

YERÜSTÜ YÜKSEK GERİLİM İLETKENLERİNİN RÜZGÂR ETKİSİYLE ZORLU TİTREŞİMLERİ VE REZONANS

Macit ÇİĞDEMOĞLU Doç. Dr. Fiz. Y. Müh.
Ziya ÇİĞDEMOĞLU, Mak. Müh.

ÖZET

Yurdun bir köşesinde üretilen elektrik enerjisini çeşitli amaçlarla, dağlar, uçurumlar, ırmaklar, vadiler ve denizler aşarak başka bir köşeye ileten yer üstü yüksek gerilim iletkenleri rüzgâr etkisi altında, strouhal olayı denen ve temeli akışkan mekaniği biliminde yatan bir olay dolayısıyla, yaz veya kış, zorlu titreşimlere geçerek rezonans dolayısıyla kopabilirler veya direkleri yıkabilirler. Burada elektrik enerji iletiminde çok büyük aksaklıklara yol açabilen bu olay incelenecek ve rezonanstan kaçınmak için öneriler açıklanacaktır.

GİRİŞ

Yer üstü yüksek gerilim iletkenlerinin rüzgâr etkisi altındaki bu titreşimlerini anlamak için kaynağı akışkan mekaniği biliminde yatan Strouhal olayı ile mekanik biliminde yatan titreşim olayının birleştirilmesi ve sonuçtan öneriler çıkarılması gerekir. Bu amaçla önce Karman girdap yolu ve Strouhal frekansı kavramları kısaca açıklanmalıdır. Bir kablo üzerinden enine yönde rüzgâr hareketi kablonun titreşimleri yönünden çok önemlidir. Hava akışı içindeki iletken üzerinde meydana gelen iz (wake) etkileri ve Strouhal frekansı kavramı bu yazının konusu ile birinci derecede ilgilidirler. Silindirik -bir iletkene enine yönde akışta ayrılma (separation ve girdap oluşumu (vortex) olayları görülür. Girdap oluşumundan hemen sonra ayrılır ve akış aşağı hareket eder. Bu durum iletkenden sonraki akış alanı içindeki akış alanını ve basınç dağılımını büyük ölçüde değiştirir. İletkenin arkasındaki girdaplı bölgede büyük bir emiş yer alarak iletken üzerinde bir basınç direncine (pressure drag) yol açar.

İletkenin arkasında iki paralel dizi halinde, fakat karşılıklı olmayan zıt sirkülasyonlu birer girdaplar dizisi görülür. Bu ize Karman girdap yolu (Karman vortex street) adı verilir. Theodore von Karman girdapların ancak $h/8 = 0,281$ değeri için stabil olduklarını göstermiştir. Burada h iki girdap dizisi arasındaki uzaklık, λ de bir sırada bulunan iki girdap arasındaki açıklıktır. İletkenden çok yukarılarda veya çok aşağılardaki serbest bölgede rüzgâr hızı V ise girdap yolu v ($v < V$) ile hareket eder. Düzenli bir Karman izi ancak $60 < Re < 5000$ bölgesinde görülür. $Re < 60$ değerinde bu iz bir iplik gibidir. Daha yüksek Re değerlerinde açık bir "yol" oluşumu görülür. $Re > 5000$ bölgesinde tam bir türbülân karışma yer alır. Strouhal sayısı olarak bilinen

$$= 27TV \quad (D)$$

$$\text{sayısı } 60 = Re = 1000$$

bölgesinde Re sayısının ilginç bir fonksiyonudur ve $Re > 1000$ değerinden sonra $S = 0,21$ değerinde sabit kalır. İletkenin iki tarafında girdaplar Strouhal frekansı ile bozunur ve bu bozunma iletkene alternatif bir kuvvet uygular. İletkenin bu kuvvet altındaki titreşim frekansı doğal frekansına eşit olduğunda iletkende bir rezonans olayı ile titreşim genliğinin gittikçe arttığı ve titreşim söndürülmediği takdirde iletkeni kopardığı veya direkleri eğerek yıktığı görülmüştür. İletkenin bu hareketine İngilizce literatürde "galloping transmission line" (dört nala kalkan transmisyon hattı) adı verilir.

İletken yüzeyinde girdap ayrılma olayı gerçek bir öz uyarımlı (self excited) titreşim olayıdır ve girdaplar iletkenden strouhal frekansında ayrılırlar. Yukarıda da belirtildiği gibi, bu frekans iletkenin doğal titreşim frekansına yakın veya eşitse yıkıcı rezonans olayları yer alabilir. Bu düşünce aşağıdaki paragraflarda silindirik bir enerji iletkene uygulanacak ve rezonansın kaçınmak için öneriler geliştirilecektir.

Esnek iletkenlerin enine titreşim ve sehimleri

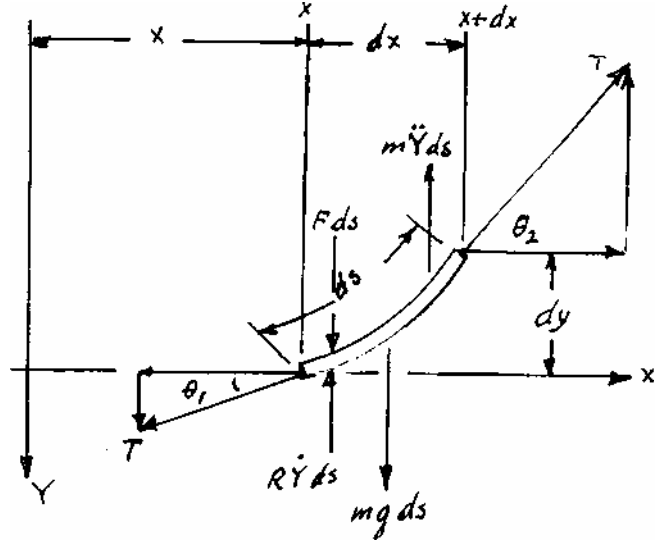
Aşağıdaki geliştirmelerde elektrik iletkeni mükemmel esnek bir cisim kabul edilecektir. Böyle bir halatin titreşimlerinin incelenmesinde şu kabuller yapılacaktır:

- 1) Kablo üniform kesitlidir ve üniform bir gergi kuvveti altında gerilmiştir.
- 2) Kablo malzemesi homojen ve izotropiktir.
- 3) Titreşim hareketi kablunun içinde bulunduğu düzlemde ve kabloya dik yönde yer alır.
- 4) Kablunun maksimum sehimi uzunluğu yanında çok küçüktür.
- 5) Kabloda iç sürtünme yoktur.

Bu kabuller normal şartlarda elektrik enerji iletkenlerinde ve gergi tellerinde çok iyi bir yaklaşıklıkla sağlanırlar.

Kablunun zorlu titreşim diferansiyel denklemi

Şimdi Şekil 1'de görüldüğü gibi yüklenmiş esnek bir kablunun hareket denklemini elde edelim. Şekil 1'de T kablo üzerindeki üniform gergi kuvveti, m kablunun birim boyunun kütlesi, F kablo üzerindeki dış yaygın yük (kablunun birim boyunda), mg kablunun birim boyunun ağırlığıdır. R dış hava etkisiyle meydana gelen frenleme kuvveti katsayısı, RY kablunun birim boyundaki dış frenleme kuvvetidir. Kablunun ağırlığı dışındaki bütün kuvvetler kablo uzunluğu yönündeki koordinatın ve zamanın fonksiyonlarıdır.



Şekil 1. Esnek bir kablunun hareketi

x-yönündeki kuvvetlerin toplamı T

$$\cos \theta_1 = T \cos \theta_2 = H$$

(2)

Burada H sabit yatay kuvvet bileşenidir, y-yönündeki kuvvetlerin toplamı

$$-T \sin \theta_1 + T \sin \theta_2 - (F + mg - RY - mY) ds = 0 \quad (3)$$

yazılabilir. (2) denklemini (3) denklemine yerleştirilirse

$$-\tan \theta_1 + \tan \theta_2 + \frac{(F - mg - RY - mY) ds}{T} = 0 \quad (4)$$

Bulunur. Fakat

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\tan \theta} \quad (5)$$

$$\tan \theta_2 = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$$

olduğundan Taylor açılımı uygulanır ve yüksek dereceli terimler ihmal edilirse

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} \approx \frac{1}{\frac{dx}{dy}} \quad (6)$$

elde edilir. Bu denklem (4) denklemine yerleştirilirse

$$(F + mg - RY - mY) ds = H \frac{d^2y}{dx^2} dx \quad (7)$$

bulunur. Öte yandan elementer diferansiyel hesap teorisinden

$$ds = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \quad (8)$$

<p>olduğundan, titreşim genliği çok küçük kabul edilmiş olduğundan $ds \sim dx$ alınabilir. Buna göre, (7) denklemi düzenlenirse</p> $5^2 Y, R5Y c_2 6^2 Y, F(x,t), (10)$	$S^2 Y - 2^2 Y, F_0, M/\bar{U}$
<p>$5t^2 m St 5x^2 m$ bulunur. Burada $c^2 = H/m$ ve c kablo üzerinde mekanik dalgalanmanın kablo boyunca yayılma hızıdır. Dış kuvvetler dikkate alınmazlarsa $F(x, t) = 0$ ve $RY = 0$ olacağından (9) denklemi</p> $5^2 Y - c^2 S^2 Y (10)$	$\frac{C^*}{5t^2} - \frac{r}{5x^2} \cos(Vt) \quad r $ <p>halini alır. Böyle bir denklemi çözmek için Laplace ve Fourier dönüşümlerinden yararlanılır. Bu denklemde uzay değişkenine göre sonlu Fourier transformu alınırsa</p> $d^2 Y_s(n,t) - \frac{r}{k} \ln t + k \cdot \ln(0) \quad (11)$
<p>$5 1^2 6x^2$ bulunur ve kablunun serbest titreşim diferansiyel denklemi adını alır. Kablo yalnız statik yük altında ise bütün zaman türevleri sıfır olacaklarından</p> $.2 d^2 Y - F (11)$	$\frac{2}{1} / 1^n \quad \frac{V C k_n}{Y_M y} + \frac{F_n}{*} \cdot \frac{-*n' * ' \rangle}{r-t / u u \backslash}$ <p>$L 1 - \cos(W)$ $k_n m$ bulunur. Burada $k_n = n\pi/L$ dir. Bu denklemde, kablo başlangıçta hareketsiz kabul edilip Laplace transformu alınırsa</p> $c^2 y(n, t) - \frac{1}{L} \int_0^L y(n, t) \sim \dots$
<p>$c \frac{d^2 x}{dt^2} - m \ddot{x} = -g$ elde edilir. Bu denkleme kablunun statik sehim denklemi denir. Bu denklem</p> $d^2 Y - F - mg (12)$	<p>veya düzenleyerek Y (iii) $1 - H$ s</p> $\frac{> s \sqrt{m} / k}{(s^2 + w^2)(s^2 + c^2 k^2)}$
<p>$\frac{dx^2}{dt^2} H H$ şeklinde de düzenlenebilir. Şimdi kablunun üniform bir W_0 kar, buz veya başka bir statik yük altında olduğunu düşünelim. Bu takdirde kablunun sehimini bulmak için (12) denkleminde L kablunun uzunluğu olmak üzere $(0, L)$ arasında ardışık iki basit integrasyon yeter ve kablunun sehim denklemini</p> $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{W_0 + mg}{c} \quad (13)$	<p>Bu denklemde ters transform alınmasında önce Laplace sonra Fourier veya önce Fourier sonra Laplace transformu uygulanabilir. Önce ters Laplace transformu alınırsa</p> $\cos(k_n c) t - \cos(wt) \quad 1 - (-1)^n F_0$ <p>buradan ters Fourier transformu alınırsa</p> $\frac{2 F_n}{k_n} \cos(k_n c u - \cos(wt)) \quad \frac{1}{L} \int_0^L \dots$
<p>bulunur. Kablunun üniform yük altında parabolik bir şekil alacağı görülmektedir. Şimdi alternatif yaygın bir yük altında kablunun titreşimlerini araştıralım. Rüzgârın kablo üzerinde uyguladığı alternatif kuvvet</p> $F(x,t) = F_0 \cos(wt)$ <p>denkleminle belirlenebilir. Burada (w) uygulanan dış kuvvetin frekansı, başka bir deyişle başlangıçta sözü edilen Strouhal frekansıdır. Böyle bir yük altında kablunun diferansiyel denklemi</p>	<p>bulunur. Bu sonuç kablunun herhangi bir noktasında herhangi bir andaki titreşim genliğini belirtmektedir. $(k_n c) = \frac{r}{m} \sim \frac{N}{\dots}$ kablunun doğal titreşim frekansları-¹¹ m belirlemektedir. Genellikle önemli olan temel serbest titreşim frekansı olduğundan $n = 1$ alınırsa</p> $\frac{7 T}{0} \frac{r}{L^2 m} \quad (18)$

bulunur. Kablonun doğal frekanslarının kablo uzunluğu, yatay gergi kuvveti ve kablunun birim boyunun kütesine bağlı olduğu görülmektedir.

(16) denkleminde göre $w^2 = (k_n c)^2$ veya temel frekansta $w^2 = \left(\frac{1}{L}\right)^2 \frac{1}{m}$ (19)

olduğunda rezonans olayı yer alacaktır. Böyle bir olayın karakterini görmek üzere (15) denkleminde

$w^2 = (k_n c)^2$ koyalım:

$$\bar{Y}_s M = \frac{1}{k_n} \frac{1}{(s^2 + k_n^2 c^2)^2} \sin(k_n c t) \quad (20)$$

Bu denklemden ters Laplace transformu alınır

$$\frac{F_0}{m} \frac{1}{2} \frac{1 - (-1)^n}{k_n c} t \sin(k_n c t) \quad (21)$$

buradan da ters Fourier transformu alınır

$$Y(x,t) = \frac{F_0}{m L c} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{k_n} t \sin(k_n c t) \sin(k_n x) \quad (22)$$

bulunur. Bu sonuç kablo titreşimlerinin zamanla artan genlikli olacağını göstermektedir. İşte bu olaya rezonans adı verilir.

Denklem (22) de

$$n = 0, n \text{ çift } 2, n \text{ tek}$$

olduğu dikkati çekecektir. Buna göre $n = 1, 3, 3, \dots$ değerleri kullanılırsa sonuç

$$Y(x,t) = \frac{1}{m L c} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{k_n} t \sin(k_n c t) \sin(k_n x), n \text{ tek} \quad (23)$$

bulunur. Benzer şekilde (17) denkleminde, $n = \text{tek}$ için

$$Y(x,t) = \frac{4F}{m L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(k_n c t) - \cos(w t)}{(k_n c)^2} \sin(k_n x), n \text{ tek} \quad (24)$$

bulunur. Buna göre kablunun titreşimleri yalnız tek harmoniklere sınıflanmış olmaktadır.

Şimdi kablunun rüzgâr etkisi altında rezonansa girmesini önlemek üzere alınabilecek önlemleri düşünelim.

Denklem (1) de Strouhal frekansı

$$w = \frac{V}{D} \quad (25)$$

1,319

bulunur. Bu frekans ($k_n c$) grubuna eşitlenirse, kısa bir aritmetik işlemden sonra

$$m > 5,682 \quad (26)$$

$D^2 H$

elde edilir. Buna göre herhangi bir sabit rüzgâr hızında kablunun fiziksel özellikleri (26) eşitsizliğini sağlayacak şekilde düzenlenirse kablo rüzgâr etkisiyle rezonansa girmeyecek ve bundan doğacak yıkıcı etkiler tamamiyle önlenmiş olacaktır.

Şimdi bu teoriyi yakın geçmişte çekilmiş olan boğaz kablosuna uygulayalım. Verilen bilgiye göre bu kablunun çapı 14 mm ve iki pylon arası 1750 m.dir. Kablo çelik kabul edilirse bir metre uzunluğun kütesi,

$$m = (0,014)^2 (8000) = 1,23 \text{ kg/m}$$

olduğuna göre (26) eşitsizliği H için çözümlerse

$$0,216 \sqrt{2} \rightarrow H D^2 \quad (27)$$

veya uzunluk ve çap yerlerine konursa

$$3375 (10)^9 V^2 > H \quad (28)$$

elde edilir. Burada V için çeşitli rüzgâr hızları konursa herhangi bir rüzgâr hızında kablo üzerindeki yatay gerginin üst limiti bulunmuş olur.

KAYNAKLAR

1. ANDERSON, A. E., "Fundamentals of Vibrations". The MacMillan Co., New York. 1959.
2. BROMMINDT, E., "Vibrations of Continuous Systems". International Center for Mechanical Sciences, Technical University of Darmstadt, Udine, 1969.
3. CHEN, Yu, "Vibrations: Theoretical Methods", Addison-Wesley Publishing Co. Inc., Reading, Mass., 1966.
4. CHURCH, A. H., "Mechanical Vibrations", John Wiley and Sons, Inc., New York, 1963.
5. CLOUGH, PENZIEN, "Dynamics of Structures", McGraw-Hill Book Co., New York, 1975.
6. CHURCHILL, R. V., "Operational Mathematics" McGraw-Hill Book Co., New York, 1972.