6. teknik kongre

Z DÖNÜŞÜM DEĞİŞKENİ İLE SÜZGEÇ TASARIMI

TURHAN C1FTC1BASI
ÖZAY HÜSEYİN

UDK: 621.372.54

ÖZET

Bu yazıda, araya girme kaybı yöntemi ile süzgeç gerçekleştirme çalışmalarında sayısal güvenilirliğin kaybolması sorunu ele alınmaktadır. İşlemlerde sayısal güvenilirliğin giderek azalmasını önlemek için kullanılan z dönüşüm değişkeni yöntemi açıklanarak, bu yeni yöntemle hazırlanmış olan bilgisayar programı ve özellikleri tanıtılmaktadır.

SUKMARY

in this paper the problem of loss of accuracy in filter design work is investigated. The use of z-transformed variables to avoid the accumulation of errors in arithmetic operations is outlined and the prepared computer program for filter design in the new variable is presented.

1. GÎRÎŞ

Süzgeç tasarımında en yanılgısız yöntem, çeşitli hesap zorluklarına rağmen bilgisayarların sağladıkları olanaklar sayesinde "Araya Girme Kaybı Yöntemi" olarak kalmıştır. Bilgisayarların gelişmesi sonucu geniş olarak ele alınabilen bu yöntem, gene bilgisayarların sonlu sayıda (genellikle 8 ya da 16) rakam kullanması nedeniyle sınırlanmış durumdadır.

Süzgeçlerde aranan başlıca özellik; geçirme bandı zayıflamasının gerektiği kadar küçük, söndürme bandı zayıflamasının gerektiği kadar büyük, ayrıca geçirme ve söndürme bantları arasındaki geçiş bantının gerektiği kadar dar olmasıdır. Bu koşullar zayıflama sıfırları ve kutuplarının uç değerler yakınında kümeleşmesine yol açmakta ve hesap süresince rakamların güvenirliği büyük ölçüde kaybolmaktadır. Daha kesin ve sıkı koşullar istendikçe 16 rakamla hesaplama da yetersiz kalmakta; sayısal kesinliği artıracak başka yöntemler kullanılması gerekmektedir.

Bu yazıda araya girme kaybı yöntemi ile z dönüşüm değişkeninin sayısal kesinliği artırmak için kullanımı özetlenecek, ayrıca hazırlanmış olan programın özellikleri sunulacaktır.

Turhan Çiftçibaşı, Hacettepe Üniversitesi
özay *Hüseyin, Y.Prof.Dr. ODTÜ*

2. DEYİMLER ve TANIMLAR

Kullandığımız deyimler Üstünde açıklık sağlamak için önce tasarım yöntemini [1,2] kısaca özetlemek yerinde olacaktır.

Irasal işlev ve etkin iletim işlevi sırasıyla

$$K(p)=\frac{f}{iş}\ , \quad H(p)=\frac{e(p)}{q(p)} \qquad (2.D$$

ile gösterilmiş olsun. Bu işlevler arasındaki Feldkeller ilişkisi

$$H(p)H(-p) = 1+K(p)K(-p)$$

ya da

$$e(p)e(-p) = f(p)f(-p)+q(p)q(\sim p)$$

olarak bilinmektedir. Zayıflama işlevi ise

$$A= 20 \log_{10} [H]$$

olarak tanımlanmaktadır.

Yukarıda tanımlanan işlevler, gerçekleştirilebilir, kayıpsız bir devre için aşağıdaki koşulları sağlamalıdırlar:

i) e(p) , f(p) ve q(p), p türünden gerçel katsayılı çokterimliler olmalıdır,
ii) e(p) çokterimlisi Hurvitz olmalıdır,
iii) q(p) çokterimlisi ya çift ya da tek çokterimli olup derecesi e(p) den küçük ya da eşit olmalıdır,
iv) [H(jw)]' > 1 sağlanmalıdır.

Araya girme kaybı yöntemi ile süzgeç gerçekleştirmede ilk adım, geçirme bandında Tchebycheff özellikte, söndürme bandı ise kutupları değiştirerek ayarlanabilecek türde olan ırasal işlevin seçimidir. Böyle bir işlev türü seçildikten sonra söndürme kutuplarının sayısı ve değerleri adım adım değiştirme yöntemiyle bulunabilir [3].

Tasarımda ikinci adım süzgeç devresinin açık ve kısa devre empedans işlevlerinin elde edilmesidir. K(p) işlevi bulunduktan sonra [1] de verilen bağıntı yardımıyla e(p)e(-p) çokterimlisi ve bu çokterimiinin sol yarı düzlemdeki sıfırlarından e(p) Hurvitz çokterimlisi kolayca bulunabilir. Empedans işlevleri ise, e(p) ve f(p) çokterimliler inden, Çizelge l'deki empedans deyimleri kullanılarak elde edilir.

Tasarımın son adımı empedans işlevlerinin gerçekleştirilmesidir. Bunun için tüm kutupların kutup sökme yöntemi ile ve tutarlı bir sıra ile sökülerek öğe değerlerinin elde edilmesi gerekir. Şekil 1 ve 2'de, sırasıyla sıfır frekansta ve sıfırdan farklı sonlu bir frekansta kutupların gerçekleştirilmesi görülmektedir. Kutupların sökümü ile gerçekleştirme işlemi ayrıntılı olarak [2] de verilmiştir.

3. SAYISAL KESİNLİK SORUNU

Süzgeç gerçekleştirmek için yukarıda tanımlanan bütün özellikleri taşıyan birçok bilgisayar programları hazırlanmıştır, ancak sayısal güvenilirliğin oldukça az olması nedeniyle kullanımları sınırlı kalmaktadır. Anlamlı rakamların işlem ilerledikçe giderek azalması sorununa tek çözüm yolu, işlemi daha çok rakam ile yürütmek olagelmiştir.

Kesinlik sorununun daha yakından'incelenmesi sayısal kesinliğin kaybolduğu iki tehlikeli noktanın bulunduğunu göstermektedir.

Bunlardan ilki, e(p)e(-p) çokterimlisinin elde edilme basamağıdır. e(p) nin sıfırları olan ırasal değerler geçirme bandı sınır frekansı yakınında yığılmış olduklarından, bunların e(p)e(-p) çokterimlisinden çıkarılmaları sırasında sayısal güvenilirlik büyük ölçüde azalmaktadır.
İkinci önemli nokta ise kutup sökme yöntemi olarak bilinen, adım adım öğe değerlerini bulma işlemidir. Bu işlemde, yapı içindeki bir öğenin bulunmasından sonra kalan işlev; katsayıları çok yakın olan çokterimiilerin çıkarılması ile elde edilmektedir. Bu nedenle sayısal kesinlik kaybı her adımda hızla artmaktadır.

Bu sorunun daha uygun ve pratik değeri fazla olan diğer bir çözüm yolu ise başka bir değişkenle hesapları yürütmektir.

4. DÖNÜŞÜM DEĞİŞKENİ-Z

Sayısal kesinliğin kaybının tek nedeni devrenin ırasal değerlerinin belirli noktalar yakınında kümelenmesi olduğuna göre bağımsız değişken olarak karmaşık frekans değişkeni p yerine bu kümelenmeden etkilenmeyecek başka bir değişken kullanmak uygun bir çözüm yolu olacaktır.

Bant geçiren bir süzgeçte geçirme bandı sınır frekansları fi ve *ti* ise, ırasal değerlerin yığılma noktaları

$p_1 = \pm j2\pi f_1$

ve

$p_2 = \pm j2\pi f_2$

olmaktadır. Bu durumda z dönüşüm değişkeni

$$z^2 = \frac{f^2 - f_2^2}{f^2 - f_1^2} \qquad (4.1)$$

ya da f değişkeni f2=1 olacak şekilae düzgülenirse

$$z^2 = \frac{f^2 - 1}{f^2 - a^2}, \quad a = \frac{f_1}{f_2} \qquad (4.2)$$

olarak tanımlanmaktadır. Bu dönüşüm $f_1 \leq f \leq f_2$ geçirme bandını tüm sanal eksene eşleyerek ırasal değerlerin arasını açmaktadır.

Alçak geçiren süzgeç için $f_1=0$ olduğundan dönüşüm değişkeni

$$z^2 = \frac{f^2 - f_2^2}{f^2}$$

ve düzgülenmiş olarak

$$z^2 = \frac{f^2 - 1}{f^2}$$

biçimini almaktadır.

5. ARAYA GİRME KAYBI YÖNTEMİNİN Z DEĞİŞKENİ İLE YÜRÜTÜLMESİ

Araya girme kaybı yönteminin tüm işlemleri p türünden işlevlerle z türünden karşılıkları arasında bire-bir ilişki kurularak z değişkeni ile yapılabilir. Böylece z değişkeni bireşim işleminin bütün aşamalarında kullanılabilmektedir.

5.1 Irasal İşlevin z-Türünden Tanımı

Irasal işlevin yapı olarak kutup frekansları ayarlanabilir ve geçirme bantında eşit dalgacıklı seçileceğinden yukarda söz edilmişti. Irasal işlevin düzgülenmiş kutup frekansları f£,i=l,..n, bunların z dönüşüm eşdeğerleri mi,i=l,..,n, ve aşırı uç frekansları kutup sayıları da n_o ve n^, olsun. Bu durumda K ırasal işlevi

$$E+zF = (z+1/a)^{n_o} (z+1)^{n_o} \prod_{i=1}^{n} (z+m_i)^2$$

bağıntısı ile tanımlanan E ve F çift çokterimlileri türünden

$$|K|^2 = \frac{k^2E^2}{E^2-z^2F^2} \qquad (5.1)$$

olarak tanımlanmaktadır. Bu işlevin geçirme bandında k^2 den küçük eşit dalgacıklı olduğu, söndürme bandında ise yukarda öngörülen kutupları içerdiği gösterilebilir [1,3,4j.

(5.1)'de tanımlanan ırasal işlev türü, geçirme bandı söndürmesini değişmez olarak

$$a_p = 10 \log_{10} (1+k^2)$$

ile belirlemektedir. Böylece, söndürme bantları söndürmesini sağlayacak kutup değerleri, bilgisayarla yalnız kutup değerlerini değiştirerek yapılan bir yaklaşımla elde edilebilmektedir U.3].

K ırasal işlevi belirlendikten sonra (2.1) de tanımlanan f(p) ve e(p)e(-p) çokterimlilerinin z dönüşüm değişkeni eşdeğerleri bulunmakta, buradan da e(p) çokterimlisi doğrudan hesaplamalarla kolayca elde edilebilmektedir. [4,5,6] da bu hesaplama için üç ayrı bağıntı dizisi bulunmakta olup, bunlardan herhangi biri ile bilgisayar programı hazırlanabilir.

5.2 Empedans Deyimlerinin z Eşdeğeri ve öğe Değerlerinin Saptanması

Çizelge 1'de verilen empedans işlevleri yalnız $e_{ç}(p)$, $f_{ç}(p)$, $e_t(p)$, $f_t(p)$ ve q(p) nin derecesine bağımlı olduğuna göre e(p) ve f(p) çokterimlilerinin z eşdeğerlerinden empedans deyimleri elde edilebilmektedir.

Elde edilen empedans işlevleri, seri rezonans türü öğelerle başlayan devrelerde

$$Z(z^2) = \frac{N(z^2)}{D(z^2)\ \sqrt{z^2-1}\ \sqrt{1-a^2z^2}} \qquad (5.2)$$

Reaktans	q(p) Çift	q(p) Tek
X_{1A}	$\frac{e_ç-f_ç}{e_t+f_t}$	$\frac{e_t-f_t}{e_ç+f_ç}$
X_{1K}	$\frac{e_t-f_t}{e_ç+f_ç}$	$\frac{e_ç-f_ç}{e_t+f_t}$
X_{2A}	$\frac{e_ç+f_ç}{e_t+f_t}$	$\frac{e_t+f_t}{e_ç+f_ç}$
X_{2K}	$\frac{e_t-f_t}{e_ç-f_ç}$	$\frac{e_ç-f_ç}{e_t-f_t}$

A : Açık devre
K : Kapalı devre
ç : Çift
t : Tek

Çizelge 1. Empedans deyimleri

şeklinde, paralel rezonans türü.öğelerle başlayan devrelerde ise

$$Z(z^2) = \frac{N(z^2)\ \sqrt{z^2-1}\ \sqrt{1-a^2z^2}}{D(z^2)} \qquad (5.3)$$

şeklinde ortaya çıkmaktadır [1,4,5,6].

Empedans işlevleri bilinen bir devrenin sıfır, sonsuz ve sonlu frekans kutuplarının sökümü ile öğe değerlerinin saptanması işlemleri de z değişkeni türünden yürütülebilmektedir, örnek olarak (5.2) eşitliği türünde bir giriş empedansı işlevinden, Şekil 1'deki gibi sıfır frekansta kutup sökümünü inceleyelim. (5.2) bağıntısı ve (4.2) bağıntısından çıkarılan $p = \sqrt{1-a^2z^2} / A-a$ deyimleri kullanılarak

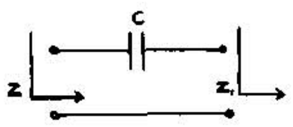
$$pZ = \frac{N}{D(z^2-1)} \qquad (5.4)$$

elde edilir. Şekil 1'deki gerçekleştirme işleminin z eşdeğeri ise Şekil 3'de verilmiştir.

Bu yöntemle bütün kutupların sökümü sonucunda merdiven tipi bir devre elde edilir. Burada dikkat edilecek nokta; sökülecek kutup sırasının tutarlı olmasıdır. Örneğin, paralel rezonans türü olarak (5.2) bağıntısında verilen empedans işlevinin ilk öğesi seri bir sığa ya da makara olamaz. Bu konuda ayrıntılı bilgi [1] ve [7] de bulunabilir.

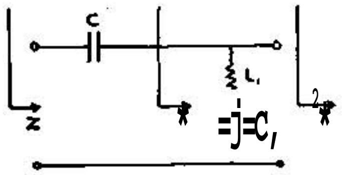
6. BİLGİSAYAR PROGRAMI

Araya girme kaybı yönteminin z değişkeni kullanılarak programlaması yapılmış olup [1] de görülebilir. Program, gerektiğinde yazarlardan temin edilebilecektir. Burada kısaca programın özellikleri sunulmaya çalışılacaktır.



$C = \left[\frac{1}{pZ}\right]_{p=0}$ $\qquad Z_1 = Z - \frac{1}{pC}$

Şekil 1. Sıfır frekansta kutup sökümü

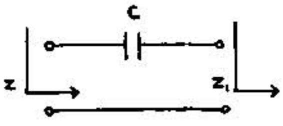


c - f-Lİ $\qquad Z_1 = Z - \frac{1}{pC}$

$L_1 = \left[\frac{pZ}{p^2+f_i^2}\right]_{p^2=-f_i^2}$

$C_1 = \frac{1}{L_1 f_i^2}$ $\qquad \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{Z_1} - \frac{p/L_1}{p^2+f_i^2}$

Şekil 2. Sonlu ve sıfırdan farklı frekansta kutup sökümü



$C = \left[\frac{1}{pZ}\right]_{z=1/a}$ $\qquad$ pZ1+ pZ - -f-

Şekil 5. Sıfır *frekansta kutup sökümOHün z dönüşüm eşdeğeri*

Program geleneksel türde (söndürme sıfırları geçirme bandında ve gerçek) bir devre tasarımlamaktadır. [4,5,6 J da önerilen parametrik süzgeç tasarım yöntemleri kullanılmamıştır.

Program hem alçak geçiren, hem de bant geçiren süzgeç tasarımlayabilmededir. Veri olarak tanımlanan önemli değişkenler şunlardır:

i) Geçirme bandında en yüksek söndürme (db) ;
ii) Geçirme bandı uç frekans değerleri,
iii) Söndürme bantlarında bölge bölge' tanımlanabilen en düşük söndürme (db,),
iv) Giriş ve çıkış kapılarında istenen empedans özellikleri (Her biri seri rezonans ve paralel rezonans türü olabilir.),
v) Gerçekleştirmenin sağdan, soldan ya da her iki yönden yapımı için kod işaretleri,
vi) Öğe değerlerinin ayarlanacağı giriş ya da çıkış yük direnç değeri.

Ayrıca gerçekleştirmenin yapılacağı kutup sökttm ve öğe dizisi sırası kullanıcı tarafından tanımlanabileceği gibi, kullanıcı tarafından verilmemesi durumunda program tarafından seçilmektedir.

Program hakkındaki diğer bilgiler [1] de görülebilir. Ayrıca programda bazı esneklikler sağlamak amacıyla çalışmalar sürdürülmektedir.

KAYNAKLAR:

[1] *çiftçibaşı, T,* "Filter Design by Transformed Variables" M.S.Thesis, ODTÜ, Temmuz 1974

[2] *Saal, R. ve E.Ulbrich,* "On the Design of Filters by Synthesis", İRE Trans. on Circuit Theory, Cilt. CT-5, s.284-327, Aralık, 1958

[3] *Smith, B.R. ve G.C.Temes,* "An Iterative Approximation Procedure for Automatic Filter Synthesis", IEEE Trans. on Circuit Theory, Cilt. CT-12, s. 107-112, Mart, 1965

[4] *Szentirmai, G.,* "A Filter Synthesis Program" System Analyses by Digital Computer, F.F. Kuo ve J.F.Kaiser, Eds. New York, Wiley, 1966

[5] *Bingham, J.A.C.,* "A New Method of Solving the Accuracy Problem in Filter Design", IEEE Trans. on Circuit Theory, Cilt. CT-11, s. 327-341, Eylül, 1964

[6] *Orchard, H.J. ve G.C.Temes,* "Filter Design Using Transformed Variables", IEE Trans. on Circuit Theory, Cilt. CT-15, s.385-408, Aralık, 1968

[7] *Skwirzynski,* J.K., "On Synthesis of Filters", IEEE Trans. on Circuit Theory, Cilt. CT-18, s. 152-163, Ocak, 1971