

SÜREKLİ ZAMANLI KAOTİK SİSTEMİNİN DURUM GERİ BESLEME İLE DOĞRUSALLAŞTIRILMASI VE DENETİMİ

Ümit ÇOKRAK¹ Ahmet UÇAR²

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Mühendislik Fakültesi
Fırat Üniversitesi, 23119, Elazığ

¹e-posta: umit_sari@mynet.com ² e-posta: aucar1@firat.edu.tr

Anahtar Kelimeler; Kaotik sistemler, Durum geri besleme ile doğrusallaştırma, Kaos denetimi.

ABSTRACT

Nonlinear systems exhibit complex behaviors including regular; such as exponential and asymptotic that converge and diverge from the equilibrium points and irregular; limit cycle and multiple oscillations behaviors. The nonlinear systems may also exhibit a strange behavior called chaos that has been observed from many engineering and physical systems. Although studying the dynamic properties of chaotic systems is still one of active research topics, however controlling chaos has been received a great interest and focused by many researches.

In this study, the state feedback linearization method has been used to stabilize chaotic systems. The method employed by use of Lie algebra and is used to control a continuous chaotic system known Genesio-Tesie system. The effective of the proposed method is illustrated and the simulation results are provided.

1. GİRİŞ

Genellikle doğrusal olmayan sistemlerin davranışları, denge noktalarına göre sistem doğrusallaştırılarak bölgesel bir durum için incelenir. Global davranış ise bu denge noktaları civarındaki davranışların birleştirilmesi ile elde edilir ve küçük genlikli işaretleri için incelenir. Ancak doğrusal olmayan sistem kuramında yapılan çalışmalar sonucunda böyle bir yaklaşım ile sistemin global davranışının tam olarak anlaşılamayacağı görülmüştür [1].

Doğrusal olmayan sistemler, bilinen düzenli davranışların yanında, düzensiz ve oldukça karmaşık davranışlar da gösterebilirler. Sistemin, girişine herhangi bir işaret uygulanmadan sistemin kendi dinamiğinden dolayı oluşan doğrusal olmayan davranış türlerinden limit çevirim ve çoklu periyotlu osilasyonlar gösterdiği uzun yıllar öncesinden bu yana bilinmektedir. Bu davranışlar, sistemin durum

değişkenlerinin başlangıç şartlarına göre duyarlı değildirler. Örneğin Van Der Pol osilatörü belirli parametreler için limit çevirim gösterdiği durumda limit çevirimin genliği ve frekansı doğrusal sistemlerde olduğu gibi sistemin durum değişkenlerinin farklı başlangıç şartlarına göre değişmez [2].

Son yıllarda, doğrusal olmayan sistemlerde limit çevirimden daha karmaşık olan ve belli bir frekans bandında etkili olan, garip “strange” olarak adlandırılan kaotik davranışlar da gözlemlenmiştir [2]. Kaotik davranışların temel karakteristiği sisteme herhangi bir giriş uygulanmadan, sistemin yapısından dolayı oluşan bir davranış türü olup sistemin durum değişkenlerine karşı oldukça çok duyarlıdır [2]. Kaotik davranışlar elektronik sistemlerde, ilk olarak Japonya’da 1970’lerde gözlemlenmiş ve bu davranışlar garip “strange” davranış olarak adlandırılmıştır. Bu çalışmadan sonra birçok mühendislik ve doğa sistemlerinde kaotik davranışlar gözlemlenmiştir. Kaotik davranışın bilim insanlarınca gözlemlendiği ilk yıllarda, kaotik davranış gösteren sistemlerden öncelikle kaçınılmıştır. Yada sistem parametreleri değiştirilerek sistem kaotik davranış göstermeyecek şekilde çalıştırılmaya zorlanmıştır [2]. Bu düşünce kaosun kontrol edilebileceği fikri doğurmuş ve ilk olarak kaos kontrolü Ott ve diğerleri tarafından yapılmıştır [3]. Son yıllarda kontrol kuramında geliştirilen analiz ve kontrol yöntemleri ile kaotik sistemlerin davranışlarının analizi ve kontrolü yapılmaktadır [4]-[11]. Bu yöndeki çalışmalar önemli bir araştırma alanı haline gelmiştir.

Bu çalışmada, doğrusal olmayan sistemlerin tam ya da kısmi doğrusallaştırılması için geliştirilen durum geri beslemeli doğrusallaştırma metodu kullanılarak sürekli zamanlı kaotik sistemlerin kontrolü yapılmıştır. Doğrusal olmayan sistemlerin durum geri besleme ile doğrusallaştırılması için kullanılabilen diferansiyel geometri, Lie algebra, ile kaotik sistem doğrusal olmayan bir kontrol işareti ile doğrusallaştırılmış ve hedeflenen kapalı çevirim kutupları da doğrusal denetleyici ile sağlanmıştır.

Uygulama olarak sürekli zamanlı kaotik bir sistem olan Genesio-Tesi sisteminin kontrolü yapılmıştır. Bölüm 2’de sürekli zamanlı kaotik sistemlerin temel karakteristikleri verilmiştir ve Genesio-Tesi kaotik sisteminin dinamik davranışı özetlenmiştir. Bölüm 3’de doğrusal olmayan sistemler için durum geri beslemeli kontrol işlenmiştir. Genesio-Tesi sisteminin kaotik davranışının kontrolü bölüm 4’te verilmiştir. Bölüm 5’te ise sonuçlar tartışılmıştır.

2. SÜREKLİ ZAMANLI DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLERDE KAOTİK DAVRANIŞLAR

Girişi olmayan ve n tane durum değişkeni olan, doğrusal olmayan dinamik sistemlerin matematiksel modeli denklem (1) de verilen doğrusal olmayan diferansiyel denklem formundadır.

$$\dot{x} = f(x, t) \quad (1)$$

Burada \dot{x} durum değişkenlerinin türevi ve f , $n \times 1$ boyutlu bir doğrusal olmayan fonksiyondur. Denklem (1)’de verilen sistemin, seçilen $x_0(t=0)$ başlangıç şartları için sistem çözümü $x(t)$ nin tek olduğu varsayılırsa, $x(t)$ nin durum uzayındaki değişimi sistem yörüngesi olarak adlandırılır.

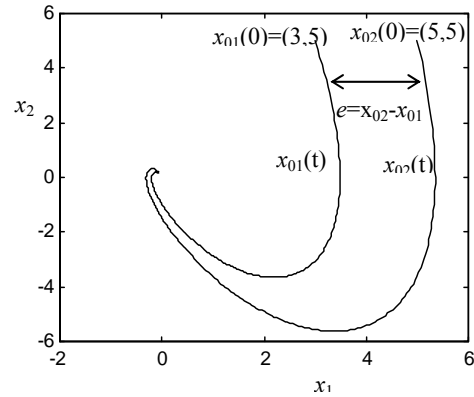
Denklem (1) de verilen sistemin yörüngesi, doğrusal olmayan $f(x, t)$ fonksiyonuna ve sistemin denge noktalarına göre değişir. $f(x, t)$ fonksiyonu üzerinde herhangi bir sınırlama yapılmadan denklem (1) deki sistemin çözümü:

a) Sistemin denge noktalarına göre doğrusallaştırılarak ve denge noktalarındaki değişimler birleştirilerek incelenebilir. Ancak bu çözüm sistemin dinamik davranışını statikleştirir. Sistemin doğal davranışını göstermekten uzaktır [1]. Bu çözüm tekniğiyle düzenli davranışlar, yani asimptotik, üstel kararlı veya genliği başlangıç şartına göre değişen limit çevirim davranışlar incelenebilir.

b) Sistemin doğrusal olmayan kısmı üzerinde herhangi bir sınırlama getirilmeden ve genellikle nümerik olarak yapılan çözümdür. Son yıllarda nümerik analiz yöntemlerindeki gelişim ve bilgisayar programlarının ucuzlamasından dolayı bu metodun etkinliğinin önemi gittikçe artmaktadır. Bu çözüm tekniğiyle düzenli davranışlar yanında doğrusal olmayan davranışlar, yani genliği başlangıç şartının değerine bağlı olmayan limit çevirim ve düzensiz davranışlar denilen kaotik davranışlar da gözlenebilir ve incelenebilir. Denklem (1) de verilen sürekli zamanlı sistemin kaotik davranış göstermesi için *gerekli olan şartlar*;

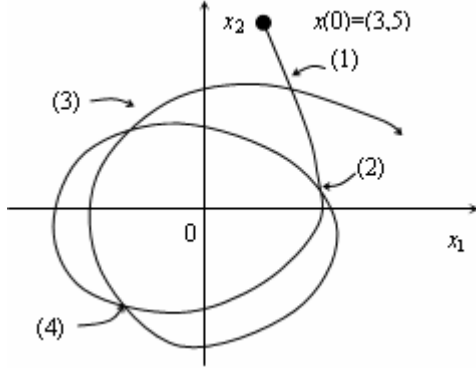
- i) En az üç durum değişkeni içermesi ($n=3$)
- ii) Doğrusal olmayan $f(x, t)$ fonksiyonunu içermesi gerekir.

Ancak gerekli şartlara sahip olan her sistem kaotik davranış göstermeyebilir. Yukarıdaki şartlar ile birlikte denklem (1) de verilen sistemin kaotik davranış göstermesi için sistem yörüngesinin başlangıç şartlarına göre duyarlı olması *yeterli şarttır*. Yörüngesi başlangıç şartlarına göre duyarlı olan bir sistemin yörüngesinin geleceği ve yönlendiği önceden kestirilemez. Bu davranış türü, denge noktasına veya belli bir yörüngeye göre bilinen klasik asimptotik-düzenli davranış türlerinden tamamen farklıdır. Örneğin orijine göre asimptotik kararlı olan bir sistemin yörüngesi, farklı başlangıç şartlarından şekil-1 de olduğu gibi bırakılırsa sistemin iki yörüngesinin alacağı değerler önceden kestirilebileceği gibi iki yörünge arasındaki fark gittikçe azalmaktadır ve sistemin Lyapunov üstelleri negatiftir [2].



Şekil-1 Düzenli davranış gösteren sistemin yörüngelerinin değişimi

Kaotik sistemde ise durum değişkenlerinin farklı başlangıç şartlarında sistemin yörüngeleri arasında herhangi bir ilişki olmadığı gibi iki yörünge arasındaki fark değişerek gelecekte nasıl bir davranış göstereceği önceden kestirilemez. Sistemin Lyapunou üstelleri pozitifdir [2], [7]. Kaotik davranış şekil-2 de gösterildiği gibi sistem yörüngesi (x_1, x_2) durum uzay diyagramında kendisini farklı zamanlarda bir çok konumda keser, yani sistemin teklik çözümü kaybolur. Oysaki düzenli davranışlarda sistem yörüngesi kendisini farklı zaman aralıklarında kesmez ancak periyodik çözüm durumlarında bir birlerine teğet olur.



Şekil-2: Sistem yörüngesinin tek başlangıç şartı için birden fazla noktada; (1), (2), (3) ve (4) anlarında kesişmesi; kaotik bir sistemin yörüngesine işaretler.

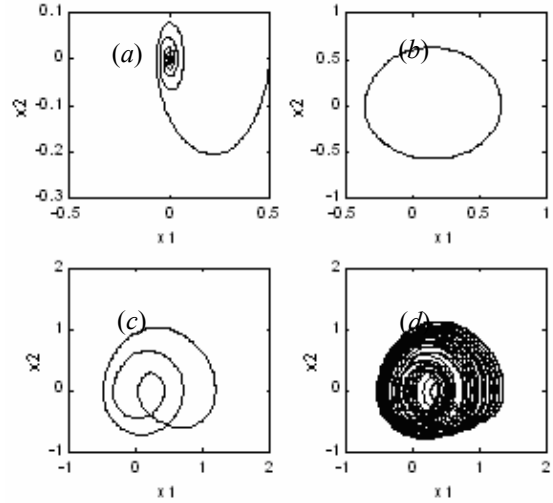
2.1 Genesio-Tesi kaotik sisteminin dinamik davranışı

Genesio ve Tesi 2. bölümdeki şartları sağlayan denklem (2)'deki sürekli zamanlı kaotik sistemi önermişlerdir [12],[13].

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= -c.x_1 - b.x_2 + f(x) + g(x) \end{aligned} \quad (2)$$

Burada $f(x) = x_1^2$ doğrusal olmayan eleman, $g(x) = -ax_3$ dır. Denklem (2)'de verilen sistemin kararlı denge noktası $x_{eq1} = (0,0,0)$ ve kararsız denge noktası $x_{eq2} = (c,0,0)$ olmak üzere iki denge noktası vardır. Orijindeki denge noktasının kararlı olması için sistemin doğrusal kısmının parametreleri $a, c > 0$ ve $ab > c$ şartlarını sağlaması gerekir. Denklem (2)'de verilen sistemin davranışları Şekil-3'de $x_0 = (0.5, 0, 0)$ başlangıç şartları için çizilmiştir. Şekil-3, sistem parametreleri $b=1.4$, $c=1$ sabit ve a değiştirilerek sistem yörüngesinin x_1 ve x_2 durum uzay formundaki değişimi elde edilmiştir. Şekil-3 (a) da görüldüğü gibi $a=1$ seçilerek sistemin parametreleri $a, c > 0$ ve $ab > c$ şartını sağladığından ve durum değişkenlerinin başlangıç şartı $x_0 = (0.5, 0, 0)$ olarak seçildiğinden dolayı sistem yörüngesi orijine göre karardır. Şekil-3 (a) için seçilen sistem parametreleri ve durum değişkenlerinin pozitif başlangıç değeri $x_0 = (x_{10} > c, 0, 0)$ olarak seçilirse sistem yörüngesi kararsız olur. Şekil-3 (b)'de ise sistem yörüngesi $a=0.5$, $b=1.4$ ve $c=1$ sistem parametreleri için elde edilmiş ve sistem yörüngesi, sistemin geçici rejim yanıtını elimine edilerek durum değişkenlerinin zaman yanıtının son yarısı çizilmiştir. Şekil-3 (b) sistem yörüngesinin limit çevrim davranış gösterdiği görülmektedir. Sisteminin seçilen bu değerleri için sistemin doğrusal kısmı kararsızdır. Ancak sistem yörüngesi durum değişkenlerinin

$x_0 = (x_{10} < c, 0, 0)$ şartı için iki farklı karakteristik gösterir; birincisi durum değişkeni x_1 'in başlangıç değeri Şekil-3 (b) deki limit çevrim içinde bir nokta alınırsa sistem yörüngesi limit çevrime yönelir ve içten büyüterek limit çevrime içten teğet olur. Durum değişkeni x_1 'in başlangıç değeri $x_0 = (x_{10} < c, 0, 0)$ şartını sağlayarak limit çevrim dışında bir değer alınırsa sistem yörüngesi Şekil-3 (b) de gösterilen limit çevrime yönelen limit çevrim üzerine dıştan kapanır. Şekil-3 (c)'de sistem parametresi $a=0.3$ için yine sistem yörüngesi geçici rejim elimine edilerek çizilmiştir. Şekil-3 (c)'de sistemin çoklu periyotlu osilasyonlu bir davranış gösterdiği görülmektedir. Sistem parametresi a 'nın değeri biraz daha küçültülürse bu çoklu periyotlu osilasyonun periyotları artar ve sistem yörüngesi bir çok noktada bir tek başlangıç şartı için kendisini keser ve $a=0.25$ için Şekil-3 (d) deki davranış gösterir. Şekil-3 (d) de sistem yörüngesi önceleri garip davranış ve daha sonra kaotik davranış olarak adlandırılmıştır ve durum değişkenlerinin başlangıç değerlerine göre duyarlıdır. Sistem parametreleri $a=0.25$, $b=1.4$ ve $c=1$ sabit tutularak sistem yörüngesi farklı ama birbirlerine oldukça yakın iki durum değişkeni için elde edilirse sistem yörüngeleri arasındaki fark gittikçe artarak geleceği kestirilemez bir duruma gelir.

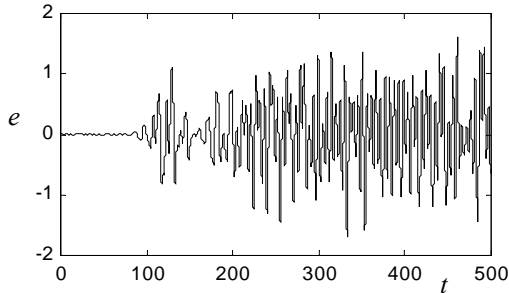


Şekil-3. Denklem (2)'de verilen Genesio-Tesie sisteminin $c=1$, $b=1.4$ ve durum değişkenlerinin başlangıç şartları $x_0 = (0.5, 0, 0)$ için sistem yörüngesinin x_1 ve x_2 durum uzay formundaki değişimi: (a) sistem parametresi $a=1$ için kararlı, (b) sistem parametresi $a=0.5$ için limit çevrim, (c) sistem parametresi $a=0.3$ için çoklu periyotlu osilasyon, (d) sistem parametresi $a=0.25$ için kaotik davranış.

Örneğin sistemin x_1 durum değişkeninin değişimi başlangıç şartları $x_0 = (0.5, 0, 0)$ için $x_{y1}(t)$ ve $x_0 = (0.50001, 0, 0)$ için $x_{y2}(t)$ olmak üzere, iki yörünge arasındaki fark $e = x_{y1} - x_{y2}$ olsun. İki

yörünge arasındaki fark şekil-4 te $0 \leq t \leq 500$ benzeşim süresi için çizilmiştir. Şekil 4 de sistemin iki yörüngesinin başlangıçta birbirine çok yakın konumda değiştiği görülmektedir. İki yörünge arasındaki fark yaklaşık olarak $0 \leq t \leq 80$ süresi arasında hemen hemen aynı olduğu görülmektedir. Ancak zaman arttıkça sistem yörüngeleri arasındaki fark gittikçe rast gele artmaktadır.

Şekil 4’ de açıkça görüldüğü gibi sistem yörüngeleri arasındaki fark bazı anlarda sistem yörüngelerinin genliklerinden de büyük olmaktadır. Bu özellik sistemin başlangıç şartlarına duyarlılık şartı olup sadece kaotik sistemlerde görülmektedir. Verilen kaotik sistemin a parametresinin hangi aralığında veya değerinde kaotik davranış gösterdiği, a ’nın değişimine göre elde edilebilecek çatalaşma veya Lyapunov üstel değişimi saptana bilinir [2]. Burada amacımız yukarıda verilen sistemin seçilen sistem parametrelerinde gösterdiği kaotik davranışları hedeflenen yörüngeye yönlendirecek ve kontrol edecek denetleyiciyi tasarım etmektir. Kaotik davranış gösteren denklem (2) deki sistemin kontrolü aşağıdaki bölümde verilen yöntem ile yapılacaktır.



Şekil-4. Denklem (1)'de verilen sistem parametreleri $a=0.25$ $b=1.4$ $c=1$ ve birbirine çok yakın iki başlangıç şartları $x_0 = (0.5, 0, 0)$ için sistem yörüngesi x_{y1} ve $x_0 = (0.50001, 0, 0)$ için sistem yörüngesi x_{y2} arasındaki fark $e = x_{y1} - x_{y2}$ değişimi.

3. DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLERİN GERİ BESLEME İLE DOĞRUSALLAŞTIRILMASI

Giriş vektörü $g(x)$ ve kontrol işareti u ile birlikte denklem (1) de verilen sistem;

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (3)$$

formunda olur. Bu sisteme;

- i) denklem (4) tanımlanan $x=0$ orijine göre bölgesel doğrusal olmayan koordinat transformu uygulanırsa
- $$z = T(x), \quad T(0) = 0 \quad (4)$$

burada $T: U_o \rightarrow R^n$ orijinin yakın civarında U_o da bölgesel *diffeomorphism*dir ve

ii) $k(0) = 0$, $\beta(0) \neq 0$, $k: U_o \rightarrow R$, $\beta: U_o \rightarrow R$ türevleri alınabilen iki fonksiyon olmak üzere denklem (5)'te tanımlanan doğrusal olmayan kontrol ile denklem (6)'daki gibi doğrusal forma gelir.

$$u = u_N + u_L \quad (5)$$

Burada $u_N = \alpha(x)$ ve $u_L = \beta(x)v$ ve v kapalı çevrimli sistemin hedeflenen performansı sağlayacak şekilde tasarım edilmiş doğrusal geri beslemeli kontrol işaretidir.

$$\dot{z} = \frac{dT}{dx} (f + \alpha g) \circ T^{-1}(z) + \left(\frac{dT}{dx} \beta g \circ T^{-1}(x) \right) v \quad (6)$$

Yukarıda belirtilen doğrusal olmayan transformasyonun denklem (3)'teki tek girişli tek çıkışlı sisteme uygulanabilmesi için;

i) $span\{g, ad_f g, ad_f^2 g, \dots, ad_f^{n-1} g\} = R^n$ ve

ii) giriş matrisi;

$$G_{n-2} = span\{g, ad_f g, ad_f^2 g, \dots, ad_f^{n-2} g\}$$

rankı $n-1$ olmak üzere *involutive* şartı sağlanmalı ve sabit olmalıdır [14].

4. UYGULAMALAR

Denklem (2) verilen Genesisio-Tesie sistemi kontrol işareti ile birlikte aşağıdaki formda yazılabilmektedir.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= -c.x_1 - b.x_2 - a.x_3 + dx_1^2 + u \end{aligned} \quad (7)$$

i) Verilen sistemde $g(x)$ involutive şartını sağlar ve $g(x)$ sabittir.

ii) $a, c > 0$ ve $a, b > c$ şartını ve

$$\begin{aligned} [f, g] &= \frac{dg}{dx} f - \frac{df}{dx} g \\ &= ad_f g = \nabla_g f - \nabla_f g \end{aligned}$$

ve $ad_f^2 g = \nabla_{ad_f g} f - \nabla_f ad_f g$ veya genel olarak

$[f, ad_f^{i-1} g] = ad_f^i g$ sağlamak üzere verilen sistem için;

$$span\{g, ad_f g, ad_f^2 g\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & a \\ 1 & -a & -b-a^2 \end{bmatrix} = R^3 \text{ dir.}$$

Denklem (7)'de verilen sistem kontrol edilebilir kanonik formda olduğundan dolayı denklem (4)'deki doğrusal olmayan koordinat dönüşümü uygulandığında:

$$\begin{aligned} [z_1 \quad z_2 \quad z_3]^T &= [h(x) \quad L_f h(x) \quad L_f^2 h(x)]^T \\ &= [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T \end{aligned}$$

Denklem (7)deki sistem için $\nabla_g = 0$ olduğundan $h(x) = x_1, L_f h(x) = \nabla_h f = x_2,$

$$L_f^2 h(x) = \nabla_{L_f h(x)} f = x_3 \text{ dür.}$$

Denklem (4)'deki tanımlanan dönüşüm ile denklem (7)'deki sistem

$$\dot{z}_1 = z_2$$

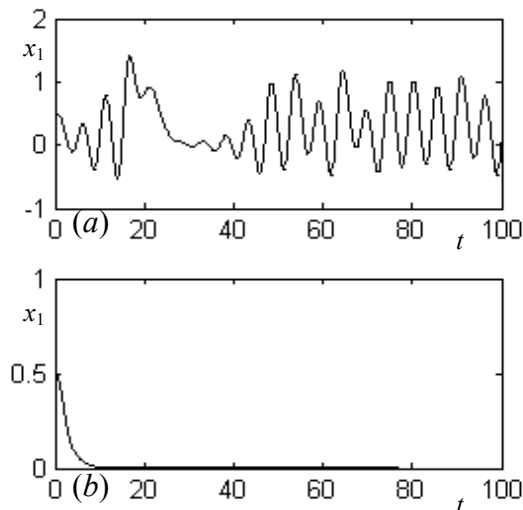
$$\dot{z}_2 = z_3$$

$$\dot{z}_3 = -c.z_1 - b.z_2 - az_3 + dx_1^2 + u$$

formuna gelir. Denklem (5)'deki denetleyicinin doğrusal olmayan kısmı sistemi doğrusallaştırmak üzere, $u_N = -dx_1^2,$ ve $\beta(x) = 1$ olduğundan denetleyicinin doğrusal kısmı $u_L = -Kx$ dir.

5. SONUÇLAR

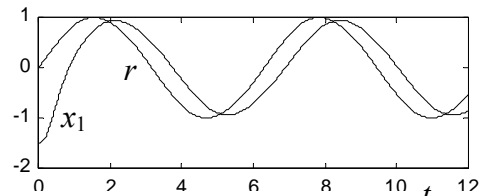
Denklem (7) de verilen sistem $u=0$ ve sistem parametreleri; $a = 0.25, b = 1.4, c = d = 1$ için şekil-3 (d) deki gibi kaotik davranış göstermektedir. Burada sistemin verilen a, b, c ve d parametrelerinin değerleri değiştirmeden yukarıda tanımlanan u denetleyici ile sistemin kaotik davranışı kontrol edilerek kapalı çevrim sistemin orijine göre asimptotik kararlılığı sağlanmıştır. Bölüm 4'te belirtildiği gibi denetleyicinin doğrusal olmayan kısmı sistemin gereksinim duyduğu çıkışı ve doğrusal kısmı ise hedeflenen kapalı çevrim davranışı, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = -5$ sağlamak üzere tasarım edilmiştir. Kapalı çevrimli sistemin gereksinim duyduğu geri beslemeli doğrusal denetleyicinin kazançları $K = [k_1 \ k_2 \ k_3]^T$ ve $k_1=124, k_2=73.6, k_3=14$ dir.



Şekil-5. Denklem (7) de verilen sisteminin başlangıç şartları $x_0 = (0.5, 0, 0)$ olmak üzere (a) $u=0$ ve $a = 0.25, b = 1.4, c = d = 1$ parametreleri için kaotik davranış, x_1 'in zamana göre değişimini, (b)

kontrollü sistemin durum değişkenlerinden x_1 'in zamana göre değişimi.

Tasarım edilen denetleyici kaotik davranışı şekil-5 (b)'deki gibi orijine getirebildiği gibi zamanla değişen herhangi bir giriş fonksiyonunu da asimptotik olarak takip eder. Örneğin sistem girişine $r = \sin 2t$ gibi bir giriş uygulandığında sistem çıkışı şekil-6'da olduğu gibi geçici rejim bittikten sonra giriş işaretini yakalar. Bu da önerilen denetleyici ile kaotik davranış gösteren sistemin istenilen girişi takip ettiğini göstermektedir. Böylece sistem parametrelerini değiştirmeden kaotik davranış gösteren sistemin düzenli bir davranış göstermesi sağlanmış olur. Önerilen yöntemle Bölüm 3 te verilen transformasyonun uygulandığı tüm sistemlere uygulanabilir. Bu metodun en önemli dezavantajı sistem modelinin ve doğrusal elemanın tam olarak bilinmesini gerektirdiğidir.



Şekil-6. Denklem (7) de verilen kontrollü sistemin $r = \sin 2t$ girişine karşı çıkış yanıtı.

KAYNAKLAR

- [1] Cook, P.A. Nonlinear Dynamical Systems, Prentice Hall, New York, USA, 1994.
- [2] Moon, F.C. Chaotic and Fractal Dynamics: An Introduction for Applied Scientists and Engineers, Wiley, New York, 1992.
- [3] Ott, E., Grebogi, C. and Yorke, J. A. Controlling Chaos PHYS. REV. LETTER., Vol 64 pp. 1196-1199, 1990.
- [4] Kapitaniak, T Controlling Chaos: Theoretical and Practical Methods in Nonlinear Dynamics. Academic Press, Londra, UK. 1996.
- [5] Laskhmanan, M. ve Murali, K. Chaos in Nonlinear Oscillators: Controlling and Synchronization. World Scientific Publishing, USA. 1996.
- [6] Ott, E. Chaos in Dynamical Systems. Cambridge University, Press, UK. 1993.
- [7] Thompson, J..M.T. Birshop S.R. (Eds.), Nonlinearity and Chaos in Engineering Dynamics, Wiley, Chichester, UK, 1994, 1-21.
- [8] Genesio, R., Tesi, T. ve Villoresi, F. A Frequency Approach for Analyzing Controlling Chaos in Nonlinear Circuits. IEEE TRANS. CAS, Vol 40, pp. 819-827, 1993.
- [9] Bai E.W. and Lonngren, K. Synchronization of two Lorenz Systems using Active Control, CHAOS, SOLUTIONS AND FRACTALS, Vol 8, pp. 51-58, 1997.

- [10] Lewis, C. P., A. Uçar ve S. R. Bishop, Stability of Nonlinear Systems and the Effects of Time Delay Control, TRANS. INTS. OF MEASUREMENT AND CONTROL, Vol 20, pp. 29-36, 1998.
- [11] Uçar, A., Lonngren , K. E. and Bai, E.W. Synchronization of Chaotic Behavior in Nonlinear Bolch Equations, PHYSICS LETTER A, Vol 314, 96-101, 2003.
- [12] Genesio R. and Tesi A. Chaos Prediction in Nonlinear Feedback Systems, IEE PROCEEDINGS-D, Vol 138, pp. 313-320, 1991.
- [13] Genesio R. , Tesi A and Villorresi F.A. Frequency Approach for Analysing and Controlling Chaos in Nonlinear Circuits. IEEE TRANS. CAS I. Vol. 11, pp. 819-828, 1993.
- [14] Marino, R and Tomei, P. C. Nonlinear Control Design: geometric, adaptive, and robust. *Prentice Hall*, Londra, UK. 1995.