

Bağımlı Kaynaklara Göre Devre Fonksiyonlarının Duyarlıklarının Bulunması*

Yurdakul CEYHUN, Mehmet EYLİP
ODTÜ

ÖZET

Bu yazıda çok uçlu lineer elemanlardan oluşmuş n kapılı bir N devresinin kapılarında tanımlanacak bir $F(s, q)$ devre fonksiyonunun pay ve paydasının devreyi oluşturan herhangi bir $(k+1)$ - uçlu elemanın katsayısı q 'ya göre en fazla k 'inci dereceden bir polinom olarak ifade edilebileceği gösterilmiştir. $F(s, q)$ 'nin bu özelliği daha sonra devredeki bağımlı kaynakların katsayısına göre duyarlılığının bulunmasına uygulanmıştır.

SUMMARY

in this paper it is shown that an n -port network N composed of linear $k+1$ — terminal components with q being any one of their parameters has network function $F(s, q)$ defined on its ports in bi-polynomial form in q . Where the degree of either the denominator or numerator polynomial is at most of degrees k . This property of $F(s, q)$ is then applied to the computation of network function sensitivities with respect to q when q is the coefficient of a controlled source.

1. GENEL

n -kapılı, $(k+1)$ - uçlu lineer elemanlardan oluşmuş bir N devresi düşünelim. $F(s, q)$, N 'nin 1 ve 2 diye işaretleyeceğimiz herhangi iki 'kapısı üzerinde tanımlanacak n -uçlu devre fonksiyonundan biri olsun. Daha açık bir deyişle,

$F_2(s, q) = \frac{V_2(s)}{I_2(s)}$ (1a)

(giriş empedansı) (1a)

$$F_2(s, q) = \frac{V_2(s)}{I_2(s)} \quad I_2 = 0$$

$V_2(s)$

$I_2(s)$

(gerilim transfer fonksiyonu)

$$F_3(s, q) = \frac{V_2(s)}{I_2(s)} \quad V_2 = 0 \quad \text{de}$$

(akım transfer

fonksiyonu) Elektrik

Mühendisliği 196-197

$$F_4(s, q) = \frac{I_2(s)}{V_2(s)} \quad V_2 = 0$$

(gerilim-akım transfer fonksiyonu) (1d)

$$F_5(s, q) = \frac{I_2(s)}{I_1(s)} \quad I_2 = 0$$



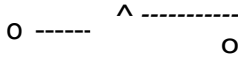
(akım-gerilim transfer fonksiyonu) (1e)

Giriş admitansı giriş empedansının bir bölümüne eşit olduğundan $F_1(s, q)$ için varılacak sonuçlar kolaylıkla giriş admitansı için de uygulanabilir. Dolayısı ile bu devre fonksiyonunu aşağıdaki incelemede ihmal edeceğiz. Denklem (1)'de, s Laplas transformunun kompleks frekansı ve q herhangi bir elemanın katsayısıdır. Şöyleki, uç denklemleri Tablo 1'de gösterilen

elemanlar için q ; R, sL, $\frac{1}{sC}$, n, 8, m, α , g_m , r 'den herhangi birisi olabilir.

* Odamızın hazırladığı dizi teknik konferanslar serisinden, 19 Aralık 1972 Sah günü Saat 14' re Mimarlar Odası Konferans Salonu'nda verilmiştir.

TABLEO 1.

Direnç		$y \begin{matrix} R \\ I \end{matrix}$
Kondensatör		$w .1 ,$ $SC '$
Endüktans		$V = SLI$
İdeal transformatör	$Vj\hat{r} < \quad * \hat{I}_2$	$' \text{ il } ''^c$ $\begin{matrix} & & \\ o & -r. & \\ n & o & \end{matrix}$ $"V_1" $ 12
Jirator	$i \eta \quad) \quad C \quad -12$ $(v_2$	$V_2 =$ $"0$ $K" -o'$ 12
Gerilim kontrollü Gerilim kaynağı	$v,1 \quad -12$ $* \wedge t v_2$	$" h "$ V_2 $\begin{matrix} & & \\ o & o & \\ m & o & \end{matrix}$ $"V_1 1$ h
Akım kontrollü Akım kaynağı	$n \quad -12$ $v,t \quad C J \gg v_2$	il V_2 $\begin{matrix} & & \\ o & <x & \\ s & o & \end{matrix}$ V_1 12
Gerilim kontrollü Akım kaynağı	$h^* -$ $f \sim *$	$12 =$ $\begin{matrix} & & \\ o & o & \end{matrix}$ V_2
Akım kontrollü Gerilim kaynağı	$il \quad -$ $f i \gg$	V_2 $\begin{matrix} & & \\ o & o & \\ \tau f \lambda & o & \end{matrix}$ 12

Şimdi, Şekil 1'de gösterildiği gibi empedans parametrelerinin var olduğu kabul edilen (M bu varsayımın ilerde değineceğiz) N devresinden 2 uçlu bir eleman çıkararak N'yi N_1 ve N_2 gibi iki devrenin bağlantısından oluşmuş kabul edelim. Her ne kadar N ilkin. n-Jtapü düşünül-
müş ise de, eğer sadece giriş emredansı bizi ilgilendiriyorsa (1v1) kapı öldürülerek (atam kaynağı ile sürülen kapılar açık ve gerilim kaynağı ile sürülen kapılar kısa devre yapılar-
ra) N, Şekil 1a'da gösterildiği gibi tek kapılı olarak düşünülebilir ve N, ile N_2 'nin uç denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir,

(2)

$$F_2(s, q) = \hat{V}_1 - \hat{V}_2$$

$$F_3(s, q) =$$

$$(\hat{V}_1 - \hat{V}_2) Z_{33} - Z_{23} \hat{V}_2 - \hat{V}_1 Z_{22}$$

$$F_4(s, q) =$$

$$D_0 + q(Z_{21} Z_{22} - Z_{12} Z_{21}) \text{ ki}$$

(3)

burada D_0 'ın açık ifadesi

$$Z_{33} + Z_{12} Z_{22} Z_{33} + Z_{13} Z_{21} Z_{32}$$

$$- Z_{12} Z_{21} Z_{33} - Z_{13} Z_{22} Z_{31} - Z_{23} Z_{32}$$

$$F_5(s, q) = \frac{(Z_{22} Z_{33} - Z_{23} Z_{32}) + q Z_{21}}{Z_{22} Z_{33} - Z_{23} Z_{32}}$$

+

elde edilir. Görüldüğü gibi Denklem (5)

$$F(s, q) =$$

$$D(s) + D_0(s) + qD_1(s)$$

şeklinde yazılabilir.

Diğer taraftan Tablo 1'deki 3-uçlu elemanlardan herhangi biri N'dön N_2 olarak çıkarılırsa, geri kalan N, devresi F(s,q)'nun tanımına göre Şekil 2'de açıklandığı gibi empedans parametreleri cinsinden

$$\hat{V}_1,$$

$$\hat{V}_2,$$

$$Z_{31}, Z_{32}$$

(7)

veya

$$\hat{V}_1,$$

(8)

Elektrik Mühendisliği 196-197

(b)

Şekil 1.

ve

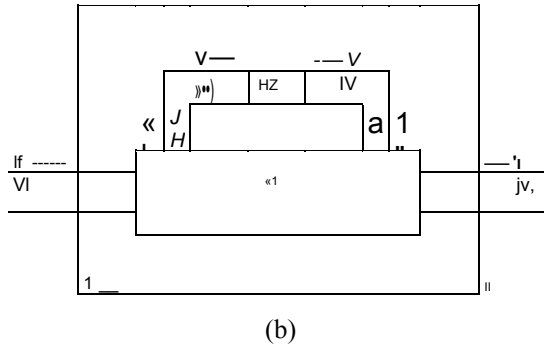
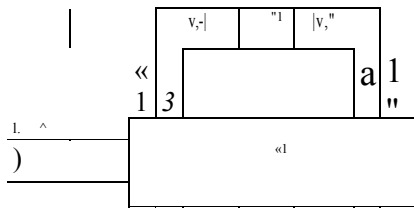
M

--H

(a)



ifade edilir. Şimdi değişik 3-
uçlu elemanların q 'ları için F
(s, q)'nun alacağı şekli
inceleyelim.



Şekil 2.

2. BAĞIMLI KAYNAKLAR İÇİN

Eğer q gerilim kontrolü bir gerilim kaynağının katsayısı ise N_2 'nin uç denklemleri

$$V = O \quad (9)$$

halını alır. Denklem (7), (8) ve (9)'dan $F(s, q)$ için aşağıdaki ifadeler bulunur.

$$F(s, q) = \frac{(Z_{n3} Z_{33} - Z_{33} Z_{31}) - q(Z_{11} Z_{23} - Z_{13} Z_{21})}{Z_{33} - (Z_{33} Z_{31} - Z_{33} Z_{31}) + q(Z_{14} Z_{33} - Z_{11} Z_{31})} \quad (10a)$$

$$(Z_{33} Z_{31} - Z_{33} Z_{31}) + q(Z_{14} Z_{33} - Z_{11} Z_{31}) \quad (10b)$$

$$F_3(s, q) = \frac{Z_{11} Z_{23} - Z_{13} Z_{21}}{Z_{33} - (Z_{33} Z_{31} - Z_{33} Z_{31}) + q(Z_{14} Z_{33} - Z_{11} Z_{31})} \quad (10c)$$

$$F_4(s, q) = \frac{Z_{11} Z_{23} - Z_{13} Z_{21}}{(Z_{24} Z_{33} - Z_{24} Z_{31}) + q(2a Z_{33} - Z_{24} Z_{31})} \quad (10d)$$

$$F_5(s, q) = (x_{11} y_{11} - y_{11} x_{11}) + q(y_{11} y_{11} - y_{11} x_{11}) \quad (10e)$$

Denklem (10e)'de N_2 devresinin admitans parametrelerinin var olduğu kabul edilerek empedans parametrelerine göre $F_5(s, q)$ 'nin oldukça daha basit bir ifadesi verildi. Denklem (10)'dan görüldüğü üzere $F(s, q)$ yine Denklem (6)'daki haldedir. Bu sonucun diğer üç tür bağımlı kaynak içinde aynı olacağı analiz sonunca gösterilebilir.

3. İDEAL TRANSFORMATÖRLER İÇİN

Eğer q bir ideal transformatörün tur oranı ise N_2 'nin uç denklemleri

$$\begin{bmatrix} I_1' \\ V_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & j \\ q & \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$F(s, q) = \frac{N(s, q)}{D(s, q)} \quad (12)$$

olduğu görülür ki denklem (12) de eğer $F(s, q) = F(s, q)$ ise,

$$N_0(s) = Z_{13} Z_{31} - Z_{33} \quad (13a)$$

$$N(s) = Z_{33} Z_{32} + Z_{13} Z_{21} - Z_{33} Z_{M} - Z_{12} Z_{33} \quad (13b)$$

$$N(s) = Z_{33} Z_{32} + Z_{13} Z_{21} - Z_{33} Z_{M} - Z_{12} Z_{33} \quad (13c)$$

$$N(s) = Z_{33} Z_{32} + Z_{13} Z_{21} - Z_{33} Z_{M} - Z_{12} Z_{33} \quad (13d)$$

$$N(s) = Z_{33} Z_{32} + Z_{13} Z_{21} - Z_{33} Z_{M} - Z_{12} Z_{33} \quad (13e)$$

$$D_0(s) = -Z_B \quad (14a)$$

$$D(s) = Z_{32} - Z_Y \quad (14b)$$

$$D_2(s) = Z_n \quad (14c)$$

$$veya F(s, q) = F_2(s, q) \quad (14d)$$

$$N_0(s) = Z_{24} Z_{41} - Z_{21} Z_w \quad (14e)$$

$$N(s) = Z_{21} Z_{43} - Z_a Z_{41} + Z_{24} Z_{31} \quad (14f)$$

$$N_2(s) = Z_{23} Z_{33} - Z_{33} Z_{33} \quad (15)$$

$$D_0(s) = -Z_{33} \quad (15)$$

$$D(s) = Z_M + Z_{33} \quad (15)$$

$$D(s) = -Z_{33} \quad (15)$$


$F(s, q)$ 'nin diğer tanımlara için de benzer ifadeler bulunabilir. Transformatör için varılan sonucun jirator için de geçerli olacağı yine analize doğrulanabilir.

Daha genel bir deyişle N_2 , k+1 uçlu lineer bir eleman ve q da bunun bir katsayısı olsun, bu halde

$$F(s, q) = \sum_{i=0}^k q^i N_i(s) \quad (15)$$

olacaktır. Şimdi, $F(s, q)$ 'nin q'ya göre duyarlılığının ifadesini yazalım. Biliyoruz iki duyarlık fonksiyonu [1]

TABLEO 2.

	Gerilim Kontrollü Gerilim Kaynağı		Akım Kontrollü Akım Kaynağı		Gerilim Kontrollü Akım Kaynağı		Akım Kontrollü Gerilim Kaynağı	
F_{TT}^{VI}	V_2 V_3	$I_1 = 0$ $I_2 = 0$	$I_2 I_3$	$I_1 = 0$ $V_2 = 0$	"£	$I_1 = 0$ $I_2 = 0$	$I_2 V_3$	$I_1 = 0$ $V_2 = 0$
$F_{2 \sim V,}^{-\wedge}$	$V_3 V_4$	$V_2 = 0$ $I_2 = 0$ $I_3 = 0$	I_3 I_4	$V_1 = 0$ $I_2 = 0$ $V_3 = 0$	$V_4 I_4$	$V_2 = 0$ $I_2 = 0$ $I_3 = 0$	I_3 V_4	$V_2 = 0$ $I_2 = 0$ $V_3 = 0$
$F_{3 \text{ " } I_L}^{-\dot{I}}$	V_3 V_4	$I_1 = 0$ $I_2 = 0$ $I_3 = 0$	$I_3 I_4$	$I_1 = 0$ $V_2 = 0$ $V_3 = 0$	$V_4 I_4$	$I_1 = 0$ $V_2 = 0$ $I_3 = 0$	$I_3 V_4$	$I_1 = 0$ $V_2 = 0$ $V_3 = 0$
$F_{4 \sim V,}^{-\dot{I}}$	V_3 V_4	$V_1 = 0$ $V_2 = 0$ $I_3 = 0$	$I_3 I_4$	$V_1 = 0$ $V_2 = 0$ $V_3 = 0$	$V_4 I_4$	$I_1 = 0$ $V_2 = 0$ $V_3 = 0$	$I_3 V_4$	$V_2 = 0$ $V_2 = 0$ $V_3 = 0$
F_{FS}^{v*}	V_3 V_4	$I_1 = 0$ $I_2 = 0$ $I_3 = 0$	$I_3 I_4$	$I_1 = 0$ $I_2 = 0$ $V_3 = 0$	$V_4 I_4$	$I_1 = 0$ $I_2 = 0$ $I_3 = 0$	$I_3 V_4$	$I_1 = 0$ $I_2 = 0$ $V_3 = 0$
$F_{<4}$	$V_2 V_3$	$V_2 = 0$ $I_2 = 0$	I_2 I_3	$V_1 = 0$ $V_2 = 0$		$V_2 = 0$ $I_2 = 0$	$I_2 V_3$	$V_1 = 0$ $V_2 = 0$
$* _ *$	$V_3 V_4$	$V_2 = 0$ $I_2 = 0$ $I_3 = 0$	I_3 $\sim I_4$	$I_2 = 0$ $V_7 = 0$ $V_3 = 0$	$V_4 I_4$	$V_2 = 0$ $I_2 = 0$ $I_3 = 0$	I_3 V_4	$I_2 = 0$ $V_2 = 0$ $V_3 = 0$
$* _ *$	$V_3 V_4$	$V_2 = 0$ $I_2 = 0$ $I_3 = 0$	I_3 I_4	$I_2 = 0$ $V_2 = 0$ $V_3 = 0$	$V_4 I_4$	$V_2 = 0$ $I_2 = 0$ $T_3 = 0$	$I_3 V_4$	$I_2 = 0$ $I_2 = 0$ $V_3 = 0$
F_H	$V_3 V_4$	$V_2 = 0$ $I_2 = 0$ $I_3 = 0$	$I_3 I_4$	$I_2 = 0$ $V_2 = 0$ $V_3 = 0$	$V_4 I_4$	$I_2 = 0$ $V_2 = 0$ $V_3 = 0$	$I_3 V_4$	$I_2 = 0$ $I_2 = 0$ $V_3 = 0$
$F_{>=?}$	$V_3 V_4$	$V_2 = 0$ $I_2 = 0$ $I_3 = 0$	I_3 I_4	$I_2 = 0$ $V_2 = 0$ $V_3 = 0$	V_4 1.	$V_2 = 0$ $I_2 = 0$ $I_3 = 0$	I_3 V_4	$I_2 = 0$ $V_2 = 0$ $I_3 = 0$

$$\frac{F(s, q)}{3 \ln q} = \frac{3F(s, q)}{F(s, q)} \quad (16)$$

olarak tanımlanmaktadır. Denklem (15) ve (16) dan

$$\frac{F(s, q)}{3 \ln q} = \frac{1}{1 + \frac{k}{q} F_{N1}(s)} = \frac{1}{1 + \frac{k}{E} q F_m(s)} \quad (17)$$

$$N_0(s) = \frac{1}{1 + \frac{k}{q} F_{N1}(s)}$$

$$D_n(s) = \frac{D_n(s)}{U=1.2 \dots k} \quad (19)$$

örneğin; gerilim kontrollü gerilim kaynağının, kontrol katsayısı m'ye göre duyarlık fonksiyonu aşağıdaki gibidir :

$$\frac{F(s)}{s} = \frac{mF_{N1}}{1+mF_{N1}} = \frac{mF_n}{1+mF_n}$$

Giriş empedansı, devre fonksiyonu olarak alınacak olursa, duyarlık

$$\frac{m}{1+m} \left(\frac{F(s)}{s} \right) = \frac{m}{1+m} \left(\frac{F(s)}{s} \right)$$

$$\frac{m}{1+m} \left(\frac{H(s)}{s} \right)$$

$$\frac{m}{1+m} \left(\frac{H(s)}{s} \right)$$

şeklinde yazılabilir ki burada sadece iki ölçmeye ihtiyaç vardır. Tablo 2 incelenecek olursa devre fonksiyonunun giriş empedansı alınması durumu hariç F_{N1} 'in değerini bulmak için bir kapıda hem akım hem de gerilimi sıfır yapmak gerekli. Bu da fiziksel olarak imkânsız görülmektedir. Fakat devrenin kapılarında patalojik elemanlar olarak bilinen nulator ve norator [2] bağliyerek bu problemin çözümlenebileceği düşünülmekte ve bu konudaki çalışmalar devam etmektedir. Diğer bir taraftan, örneğin bir gerilim kontrollü gerilim kaynağının katsayısına göre (yani

$q=m$) S_q^a bulunmak istenirse denklem (10b)'

den görüldüğü gibi $Z_{n>}, Z_{14}, Z_{1}, Z_{24}, Z_{31}, Z^{\wedge}, Z_{41}$ ve Z_M olarak sekiz ölçmeye ihtiyaç vardır. Halbuki, bu yazıda önerilen yöntem kullanılır ise $F_m(s)$ diek bulunamayacağından, bunun hesaplanabilmesi için $Z_{21}, Z^{\wedge}, Z_{31}, Z_w, Z_{41}$ ve Z_M ün bulunması lâzımdır ve ilâve olarak Tablo 2'den $F_{D1}(s)$ de tek ölçme ile bulunabilir, do-layısı ile sekiz yerine yedi ölçme yeterlidir. Görüldüğü üzere her ne kadar $F(s, q), F_m(s, q)$ dan farklı olduğu zaman ölçme sayısındaki kazanç çok büyük değil ise de, önerilen yöntem her zaman daha az sayıda ölçmeye ihtiyaç gösterir.

Duyarlık hesaplanmasında çok kullanılan Director ve Rohrer metodunda [3], fiziksel devreden tamamen ideal elemanlardan oluşmuş bir devre türetilmekte, duyarlık bu devre üzerinde yapılan analizlerle bulunmaktadı. Devre elemanlarının ideal leştirilmesiyle fiziksel devreden uzaklaşmış ve analizlerde yapılan hata büyümüş oluyor.

Burada önerilen metodda ise duyarlığı hesaplanacak eleman hariç devre içindeki hiç bir elemana dofcunuknamaktadır. örneğin bir devrenin duyarlığı işlem yükseltcecinin kazanç katsayısına göre hesaplanacaksa tını eleman gerilim kontrollü gerilim kaynağı olarak düşünülür ve devrenin kapılarında önerilen ölçmeler yapılarak duyarlık bulunur. Dolayısıyla yapılan hata

1. İşlem yüksteltecinin idealleştirilmesinden
 2. Kullanılan ölçü aletlerinin toleransından gelmektedir. Bu yöntemin bir üstün tarafı ise istenilen bir frekansta duyarlık fonksiyonunun çabuk yoldan bulunabilmesidir.
- Açıklanması gereken diğer bir nokta da en baştan beri devrenin Z veya y parametrelerinin varlığının kabul edilmiş olunmasıdır. Bu varsayım herhangi bir kısıtlama olamaz, zira düşünülen devreler fiziksel devrelerdir ve idealleştirme sadece katsayısına göre duyarlığı incelemek için elemanlarda yapılmaktadır ve onların da uç denklemlerine böyle bir ön şart konmamaktadır.

KAYNAKLAR

1. Bode, H. W.: "Network Analysis and Feedback Amplifier Design", D. Van Nostrand, 1945.
2. Davies, A. C.: "The Significance' of Nulators, Norators and Eullors in Active-Nervvork Theory", The Radio and Electronic Engineering, Kasım 1967, s. 259-267.
3. Director, S. W. ve Rohber, R. A.: "Automated Network Design: The Trequency Domain Case", IEEE Tnans. on Circuit Theory, Vol. CT-16, 1969, S. 3, s. 330-337.