



Değerli Matematikçiler,

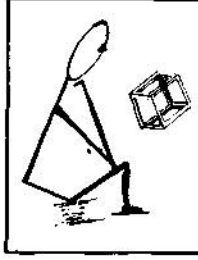
385. sayımızda yayınladığımız 51 ve 52 numaralı sorularımızla ilgili olarak yalnızca iki mektup ulaştı bizlere. Sayın Mehmet TEREÇİ (Diyarbakır) 51 ve 52. sorularımıza doğru çözüm göndermiş. Sayın Zeki ÜNVER (İsparta) ise 51. sorumuza doğru yanıt göndermiş. Sn. Z. ÜNVER ayrıca "Sihirli Kareler başlıklı Malemantik Sohbetimizle ilgili olarak da düşüncelerini iletmış. Kendilerine teşekkür ediyoruz. Armağan olarak, Ayrıntı Yayınları'ndan geçtiğimiz günlerde çıkan Davtd DICKSON'un yazdığı "Alternatif Teknoloji" adlı kitap en kısa sürede adreslerine postalanacak.

386. sayıda yayınladığımız 7 değişik matematik sorusuyla ilgili olarak elimize henüz mektup ulaşmadı. Bu sorularla ilgili olarak yanıtlarınızı ve önerilerinizi -bizlere geri besleme oluşturması açısından- özellikle beklediğimizi iletelim.

Bu sayıdaki sohbetimizin konusu PÜF NOKTASI. Sohbetin sorularımızı çözenize ve sizlerin göndereceği soru önerilerini de çeşitlendirmesine katkıda bulunacağını umuyoruz.

Yeni sayfalarda, yeni sorular ve sonbetlerde buluşmak üzere hoşçakalın

MATEMANTİK



S
O
H
B
E
T

PÜF NOKTASI

"Deneysel Psikoloji" alanında çalışan psikologların anlatmaktan hoşlandıkları bir fıkra ile sohbetimize başlayalım-

Denek olarak seçtiği şempanzenin problem çözme yeteneğini araştıran profesör, boş bir odanın tavanının ortasından muz sarkıtmış. Odanın bir köşesine şempanzeyi, diğer köşesine de boş bir sandık yerleştirmiş. Şempanzemiz, acaba sandığı ortaya çekip üstüne sıçrayarak muza erişmeyi düşünebilecek miydi?.. Şempanzede hiç bir hareket yoktu. Köşesinde oturmuş, tüm dikkati ile profesörün hareketlerini izlemekteydi. Bir ara, profesör bulunduğu yerden

karşı tarafa gitmek için bir iki adım attığında, muzun altından geçmekte iken, şempanze ani bir hamle ile profesörün omuzuna sıçradığı gibi muza uzandı, kaptı, yere atlayıp köşesine çekildi. Afiyetle yedi.

KISSADAN HİSSE : Zor gibi görünen bir problemin umulmadık basit bir çözümü olabilir. Bu olayda, şempanzenin bulduğu çözüm, içgüdüsel sezgisi ile veya daha önceki bir olaydan edindiği deneyimle açıklanabilir belki de.. Ama, burada vurgulanmak istenen nokta şudur: *şempanze ve muz* problemine, kestirme yoldan ve profesörün hiç ummadığı bir çözüm bulunmuştur. Yani, -bir anlamda- işin **PÜF NOKTAS**'ının sezilmesi ile beklenmedik çözüme ulaşılmıştır. Genel olarak müsbet bilim alanında ve özellikle matematikte (dolayısıyla **MATEMANTİK** türü problemler alanında), "**PÜF NOKTAS**r faktörü hatın sayılır ölçüde yararlı işler görmüştür.

Asal sayıların sayısı sonsuz mudur, yoksa en büyük asal sayı var mıdır? Sonsuz sayıda asal sayı olduğu nasıl ispatlanabilir? Oldukça zor, çetrefilli bir problem. Ama, işin "**PÜF NOKTAS**rın gö-

Hazırlayanlar
Necah
BÜYÜKDURA
M.Serhat ÖZYAR

SORU 60 SÖZMETİK
1+243

Necah
BÜYÜKDURA

Aşağıdaki toplama işleminde her harf, belli bir rakamı simgeliyor. DÖRPün simgelediği sayı 4 ile tam olarak bölünebilir. ÜÇ'ün simgelediği sayı 3 ile tam olarak bölünebilir. İKİN simgelediği sayı 2 ile tam olarak bölünebilir. BİRİ simgeleyen sayının da 1 ile bölünebildiğini söyleysek işgüzarlık olur.

Bu toplama işlemindeki sayıları bulabilir misiniz?

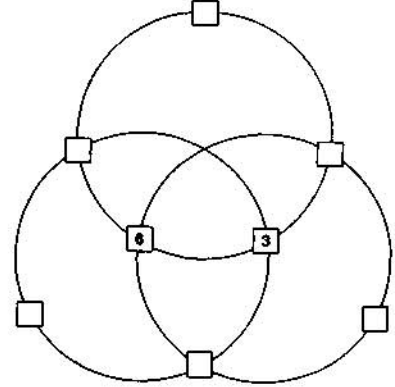
$$\begin{array}{r} \text{BİR} \\ \text{İKİ} \\ + \text{ÜÇ} \\ \hline \text{DÖRT} \end{array}$$

SORU 61 SİHİRLİ
ÇEMBERLER

STERN
Delgisinden

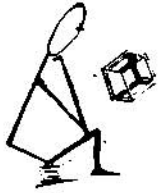
Aşağıdaki şekilde birbirlerini kesen üç büyük daire ve bu dairelerin çemberleri üzerine yerleştirilmiş dokuz tane kutucuk var. 1'den 9'a kadar rakamları bu kutucuklara öyle koyunuz ki, her çember üzerindeki beş rakamın toplamı 22 olsun.

(NOT: İpucu olan *3'ün ve 6'nın yer-brinibtrttik.



MATEMATİK

S
O
R
U
D
E
T



rebilen *Euclid*, asal sayıların sonsuz sayıda olduklarını varsayarak yola çıkmış.

EN BÜYÜK asal sayıya N dersek, 1'den N'ye kadar sayıların çarpımını veren M sayısının 1'den N'ye kadar olan tüm sayılarla bölünebileceği açıktır. Demek ki M+1 sayısı, 1'den N'ye kadar olan sayıların hiçbiri ile bölünemeyecektir. öyle ise m+1 sayısı "asal" bir sayıdır ve N'den büyüktür. Ama N'nin "EN BÜYÜK ASAL SAYI" olduğu savı ile yola çıkılmıştı. Demek ki en büyük asal sayıdan daha büyük bir asal sayı her zaman bulabilme imkanı vardır. Dolayısı ile, sonsuz sayıda asal

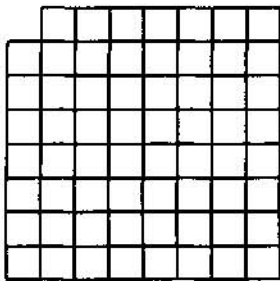
sayının olması gerektiği ispat edilmiş bulunmaktadır.

BİR BAŞKA PROBLEM: Aşağıda şekil 1'de, iki köşesinden birer karenin çıkarılmış olduğu bir DAMA tahtası görülüyor.

Bu tahtada 62 kare var. Şekil 2'de ise, herbiri 2 kareden oluşmuş 31 adet DOMİNO taşı var. Toplam 62 birim kareyi içeren 31 domino taşı kullanarak 62 birim kareden oluşan (2 köşesi kesik) tahtayı kaplayabilir misiniz?..

Aslında, bu domino taşları ile bu tahtadaki 62 kareyi kaplamak olanaksızdır. Ama olanaksız olduğunu nasıl ispatlarsınız? İşte burada da işin "PÜF NOKTASI"™ yakalayabilirsek, bu problemin çözümsüz olduğunu ispatlamak kolaylaşır:

DAMA tahtasını SATRANÇ tahtasına dönüştürelim, (yani, 2 köşesi eksik olan tahtamızdaki kareleri (satranç tahtasındaki gibi) SİYAH-BEYAZ olarak boyamış olduğumuzu düşünelim. Aynı şekilde, 31 tane domino taşının her birindeki 2 karenin birini siyaha, diğerini de beyaza boyamış olduğumuzu düşünelim. Bu durumda, tahtadaki 62 birim karenin 30 tanesi BEYAZ 32 tanesi de SİYAH olmuş oluyor. Oysa, domino taşlarında 31 BEYAZ ile 31 SİYAH kare var. Tahtayı domino taşları ile kaplarken, bir taşın tahtada örteceği 2 kareden birinin beyaz diğerinin de siyah olmasının zorunlu olduğu aşikardır. Demek ki tahtadaki her bir beyaz kare ve buna bitişik siyah kareye, bir domino taşı denk gelmektedir. Tahtadaki



Şekil-1

1	1	m	en	en	en	cn	En	en	En
m	m	en	en	en	EH	en	en	en	
m	en	en	m	m	en	EH	En	en	
en	en	en	en	en	en	En	EH		

Şekil-2

SORU 62 ÖĞRETMENİN BURCU

Jame PONİARCHİK - Arjantin

Matematik öğretmenimize, hangi burçtan olduğunu sorduk. Şöyle cevap verdi: "Bugünün tarihi, yani ayın kaçı olduğunu gösteren sayı, şimdiki yaşımla eşit. Bu haftanın sonundan önce öyle bir gün gelecek ki, o günün tarihi benim o günkü yaşımın tam beşte-birine eşit olacak. Şimdi benim burcumun ne olduğu anladınız mı?"

öğretmenin verdiği ipuçlarını irdeleyerek burcunu bulabilir misiniz?

SORU 63 DÖRTLÜ KUMAR

Morris WALD

Dört arkadaş bir deste iskambil ile kumar oynamaya oturdular. Her oyuncu bir miktar para çıkarıp önüne koydu. Dört tur oynadılar. Oyuncuların her biri, birer kez oyun kaybetti. Oyunun kurallarına göre, bir turda kaybeden oyuncu, diğer üç oyuncunun her birine, önlerindeki para tutarı kadar para ödedi, örneğin birinci oyuncunun kaybettiği turda, 2.ci oyuncunun önündeki para miktarı x lira, 3.cü oyuncunun önündeki para miktarı ise Y lira ve 4.cü oyuncunun önündeki para miktarı da Z lira ise, kaybeden oyuncu 2.ci oyuncuya X lira, 3.cü'ye Y lira ve 4.cü'ye de Z lira ödemek durumundadır.

Dördüncü tur sona erdiğinde (ve bu turda kaybeden oyuncu, diğer oyunculara gereken ödemeleri yaptığında), görüldü ki oyuncuların önlerindeki para miktarları, birbirlerine eşit olmuş. Oyun başladığında, her oyuncunun önünde (en az) ne kadar para vardı?

30 beyaz kare ile bunların bitişiğinde olan 30 tane siyah kareyi, 30 domino taşı ile kaplayabiliriz. Tahtada İKİ STYAH KARE artar. Buna karşılık, açıkta bir tek domino taşı kalmıştır, onda da BİR BEYAZ ve BİR SİYAH KARE vardır. Bunun da, hiç bir şekilde, tahtada karşılığı olamayacaktır, öyle ise problem çözümsüzdür.

Dergimizin 378. sayısında, "İKİ TREN VE BİR AR" adı ile sunulan 40. sorunun çözümü, yine, "PÜF NOKTA"yı bularak kolayca elde ediliyordu. Yoksa "calculus" hesaplan ile çok uzunboylu uğraşmak gerekirdi.

PÜF NOKTAYI yakalamakla çözümü kolaylaşan başka bir soru da şudur:

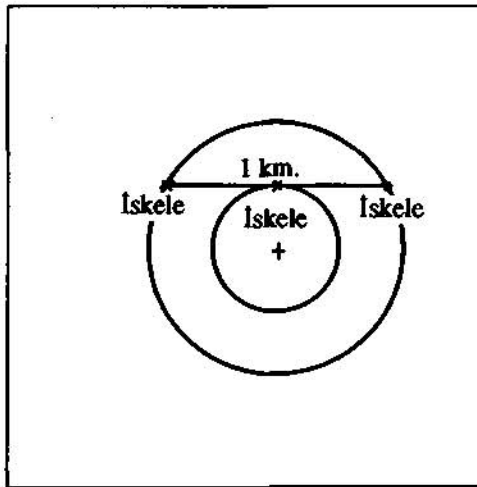
Bir deniz motoru, ırmak üzerinde akıntıya karşı yol almakta iken, bir köprü'nün altından geçtiği anda, motorcunun şapkası suya düşüyor. Ama motor yoluna devam ediyor. Şapkanın suya düşmesinden 20 dakika sonra motor geri dönüp şapkayı, köprüden 1 km uzakta yakalıyor. AKINTININ HIZINEDİR?

Yanıtı bulmak için, yol-hız-zaman formülleri ile uğraşp denklemler

kurmak, cebirsel işlemler ile boğuşmaktansa, işin PÜF NOKTA-SI'nı arayın: hareket görecelidir. İrmağın su yüzeyinin hareketsiz okluğunu, motorun durgun su üzerinde sabit hızla ileri geri yol aldığını, ve ırmağın dışında var olan dünyanın (arazi ve köprülerin) hareket ettiğini varsayarak probleme bakarsanız, çözümün ne denli basit olduğunu hemen görebilirsiniz.

Şimdi de, MATEMANTİK'çılarımıza iki sorumuz var:

Daire şeklinde bir göletin tam or-



tasında, daire şeklinde bir adacık var. Göletin kıyısında iki, adamın kıyısında ise bir iskele var. Bir kayak, gölet kıyısındaki bir iskeleden yola çıkıp adadaki iskeleye uğradıktan sonra, gölet kıyısındaki diğer iskeleye ulaştığında, "DÜMDÜZ BİR ROTA" izleyip, toplam olarak, tastamam 1 kilometrelik yol almış oluyor. Göletteki şu yüzeyinin alanını bulunuz (PÜF NOKTAYI düşünebilmeniz gerek).

Diğer sorumuz da PÜF NOKTAYI yakalamanızı gerektirecek. Sorumuz şöyle:

Bir metal küreyi matkapla deliyoruz. Kürenin tam merkezinden geçen deliğin uzunluğu, 6 cm.'dir. Delinmiş küredeki metal kitlenin hacmi kaç cm^3 'tür.

Bir başka "PÜF NOKTA-SI" sohbetinde buluşmak üzere, hoşça kalın sayın MATEMANTİK'çılar.

SORU 64 DÖRT DAİRE,
ÜÇ AY

Necah BÜYÜKDURA

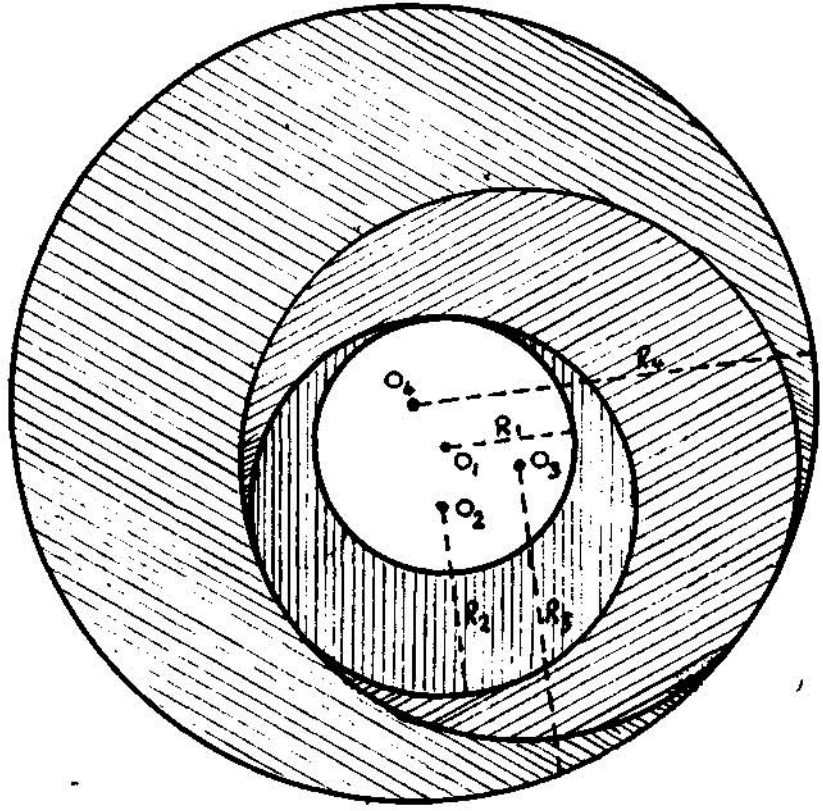
Yandaki şekilde görüldüğü gibi, iç içe çizilmiş ve ikişer ikişer birbirlerine içten teğet olan O_1 , O_2 , O_3 , ve O_4 daireleri verilmiştir.

R_1 , R_2 , R_3 , ve R_4 yarıçaplarının uzunluklarını veren sayılar, birer TAM SAYI'dır.

Teğet olan dairelerin oluşturduğu AY biçimindeki ÜÇ alanın her biri, büyüklük sırasıyla, kendinden sonra gelenin iki katıdır.

R_1 , R_2 , R_3 , ve R_4 yarıçaplarının uzunlukları nedir?

NOT: Bulunacak çözüm, R^* yarıçapının alabileceği en küçük değer için olmalıdır.



ÇÖZÜM 51 TERS PİSAGOR
ÜÇLÜLERİ
OLUŞTURALIM MI?

(d, e, f) bir pisagor üçlüsü olsun.

$d^2 + e^2 = f^2$ eşitliğini $d^2 e^2 f^2$ terimiyle bölersek

$$\frac{1}{e^2 f^2} + \frac{1}{d^2 f^2} = \frac{1}{e^2 d^2}$$

eşitliğini elde ederiz.

En küçük pisagor üçlüsü (3,4,5) olduğuna göre

$$a - ef = 4 \cdot 5 = 20$$

$$b - df = 3 \cdot 5 = 15$$

$$vec - d \cdot e = 3 \cdot 4 = 12$$

olur. Böylece

$$\frac{1}{20^2} + \frac{1}{15^2} = \frac{1}{12^2}$$

sağlanır.

Sonuçta

$$a + b + c = 20 + 15 + 12 = 47$$

bulunur.

• 4 t/O 387" ELEKTRİK
I y O MÜHENDİSLİĞİ

ÇÖZÜM 52

(a) Son dört günün birisinde, ÇOMAR'a, (sırasıyla):

5., 2., 4., 1. ve 3. evler yemek verdi.

(b) Dört günün bir diğerinde, ÇOMAR'a, (sırasıyla):

5., 1., 4., 2. ve 3. evler yemek verdi.

(c) Dört günün bir diğerinde, ÇOMAR'a, (sırasıyla):

4., 2., 5., 1. ve 3. evler yemek verdi.

(d) Dört günün bir diğerinde, ÇOMAR'a (sırasıyla):

4., 1., 5., 2., ve 3. evler yemek verdi.

ÇOMAR, her sabah, beş evden verilenleri yemek için yapmış olduğu geliş-gidişler sırasında :

1. evin bahçesine 2 kez,
2. evin bahçesine 4 kez,
3. evin bahçesine 5 kez,
4. evin bahçesine 3 kez, ve
5. evin bahçesine 1 kez girmişti.

DÜZELTİ

ÇÖZÜM 50

Geçtiğimiz sayılarda yayınladığımız "Çözüm 50" de bir yanlışlık yapılmıştır. Hatalı bölümü düzeltir, hata için özür dileriz.

- (A) 134'ün 6 permütasyonu.
- (B) 138'in 6 permütasyonu.
- (C) 174'ün 6 permütasyonu.
- (D) 178'in 6 permütasyonu.
- (E) 194'ün 6 permütasyonu.
- (F) 198'in 6 permütasyonu.
- (G) 374'ün 6 permütasyonu.
- (H) 378'in 6 permütasyonu.
- (J) 394'ün 6 permütasyonu.
- (K) 398'in 6 permütasyonu.
- (L) 794'ün 6 permütasyonu.
- (M) 798'in 6 permütasyonu.