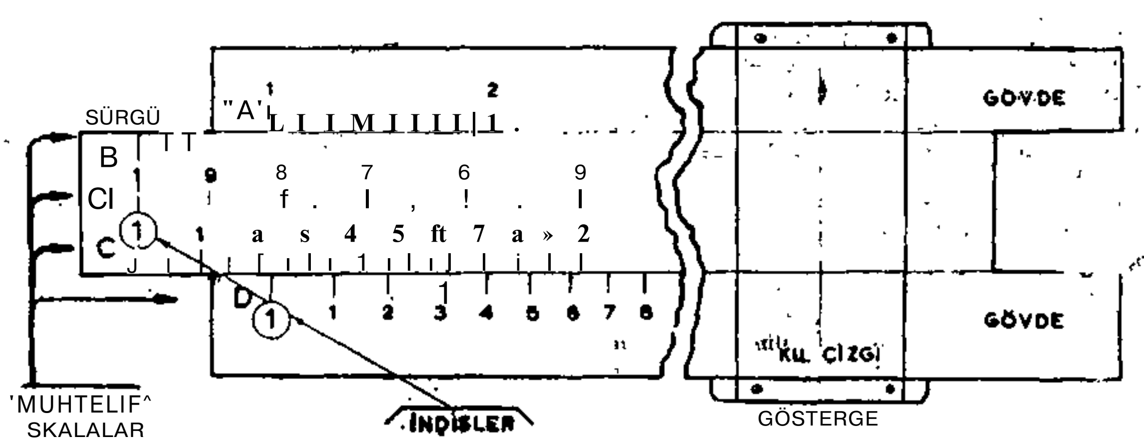
Toplama yapmak :

tki sayıyı birbiriyle toplamak için iki yol vardır. Toplanacak olan sayılann 2 ve 3 olduklarını farz edelim. Bu sayılardan önce küçük olanını ele alıp büyük sayıyı ona eklersek bir işlem yapmış oluruz ki biz trtına T_k metodu diyeceğiz. Bunun aksini yâni, büyük olan sayıyı ele alıp küçük sayıyı ona eklersek başka bir işlem yapmış oluruz ki buna da T^*_b metodu diyeceğiz. Bu iki metodu İfade eden harflerden T toplamayı 'k' ve 'b' ise toplamaya küçük sayı ile mi yoksa büyük sayı ile mi bağlandığım gösterir. Bir de bu metotları adım adım tarif ederken pek çok defa tekrarlanan ve bu yüzden kısaltılmasında fayda olan bazı deyimleri açıklamalım:

1. Skala : Şekil 2 de gösterilmiş olan muhtelif skalalardan zikredilmiş olanı.

2. i Uygun tndls : (Kısaltılmış olarak U. î.)

Bir işlem yapılırken sürgünün en az hareketle o işi yapmasını temin edecek, indis. Meselâ basit bir çarpma yaparken, 2 ile 8'i çarparken, sürgünün sol indisi D skalasıntn 2 sine konup kıl çizgi ile C skalasında 8'e gidilmeye çalışılırsa gerek 8'in gerekse netice olan 16'nux cetvel dışında:-kaldığı görülür. Demek ki bu işlem için uygun indis, U I., C skalasının sağ indisidir ve D skalasının 8'ine getirilmesi lâzımdır.



Şekil : 2 — *Hesap* cetvelinin *muhtelif Tasımlan*

3. Gösterge **kıl** çizgisi : Kısaca K. Ç.

T_k metodu le **toplama** yapmak:

Misal : ' 2 + 3 = 5
(k) (b)

Jİ.' Sürgüdeki C akalasının uygun indisini (U. t.), sol indis, D skalasında toplanacak olan sayılardan küçük olanına, 2 ye, getir.

2. Kıl çizgiyi (K. Ç.) sürerek yine D skalasında, toplanacak olan diğer sayının, 3 ün, üzerine getir.

3. K. Ç. altında ve C skalasında bir değer (İ.5) oku.

4. Üçüncü kademede elde edilen değere (1.5) akıldan bir (1.0) ilâve ederek yeni bir sayı (2.5) elde et.

5. K. Ç. yi sürerek C skalasında, dördüncü " kademede elde edilen değere (2.5) getir.

6. K. Ç. altında D skalasında neticeyi oku (5).

Notlar :

1. Hernekadar yukardaki tarifte altı kademe görülüyorsada aslında **fiilen yapılan hareketler sayısı üç olup diğer üç kademe zihnen** veya gözle yapılmaktadır.

2. Üçüncü kademede okunan sayının hakiki j " değerini, tayin etmek için şu metot kullanılır:

a) Toplanacak olan sayılar arasındaki nisbet **bir** ile **on** arasmda ise üçüncü kademede eldeedilen değer de **bir** ile on arasında,

b) Sayılar arasındaki nisbet on ile yüz **arasında** ise üçüncü kademedeki değer de aynen on **ile** yüz arasında,

c) Sayılar arasındaki nisbet yüz **ile bin** arasında ise üçüncü kademedeki değer de aynen yüz ile **bin** arasında olup bu nisbet -ve tâyin edilen değerler böylece devam edip giderler.

Bu kaideyi yukardaki misale tatbik edersek:

Toplanacak Sayılar	**Nisbetlerin Hudutları**	**Üçüncü kademede okunan değer**
2+3	1—10	1.5
2+30	10—100	15.0
2+300	100—1000	150.0

3. Üçüncü kademede okunan değerler ne olursa olsun buna dördüncü kademede zihnen ilâve edilecek olan sayı daima **bir** (1.0) **olacaktır.** İlâve edilen sayı birden farklı olacak olursa bunun neticelerinin ne olacağı ilerde izah edilecektir

T_b metodu ile toplama yapmak :

Misal : 7 + 5 = 12
(b) (k)

Bu metodun birinciden farkı toplamaya başlarken önce değerce **büyük olan** sayı **ile başlanmasmdadır.** Yine bu metotta da takip edilmesi gereken kademeleri sıralayalım :

1. Sürgüdeki C skalasının uygun indisini (U. I.), sağ indis, D skalasında büyük olan sayıya, 7 ye, getir.

2. K. 'Ç. yi sürerek yine D skalasında, toplanacak olan ikinci sayının (5) değerine getir.

3 K. Ç. altında ve C skalasında bir değer (0.715) oku.

4. Üçüncü kademede elde edilen bu değere (0.715), zihnen bir, (1.0), ilâve ederek yeni bir sayı elde et (1.715).

5. K. Ç. yi sürerek C skalasında dördüncü kademede elde edilen sayıya getir (1.715)

6. K. Ç. altında ve D skalasında neticeyi oku (12.0)

Notlar :

1. T_k metodunun 1 No. lu notu aynen câridir.

2. T_k metodunun aksine olarak T_{fc} metodunda toplanacak olan sayılar arasındaki nisbat 10 kuvvetleriyle arttıkça üçüncü kademede elde edilen sayının kıymeti de 10'un katları ile azalır.

Toplanacak Sayılar	**Nisbetlerin Hudutları**	**Üçüncü kademede okunan değer**
7+5	**1—10**	0.715
70+5	10—100	0.0715
700+5	100—1000	0.00715

3. T_k metodunun 3 **No.** lu notu aynen câridir.

Aslında T_k veya T_{fa} metotlarından hangisi kullanılırsa kullanılsın toplama yapılabilir. Ancak bazen hesap gelişi sürgünün durumu öyle olabilir ki tekrar ilâve bir hareket yapmamak için metotlardan birini seçmek gerekir. Meselâ:

$$35/5 + \boldsymbol{i} = \mathbf{11}$$

işleminin yapılması gereksin.

Burda ilk safhadaki bölmeyi yaptıktan sonra ara netice olan 7, C skalası sağ indisi altında otomatikman bulunmaktadır. Bu sayı ile 4'ün toplanabilmesi için T_b metodunun kullanılması zaruridir. Aksi halde cetvelin konumunu bozmak gerekir ki bu da hem fazla bir hareket olur hem de transfer esnasında ara neticenin değeri kayabilir.

Çıkarma yapmak :

Hesap cetveliyle sıkarına yapmada da tıpkı toplamada olduğu gibi İki yol vardır. Çünkü işlemini de umumiyetle Ç harfi ile gösterirsek bu iki metodu Ç$_k$, Ç$_b$diye adlandırabiliriz. Bu iki metottan Ç$_k$ kullanılırken Ü. î. küçük olan sayıya, Ç$_b$ metodu kullanılırken İse Ü. t büyük olan sayıya konur. Toplamada olduğu gibi her İki metodun öğrenilmesinde fayda vardır. Hesap gelişi bazen bir metodun kullanılması diğerine nlsbetle avantajlı olabilir.

Ç$_k$ metodu ile çıkarma yapmak :

Misal : 5 — 2 = 3
(b) (k)

1. C skalası U. î, D skalasında küçük sayıya, 2, getirir.
2. K. Ç. yi D skalasındabüyük sayıya, 5, getir.
3. C skalasındave K. Ç. altında bir değer oku (2.5)
4. Üçüncü kademede elde edilen değerden (2.5) zihnen bir (1.0) çıkartarak yeni bir değer elde et (2.5 —1.0 = 1.5)
5. K. Ç. yi sürerek C skalasında dördüncü kademede elde edilen değere getir. (1.5).
6. K. Ç. altında ve D skalasında neticeyi oku (3).

Notlar:

1. T$_k$ metodunda olduğu gibi hakiki kademe sayısı üçtür.
2. Üçüncü kademede okunan sayının hakiki değeri aynı T$_k$ metodunun 2 No. lu notunda olduğu gibi tayin edilir. Yalnız orda «toplanacak olan sayılar» diye geçen kısmı «çıkartılacak olan sayılar» diye değiştirmek lâzımdır.
3. T$_k$ metodunun 3 No. lu notu da aynen câri olup tek değişiklik «zihnen ilâve edilecek sayı» yerine, «zihnen çıkarılacak sayı» olacaktır.

Ç$_b$ metoda ile çıkarma yapmak :

Bir önceki metotla yapılan misali aynen alarak beşten ikiyi, Ç$_b$ metodu ile çıkaralım.

5 — 2 = 3
(b) (k)

1. C skalası uygun İndisini, U. t., D skalasında büyük sayıda, 5, getir.
2. K. Ç. yiD skalasında küçük sayı üzerine (2) sür.
3. C sakalasında K. Ç. altında bir değer oku (4).
4. K. Ç. yi sürerek bu sefer de sürgünün sağ indisinden itibaren aynısayıda asil bölüm sayarak, 9 sayısı bir, sekiz sayısı İki, 7 sayısı üç ve 6 sayısı da üçüncü kademede okunan 4 sayısına tekabül eden noktada dur.
5. K. Ç. altında ve D skalasında neticeyi oku.

Burada 4 üncü kademede yapılan işlemi daha etraflı anlatabilmek için şu noktaya dikkati çekelim:

1. Çıkarılacak sayılar arasındaki nisbet birle on arasında İse yukarıdaki tarif 4. kademede yapılacak şey K. Ç. yi 3. kademede okunan sayıyı 10'a tamamlayan sayıya sürmekten İbarettir.
2. Çıkarılacak sayılar arasındaki nisbet on ile yüz arasındaise K. Ç. nin 4. kademede sürüleceği sayı 3. kademede okunmuş olan sayıyı 100'e tamamlayan sayıdır.
3. Eğer nisbet 100 le 1000 arasında olsa idi K. Ç. nin sürüleceği sayı 3. kademede okunan sayısı 1000'e tamamlayan sayı olacaktı.

• Meselâ yukardakimetotla 50 den 2 çıkarılacak olsa idi, yani nisbet 10'un üstünde olsaydı, K. Ç. yi 3. kademede okunan sayıyı 100'e tamamlayan sayıya yani 96'ya getirmek icap edecekti ki bunu yapmak da zannedildiği gibi zor olmayıp sağ indis sıfır olmak suretiyle sola doğru 4 adet tallbölme sayarak kolaylıkla yapılabilir.

Böylece hesap cetveliyle toplama ve çıkarmanın nasıl yapılabileceğini, her iki işlem için de iki ayrı metot vererek, öğrenmiş bulunuyoruz. Gayet tabiî olarak hesap cetvelini basit bir İki sayıyı toplamak veya çıkarmak işlemlerinde kullanmak bize zaman bakımından blrşey kazandırmaz. Yalnız şunu unutmamak lâzımdır ki bu metotların asıl avantajlı olduğu yerler, içinde kombine işlemlerin bulunduğu hesaplardır. Bir de daha önce bahsedildiği gibi uzun tabülasyonların yapıldığı yerlerde çok faydalıdır.

T_k ve $Ç_k$ metotlarının matematik! isbati :

«a» ve «b» birbirleriyle toplanacak olan iki sayı olsun, öyle ki «a», «b» den küçük kabul edilsin.

$$\log b + \log\ (a/b + 1) = \log c$$

$$\log b + \log \left(\frac{a+b}{b}\right) = \log c$$

Her iki tarafın da antilogaritmasını alınca (hesap cetveli üzerinde sayıların değerini direkt olarak okuyunca bu husus kendiliğinden otomatlkman gerçekleşmektedir)

$$b\,(a+b)/b = c$$
$$a+b = c$$

T_k metodunun isbatını böylece vermig olduk.

$Ç_k$ metodunun isbatı :

Yine «a», «b» den küçük kabul edilerek §u münasebet kurulabilir:

$$\log a + \log \left(\frac{b}{a} - 1.0\right) = \log c$$

$$\log a + \log \left(\frac{b-a}{a}\right) = \log c$$

Her iki tarafın antilogaritmasını alarak

$$a\left(\frac{b-a}{a}\right) = c$$

$b-a = c$ elde edilir.

T_o metodunun isbatı :

Yukardaki gibi «a», «b» den küçük olsun

$$\log \left(\frac{a}{b} + 1.0\right) + \log b = \log c$$

$$\log \left(\frac{a+b}{b}\right) + \log b = \log c$$

Tekrar, iki tarafın antllogaritmasuıı alınca

$a+b=c$ elde edilir.

T O P L A N T I

Odamızın yıllık Genel Kurulunun toplandığı 17 Şubat 1968 Cumartesi günü saat 20 de, 1950 yılında İTÜ Elektrik Fakültesine giren ve 1955 yılında mezun olan veya olması gereken üyelerin, sınıf arkadaşı sohbeti mahiyetinde, T. Yüksek Mühendisler Birliği Lokalinde yemekli toplantı yapılacaktır.

ilgili üyelerimize duyrulur.

Tertip Komitesi