200 BAUD HIZINDAKİ TELGRAF ALIŞVERİŞ PANOLARINDA KULLANILAN SÜZGEÇLERİN GRUP GECİKMELERİ VE ETKİN RC ÖĞELERLE GERÇEKLEŞTİRİLMESİ

ALİ RIZA AKÇAY

UDK: 621.372.5^:621.372.57:621.39'»

ÖZET

200 Baud hızında çalışan telgraf alışveriş panolarında kullanılan Butternorth türü süzgeçlerin etkin RC öğelerle gerçekleştirilmesi anlatılmış ve çeşitli örnekler verilmiştir.

SUMMARY

The realization of Butteruorth filters used in 200 baud data transmission using active RC elements is discussed and several example are given.

1. GRUP GECİKMESİ

Bir süzgecin geçiş işlevi

$$H(s) = e^{a(s)+jb(s)} \qquad (1.1)$$

şeklinde yazılabilir. (1.1) de a(s) süzgecin zayıflatmasını b(s) ise evre açısını verir. Buradan

$$a(s) + jb(s) = \ln H(s) = \ln |H(s)| + j\,b(s) \qquad (1.2)$$

Ali Rıza Akçay, PTT Araştırma Laboratuvarı

elde edilir. (1.2) den

$$\operatorname{tg} b(\omega) = \left\{ \frac{I_m H(s)}{R_e H(s)} \right\}_{s=j\omega} = \left\{ \frac{H_t(s)/j}{H_ç(s)} \right\}_{s=j\omega} \tag{1.3}$$

olduğu kolayca bulunabilir. (1.3) te $I_m H(s)$ ve Re H(s) sırasıyla H(s) in sanal ve gerçel kısımlarını, $H_t(s)$ ve $H_ç(s)$ ise gene sırasıyla H(s) in "tek" ve "çift" kısımlarını göstermektedir; yani

$$H_t(s) = \frac{1}{2}\left[H(s) - H(-s)\right] \tag{1.4}$$

ve

$$H_ç(s) = \frac{1}{2}\left[H(s) + H(-s)\right] \tag{1.5}$$

dir.

$$j \operatorname{tg} b(\omega) = \operatorname{Th}\left[j\, b(\omega)\right] \tag{1.6}$$

olduğu anımsanırsa (1.3) ifadesinden

$$b(\omega) = \frac{1}{j} \operatorname{Arg Th}\left[\frac{H_t(j\omega)}{H_ç(j\omega)}\right] \tag{1.7}$$

bulunur. Diğer taraftan

$$\operatorname{Arg Th} \frac{H_t(j\omega)}{H_ç(j\omega)} = \frac{1}{2} \ln \frac{H_ç(j\omega) + H_t(j\omega)}{H_ç(j\omega) - H_t(j\omega)} \tag{1.8}$$

olduğu da göz önünde tutularak

$$b(\omega) = \frac{1}{j} \ln \frac{H(s)}{H(-s)} \tag{1.9}$$

bulunur.

Grup gecikme süresi

$$\tau \triangleq \frac{d[b(\omega)]}{d\omega} \tag{1.10}$$

olarak tanımlanır. (1.10) daki tanımda, (1.9) kullanılırsa

$$\tau = \frac{d}{ds} \ln \frac{H(s)}{H(-s)} \tag{1.11}$$

elde edilir. H(s), E(s)/P(s) şeklinde iki çokterimlinin oranı olarak yazılabiliyorsa gecikme süresi

$$\tau = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} \ln \frac{E(s)\, P(-s)}{E(-s)\, P(s)} \tag{1.12}$$

şeklinde ifade edilebilir. (1.12) ile verilen gecikme süresi reaktans dörtuçluları ve çokterimli süzgeçlerinde

$$\tau = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} \ln \pm \frac{E(s)}{E(-s)} \tag{1.13}$$

şeklini alır. Çünkü reaktans dörtuçlularında

$$P(s) = \pm P(-s)$$

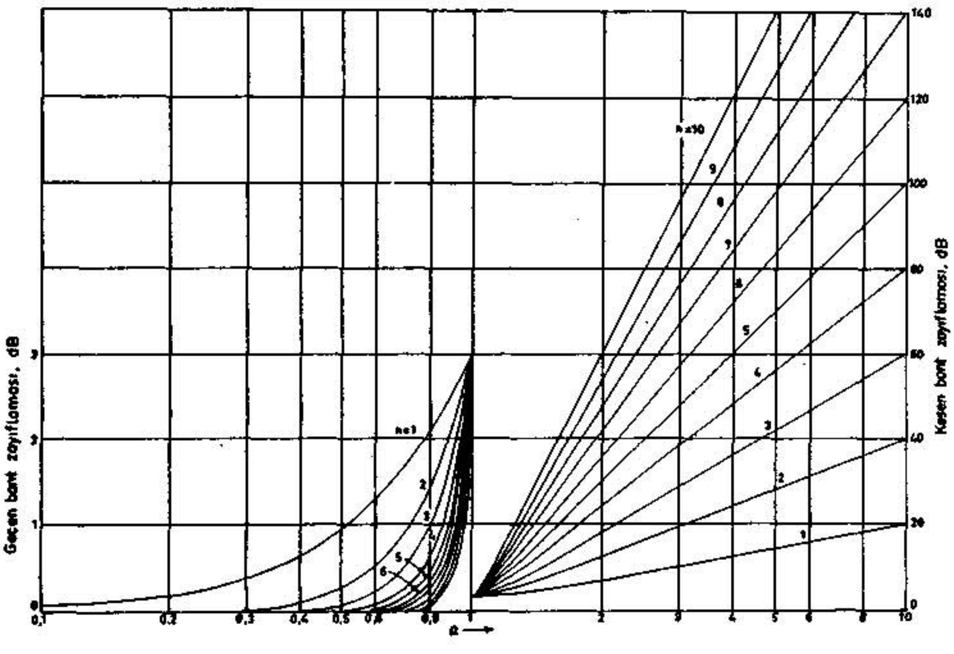
ve çokterimli süzgeçlerinde

$$P(s) = 1$$

dir.

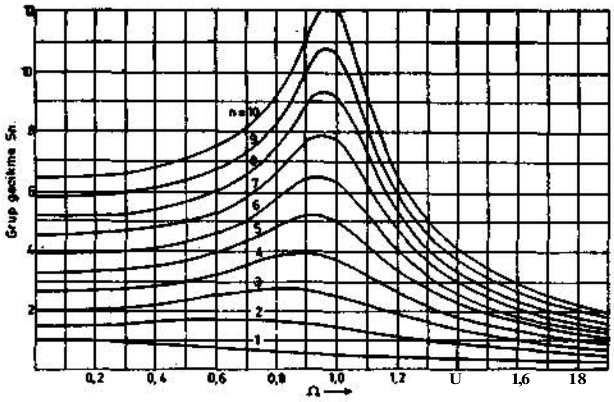
Yapılan araştırmalar Butterworth süzgeçlerinin bant içi grup gecikme karakteristiklerinin telgraf sistemimizin isterlerine en uygun olacağı sonucunu vermiştir. Bu nedenle kullanacağımız süzgeçler Butterworth süzgeçleridir.

Bu süzgeçlerin zayıflama karakteristikleri Şekil 1.1'de ve grup gecikme karakteristikleri Şekil 1.2'de verilmiştir.



Şekil 1.1.

Butterworth süzgeçlerinde zayıflama karakteristikleri.



Şekil 1.2. Buttervorth süzgeçlerinde grup gecikme karakteristikleri.

2. BUTTERWORTH SÜZGEÇLERİ

Buttervorth süzgecinde Hurvitz çokterimlisinin sıfırları

$$\varepsilon^2(-s^2)^n+1=0 \qquad (2.1)$$

denkleminin kökleri ile teşkil edilir. (2.1) denklemi

$$\varepsilon^2(-1)^n s^{2n}+1=0 \qquad (2.2)$$

biçiminde yazılabilir,

n çift ise (2.2) den

$$\varepsilon^2 s^{2n}=-1 \qquad (2.3)$$

elde edilir.

$$(-1)=e^{j(2\nu-1)\pi} \qquad (2.4)$$

olduğu hatırlanarak (2.3) den

$$s_\nu^{2n}=\frac{1}{\varepsilon^2}e^{j(2\nu-1)\pi}$$

buradan da

$$s_\nu=\frac{1}{\sqrt[n]{\varepsilon}}e^{j(2\nu-1)\frac{\pi}{2n}} \qquad \nu=1,2,\ldots,2n \qquad (2.5)$$

bulunur.

n tek ise, (2.2) den

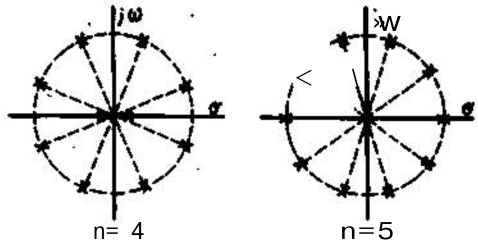
$$\varepsilon^2 s^{2n}=1 \qquad (2.6)$$

ve sonra

$$1=e^{j2\nu\pi}$$

bağıntısı kullanılarak

Şekil 2.1.



$$s_\nu=\frac{1}{\sqrt[n]{\varepsilon}}e^{j\frac{\nu}{n}\pi} \qquad \nu=1,2,\ldots,2n \qquad (2.7)$$

elde edilir.

(2.5) ve (2.7) birleştirilerek genel halde

$$s_\nu=\frac{1}{\sqrt[n]{\varepsilon}}e^{j\frac{(2\nu-1+n)}{n}\cdot\frac{\pi}{2}} \qquad \nu=1,2,\ldots,2n \qquad (2.9$$

bulunur. (2.8) ifadesi bir **başka biçimde,**

$$s_\nu=\frac{1}{\sqrt[n]{\varepsilon}}e^{j\frac{(2\nu-1)}{n}\cdot\frac{\pi}{2}}\cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt[n]{\varepsilon}}e^{j\frac{\pi}{2}}\left\{\cos\frac{2\nu-1}{n}\cdot\frac{\pi}{2}+j\sin\frac{2\nu-1}{n}\cdot\frac{\pi}{2}\right\}$$

$$s_\nu=\frac{1}{\sqrt[n]{\varepsilon}}\left\{-\sin\frac{2\nu-1}{n}\cdot\frac{\pi}{2}+j\cos\frac{2\nu-1}{n}\cdot\frac{\pi}{2}\right\}$$

$$\nu=1,2,\ldots,2n \qquad \textbf{(2.9)}$$

şeklinde yazılabilir. (2.8) veya (2.9) ile bulunan kökler yarıçapı $1/\sqrt[n]{\varepsilon}$ olan bir çember üzerindedir. Şekil 2.1'de $\varepsilon=1$ n=4 ve n=5 için köklerin yeri gösterilmiştir.

Hurvitz çokterimlisinin sıfırları (2.8) veya (2.9) ifadeleri ile bulunan köklerin sol yarı düzlemde bulunanları ile teşkil edilir. Çizelge 2.1 $\varepsilon=1$ ve çeşitli n değerleri için Hurvitz çokterimlisinin sıfırlarını göstermektedir.

Hurvitz çokterimlisi

$$E(s)=s^n+a_{n-1}s^{n-1}+a_{n-2}s^{n-2}+\ldots+a_1s+1 \qquad (2.10)$$

şeklindedir. Çizelge 2.2'de bu çokterimliye ait katsayılar verilmiştir.

$R_1 \neq R_2$ ve $\varepsilon \neq 1$ olması halinde

$$|t(j\omega)|^2=\frac{k^2}{1+\varepsilon^2\omega^2} \qquad \textbf{(2.11)}$$

olduğu kolayca görülebilir. Yukarıdaki R_1 ve R_2 kaynak ve yük dirençleridir. (2.11) ifadesindeki $|t(j\omega)|^2$ ise transmisyon katsayısıdır.

Feldkeller bağıntısı hatırlanırsa, F(s) çokterimlisi için

n = l	n = 2	n«3	n = 4	n-5	n = 6	n = 7	n = 8	n-9	n-10
-1.0000000	-0.7071068 ±j0.7071068	-1.0000000	-0.3826834 ±J0.9238795	-1.0000000	-0.2588190 tj0.9659258	-1.0000000	-0.1950903 ±j0.9807853	-1.0000000	-0.1564345 ±j0.9876883
		-0.5000000 ±J0.8660254	-0.9238795 .3826834	-0.3090170 ±j0.9510565	-0.7071068 ±j0.7071068	-0.2225209 ±J0.9749279	-0.5555702 ±j0.8314696	-0.1736482 ±J0.9848078	-0.4539905 ij0.8910065
				-0.8090170 ±j0.5877852	-0.9659258 ±j0.2588190	-0.6234898 ±J0.7818315	-0.8314696 ±j0.5555702	-0.5000000 ±jU.8660254	-0.7071068 ±j0.7071068
						-0.9009689 ±j0.4338837	-0.9807853 ±j0.1950903	-0.7660444 ±j0.6427876	-0.8910065 ±j0.4539905
								-0.9396926 ±j0.3420201	-0.9876883 ±j0.1564345

çizelge 2.1. Butterworth süzgeçleri Hurwitz polinomunun sıfırları.

n	aı	a_2	a_9	a*	a_s	a_6	a?	a_a	a«
1									
2	1.4142136								
3	2.0000000	2.0000000							
4	2.6131259	3.4142136	2.6131259						
5	3.2360680	5.2360680	5.2360680	3.2360680					
6	3.8637033	7.4641016	9.1416202	7.4641016	3.8637033				
7	4.4939592	10.0978347	14.5917939	14.5917939	10.0978347	4.4939592			
8	5.1258309	13.1370712	21.8461510	25.6883559	21.8461510	13.1370712	5.1258309		
9	5.7587705	16.5817187	31.1634375	41.9863857	41.9863857	31.1634375	16.5817187	5.7587705	
10	6.3924532	20.4317291	42.8020611	64.8823963	74.2334292	64.8823963	42.8020611	20.4317291	6.3924532

Çizelge 2.2. Butteruorth süzgeçleri Hurvitz polinomunun katsayıları

$$E_D(s)=s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \ldots + a_2 s^2 + a_1 s + 1$$

$$F(s)\,F(-s) = E(s)\,E(-s) - 1 \qquad (2.12)$$

yazılabilir. Çokterimli süzgeçlerinde (P= 1)

$$|t(s)|^2 = \frac{1}{E(s)\,E(-s)} \qquad (2.13)$$

olduğu göz önünde bulundurularak Butterworth süzgeçleri için (2.11), (2.12) ve (2.13) den F(s) in sıfırlarını bulmak üzere

$$e^2(-s^2)^n + 1 - k^2 = 0 \qquad \textbf{(2.14)}$$

enklemi elde edilir. Bu denklemin kökleri

$$s_\nu = \sqrt[2n]{\frac{1-k^2}{\varepsilon^2}}\left\{-\sin\frac{2\nu-1}{n}\cdot\frac{\pi}{2} + j\cos\frac{2\nu-1}{n}\cdot\frac{\pi}{2}\right\}$$

$$V = 1,2 \ldots 2n \qquad (2.15)$$

• >yarıçapı $\sqrt[2n]{\frac{1-k^2}{\varepsilon^2}}$, olan bir çember üzerinde
• nurlar.

çokterimlisi gerçel katsayılı bir çokterimr. Bu nedenle sıfırları eşlenik çiftler hadir. (2.15) ile bulunan köklerin yarısı ile tt,..xl edilir. Başka bir sınırlama yoktur.

Bu p;enel halde E(s) Hurwitz çokterimlisi Çizelge 2.1 ile verilen köl-leri

$$\frac{1}{\sqrt[n]{\varepsilon}}$$

ile çarparak elde edilir.

Rı = R2 olması halinde k = 1 olup

$$F(s) = e(-js)^n$$

olarak alınır.

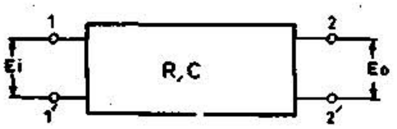
F(s) in köklerinin sol ve sağ yarı düzlemde seçilmesi ile birbirinin eşdeğeri olan devreler elde edilir.

3. HIZLI TELGRAFTA KULLANILAN BUTTERVTORTH TİPİ BANT GEÇİREN ETKİN RC SÜZGEÇLER

3.1. Giriş

Etkin (aktif) RC süzgeçler üzerindeki ilk çalışmalar elektron lambası, direnç ve sığaç kullanmak suretiyle 1930'lara kadar uzanır. Fakat bu devrelere olan ilgi, ancak son yirmi yıl içinde büyük ölçüde artmıştır. Bunun nedeni etkin öğelerin, özellikle işlemsel yükselteçlerin, tümleşik devre yöntemi ile yapımının sağlanması ve bunun sonucunda daha güvenilir, daha kararlı ve daha az güç harcayan etkin öğelerin elde edilebilmesidir. Bu arada bazı değişkenlere bağımlılık ve duyarlığın azaltılmasına olanak sağlayan yeni hesap yöntemlerinin geliştirilmiş olduğuna da işaret etmek gerekir.

Bugün, özellikle Amerika Birleşik Devletlerinde, daha ziyade melez tümleşik devre şeklinde çeşitli RC etkin süzgecin temini mümkündür. Diğer ta-



Şekil 3.1.

raftan bu süzgeçler telefon ve telgraf haberleşme sistemlerinin, bunun dışında ölçü cihazlarının da bünyesine girmiştir.

Etkin RC süzgeçlerin en büyük üstünlükleri, kuşkusuz küçük hacim ve ağırlıklarıdır. Alışılmış IX süzgeçlere karşı bu üstünlük özellikle alçak frekanslarda çok belirli bir şekilde kendini gösterir. Diğer taraftan bir etkin süzgeç daha ucuz öğelerle teşkil edilebilir.

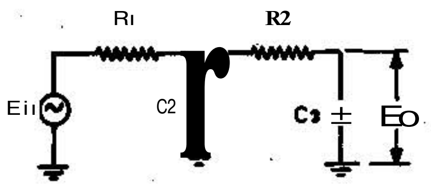
Etkin süzgeçlerin bir çoğu çok büyük giriş ve çok küçük çıkış empedansına sahip olduklarından kaynak ve yük empedansından bağımsızdırlar. Bunun sonucu olarak karmaşık süzgeçler basit kısımlara ayrılır ve bunlar sonradan istenen sonucu elde edecek şekilde birleştirilir. Bu basit kısımlar birbirinden bağımsız olarak ayarlanabilir.

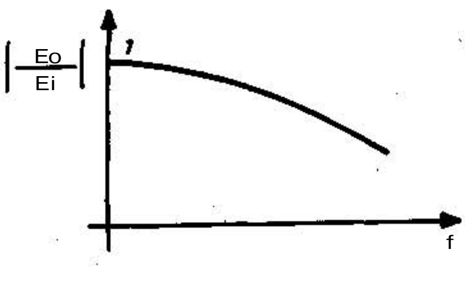
Yukarda sayılan üstünlüklerine karşın etkin RC süzgeçlerinin bazı sakıncalı yanları da vardır: öncelikle bütün etkin süzgeçler besleme gücüne ihtiyaç gösterirler. Diğer taraftan bu süzgeçlere uygulanabilir işaretler ve bunlardan çekilebilecek güç çeşitli nedenlerle (gürültü, dinamik alan, frekans karakteristiği, harmonik bozulma) sınırlıdır. Ayrıca, son yıllarda bazı olumlu ilerlemeler kaydedilmesine rağmen, kararlılığın hâlâ bir sorun olarak sürdüğünü gözönünde bulundurmak yerin'de olur. Bu nedenle elde edilen karakteristiklerin etkin ve edilgin (pasif) öğe toleransları ve çevre koşulları ile birlikte değişmesi mümkündür.

3.2. Etkin Süzgeçler

Bir RC dörtuçlusuna ait açık devre geçiş işlevi

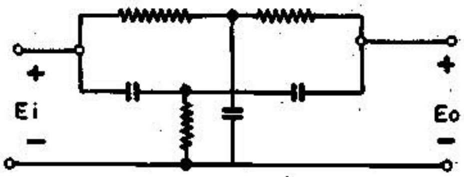
$$T(s) = \frac{E_o}{E_i} = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} \qquad (3.1)$$

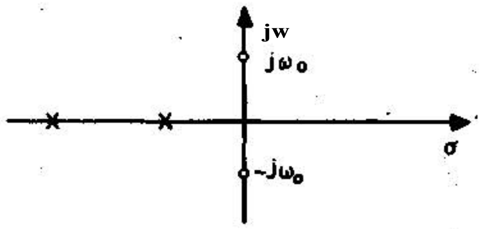




Şekil 3.2.

Şekil 3.3.





şeklinde ifade edilebilir (Şekil 3.1). Burada a ve b katsayıları pozitif gerçel sayılar, s ise $s = \sigma + j\omega$ şeklinde ifade edilen karmaşık frekanstır. T(s) geçiş işlevinin kutupları D(s) in sıfırları, negatif gerçel eksen üzerinde bulunurlar. Bu özellik, edilgin RC devrelerin keskin kesimli süzgeçler olarak kullanılmalarını önler.

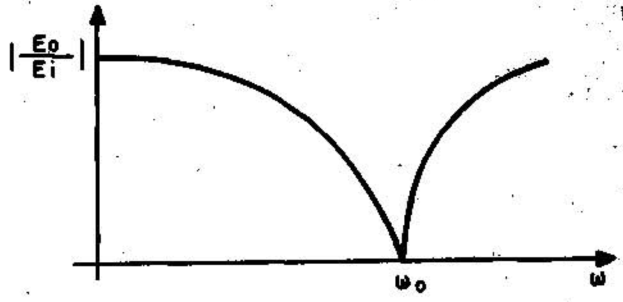
Basamak devre şeklinde teşkil edilen R ve C elemanlarından kurulu bir dörtuçlunun açık devre gerilim geçiş oranı ise genel halde

$$T(s) = \frac{E_o}{E_i} = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{(s+z_1)(s+z_2)\dots(s+z_n)}{(s+p_1)(s+p_2)\dots(s+p_n)} \qquad (3.2)$$

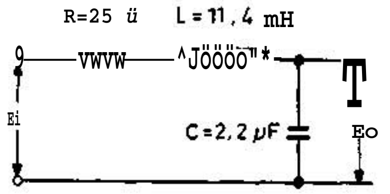
şeklinde ifade edilebilir.

Burada, z'ler geçiş işlevinin sıfırları, p'ler ise kutuplarıdır. Basamak devreler için gerek sıfır, gerekse kutuplar s-düzleminin negatif gerçel ekseni üzerinde bulunurlar. Bu özelliği dolayısıyla RC elemanlarından teşkil edilen bir basamak devre ile bant geçiren bir karakteristik elde edilemez.

Şekil 3.2'de alçak geçiren (AG) şeklinde teşkil edilen bir RC devresi ile bu devrenin geçiş işlevinin mutlak değerinin frekansa göre değişimi gösterilmiştir.



Şekil 3.4.



Şekil 3.5.

Paralel bağlı basamak tipi RC devreler kullanarak geçiş işlevi için jw ekseni üzerinde sıfır çiftleri elde edilebilir. Buna bir örnek "çift-T" devresi olup Şekil 3.3'de gösterilmiştir. Bu devreye ait geçiş işlevinin mutlak değerinin frekansla değişimi ise Şekil 3.4'de görülmektedir. Bu devre de bir bant geçiren (BG) karakteristiği meydana getirmez. Ancak transfer fonksiyonu sıfırı civarı için bir bant söndüren (BS) karakteristiğine sahiptir.

RLC dörtuçluları ise uygun eleman değerleri seçmek koşuluyla süzgeç özelliklerine sahip olurlar. Şekil 3.5'da örnek olarak bir RLC dörtuçlusu gösterilmiştir.

Bu devreye ait geçiş işlevi

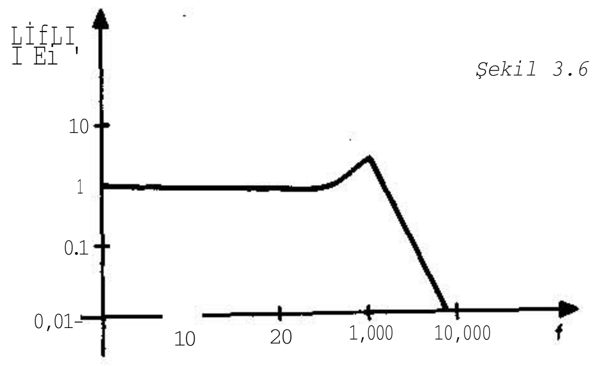
$$T(s) = \frac{E_o}{E_i} = \frac{1}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} \qquad (3.3)$$

olup (3.3) $\frac{1}{LC} \triangleq \omega_o^2$, $\frac{L\omega_o}{R} \triangleq Q$ olarak tanımlanırsa

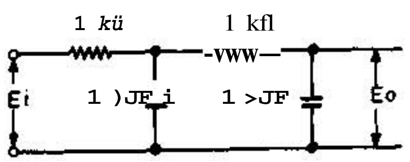
$$T(s) = \frac{E_o}{E_i} = \frac{\omega_o^2}{s^2 + \frac{\omega_o}{Q}s + \omega_o^2} \qquad (3.4)$$

haline getirilebilir. R, L ve C nin Şekil 5'deki değerleri yerleştirilirse

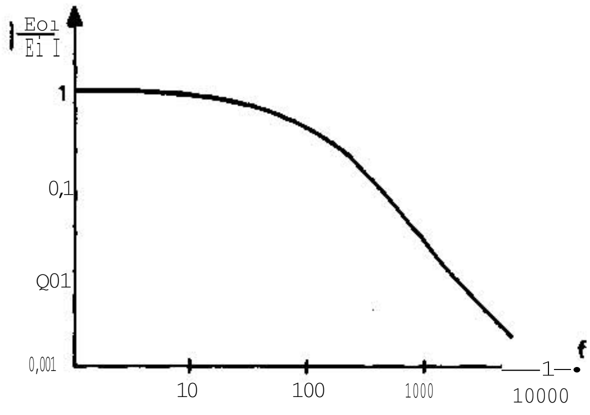
$$T(s) = \frac{40 \cdot 10^6}{s^2 + 2,2 \cdot 10^3 s + 40 \cdot 10^6} \qquad (3.5)$$



Şekil 3.6.



Şekil 3.7.



Şekil 3.8.

bulunur. Şekil 3.6'da bu geçiş işlevinin mutlak değerinin frekansla değişimi gösterilmiştir.

Şekil 3.7'de bir RC dörtuçlusu gösterilmiştir. Bu dörtuçluya ait geçiş işlevi

$$T(s) = \frac{E_o}{E_i} = \frac{10^6}{s^2 + 3 \cdot 10^3 s + 10^6} \qquad (3.6)$$

olup bunun genliğinin frekansla değişimi Şekil 3.8 dedir. Cörülüyor ki RLC devresinde L ve C arasındaki rezonans sonucu ortaya çıkan tepe RC devresinde meydana gelmez. Aynı zamanda her iki dörtuçlu ile elde edilen AG karakteristiğin RLC devresi ile daha keskin olduğu görülmektedir.

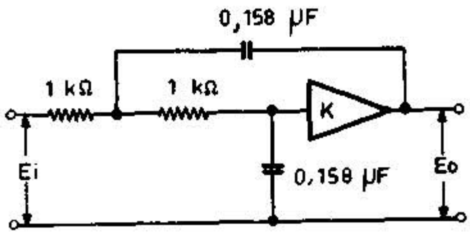
RC devrelerine bir etkin düzen eklemek suretiyle bunların etkin bir -süzgeç özelliğine sahip olması sağlanır.

Şekil 3.9'da etkin öğe olarak gerilim kontrollü gerilim yükselteci eklenmesi sonucunda elde edilen bir etkin süzgeç görülmektedir. Şekil 3.9'daki süzgeçte devre çekirdeği Şekil 3.7'deki edilgin RC devresinin aynısıdır. İlerde bu tür süzgeçleri incelerken göreceğimiz üzere bu devreye ait geçiş işlevi

$$T(s) = \frac{E_o}{E_i} = \frac{106 \cdot 10^6}{s^2 + 2,2 \cdot 10^3 s + 40 \cdot 10^6} \qquad (3.7)$$

dır. Görülüyor ki, bu geçiş işlevi bir katsayı farkı ile RLC devresine ait (3.5) geçiş işlevi ile aynıdır.

RC devrelerine etkin öğe eklenmekle geçiş işlevinin s-düzleminin sol yarısında bulunan kutuplara sahip olması sağlanmaktadır.



Şekil 3.9. (K>0)

Etkin RC süzgeçler çeşitli şekillerde gerçekleştirilebilirler. Bunlar arasında başlıca denetimli kaynak, çok yollu geri besleme, negatif empedans konverter, jiratör kullanan etkin süzgeçler ile durum değişkenli etkin süzgeçleri sayabiliriz. Bütün etkin süzgeçlerin meydana getirilmesinde en çok kullanılan etkin öğe kuşkusuz işlemsel yükselteçtir. İşlemsel yükselteç etkin RC süzgeçlerinde denetimli kaynak olarak kullanıldığı gibi negatif empedana konverter ve jiratör yapımında da kullanılır. Durum değişkenli süzgeçlerin entegratör ve toplama devreleri de işlemsel yükselteçlerle teşkil edilebilir, İşlemsel yükselteçlerin etkin süzgeçler alanında bu kadar geniş kullanma yeri bulunmasının ana nedeni kuşkusuz bunların yüksek kararlılığa sahip olarak tümleşik devreler halinde elde edilebilmelerindeki kolaylıktır.

Süzgeç için istenen ve (3.1) şeklinde ifade edilebilen bir geçiş işlevi

$$T(s) = HT_1(s)T_2(s)\ldots T_n(s)/2 \qquad (3.8)$$

şeklinde çarpanlara ayrılır. Burada

$$T_i = \frac{s^2 + a_{1i}s + a_{0i}}{s^2 + b_{1i}s + b_{0i}} \qquad (3.9)$$

olarak ifade edilen çarpanların her biri bir bağımsız süzgeç parçasına karşı gelir. Bu parçaların her biri çok yüksek giriş ve çok küçük çıkış empedansına sahip olduğundan (3.8) bağıntısının doğru kalması için ek olarak ayırma katları koymaya lüzum olmaksızın bu parçalar ardarda bağlanabilir.

Bu süzgeç parçalarında yükselteçler karmaşık kutuplar meydana getirmek amacı ile kullanılmaktadır. Süzgeç parçalarının meydana getirdiği ikinci derece geçiş işlevleri aşağıdaki işlevlerden birisi gibi olur.

$$\frac{H}{s^2+bs+1}, \quad \frac{Hs^2}{s^2+bs+1}, \quad \frac{Hs}{s^2+bs+1},$$

$$\frac{H(s+a)}{s^2+bs+1}, \quad \frac{Hs(s+a)}{s^2+bs+1}, \quad \frac{H(s^2+as+c)}{s^2+bs+1},$$

$$\frac{H(s^2+a)}{s^2+bs+1}$$

Hızlı telgrafta kullanmak üzere gerçekleştirdiğimiz süzgeçler bant geçiren durum değişkenli süzgeçler olduğundan bundan sonraki bölümlerde bu süzgeçlerden bahsedilecektir.

4. DURUM DEĞİŞKENLİ SÜZGEÇLER

Durum değişkenli süzgeçlerde sonsuz kazançlı işlemsel yükselteçler kullanılır.

Bir durum değişken takımı, verilen bir devrenin herhangi bir andaki davranışı hakkında yeterli bilgi verir.

Genel halde böyle bir süzgeç devresi elde etmek üzere

$$T(s) = \frac{E_o}{E_i} = \frac{a_0 + a_1s + \ldots + a_{n-1}s^{n-1} + a_ns^n}{b_0 + b_1s + \ldots + b_{n-1}s^{n-1} + b_ns^n} \qquad (4.1)$$

açık devre geçiş işlevini göz önünde bulunduralım. Burada a_i ve b_i katsayıları gerçel olup pozitif, negatif ve sıfır olabilirler. X(s), s'in bir işlevi olmak üzere (4.1)'in pay ve paydası $X(s)/s^n$ ile çarpılırsa

$$\frac{E_o}{E_i} = [[a_0X(s)/s^n] + [a_1X(s)/s^{n-1}] + \ldots + [a_{n-1}X(s)/s] + a_nX(s)]/[[b_0X(s)/s^n] + [b_1X(s)/s^{n-1}] + \ldots + [b_{n-1}X(s)/s] + b_nX(s)] \qquad (4.2)$$

bulunur.

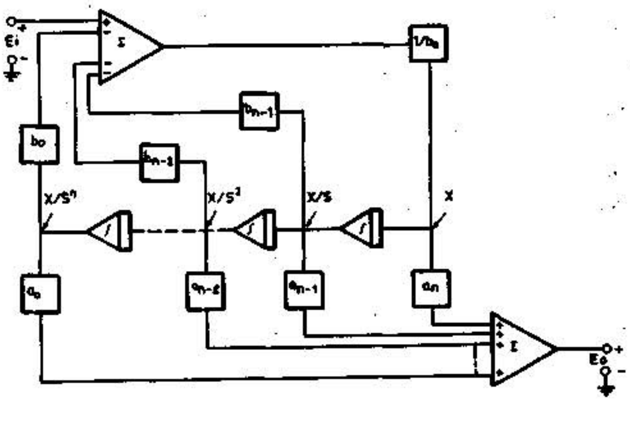
(4.2) bağıntısı iki ayrı denklem halinde

$$\left.\begin{aligned} b_nX(s) &= E_i - \frac{b_0X(s)}{s^n} - \frac{b_1X(s)}{s^{n-1}} - \ldots - \frac{b_{n-1}X(s)}{s} \\ E_o &= \frac{a_0X(s)}{s^n} + \frac{a_1X(s)}{s^{n-1}} + \ldots + \frac{a_{n-1}X(s)}{s} + a_nX(s) \end{aligned}\right\} \qquad (4.3)$$

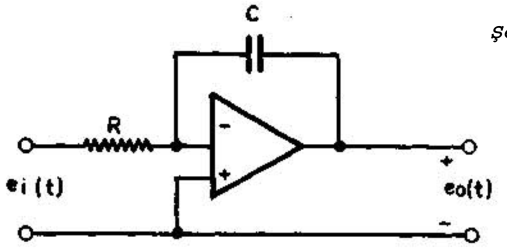
yazılabilir.

X(s) işlevi frekans bölgesinden zaman bölgesine ters Laplace dönüşümü ile dönüştürülür:

$$X(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(s)\} \qquad (4.4)$$



Şekil 4.1.



Şekil 4.2.

bu durumda $X(t)$, $\int X(t)dt$, $\iint X(t)dtdt$, ..., ler durum değişkeni adını alırlar. Bilinmektedir ki, zaman bölgesinde tümlev (entegral) alma, frekans bölgesinde s'ye bölmeye karşı gelmektedir. Şu halde, (4.3) denklemleri; birbiri ardı sıra bağlanan n tümlev alıcı ve iki toplayıcı ile gerçekleştirilebilir. Şekil 4.1 genel devreyi göstermektedir.

Bu şekilde, entegral alıcı devrelerin işaret değiştirmedikleri (evirmedikleri) varsayılmaktadır.

Gerek tümlev alıcı, gerekse toplayıcı devreler işlemsel yükselteçler yardımı ile kolayca gerçekleştirilebilirler.

Şekil 4.2'de sonsuz kazançlı bir işlemsel yükselteç yardımı ile teşkil edilen tümlev alıcı bir devre görülmektedir.

Gösterilebilir ki

$$V_o(t) = -\frac{1}{RC}\int V_i(t)dt \qquad (4.5)$$

dir. Bu denklem frekans bölgesinde

$$E_o = -\frac{1}{sRC}E_i \qquad (4.6)$$

olarak yazılabilir. Kazancın sonlu olması halinde,

$$E_o = \frac{-K}{1+(1+K)sRC}E_i \qquad (4.7)$$

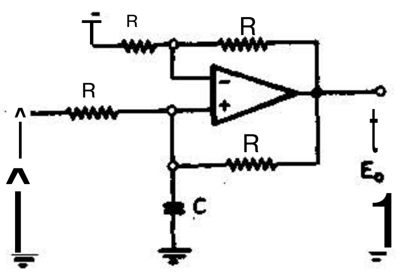
dir. Bu, 180° evre değiştiren (eviren) bir tümlev alıcıdır.

Şekil 4.3'de evre değiştirmeyen (evirmeyen) bir entegral alıcı devre görülmektedir. Gösterilebilir ki, bu devre için

$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{2}{sRC} \qquad (4.8)$$

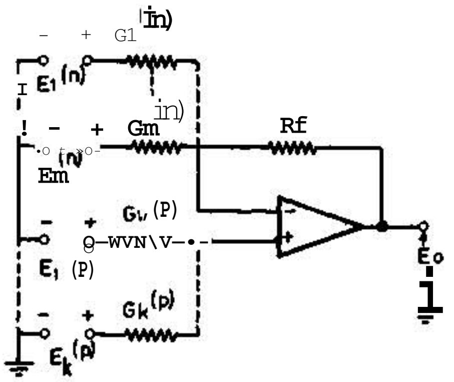
dir.

Şekil 4.4 ile genel bir toplayıcı devresi verilmiştir.



Şekil 4.3.

Şekil 4.4.



Sonsuz kazanç halinde bu devre için

$$E_o = \sum_{i=1}^{k}\frac{G_i(p)}{G_o(p)}\left[1 + R_f G_o(n)\right]E_i(p) - R_f\sum_{i=1}^{m} G_i(n)E_i(n) \qquad (4.9)$$

yazılabilir. Burada

$$G_o(p) = \sum_{i=1}^{k} G_i(p) \qquad (4.10)$$

ve

$$G_o(n) = \sum_{i=1}^{m} G_i(n) \qquad (4.11)$$

dir.

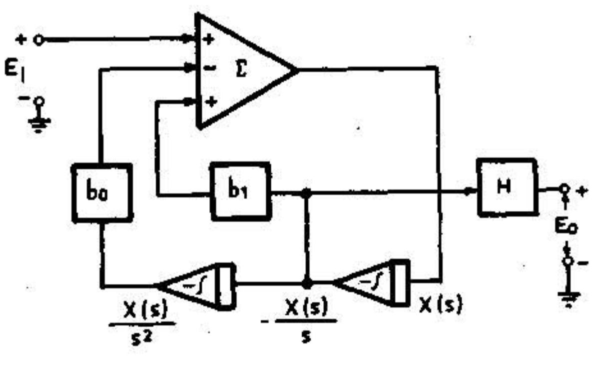
Yukarda açıklanan tekniği ilgilendiğimiz ikinci derece haline uygulayalım, örnek olarak eviren bir BG süzgeç geçiş işlevini gözönüne alalım:

$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{-|H|s}{s^2+b_1s+b_0} = \frac{-|H|X(s)/s}{X(s)+b_1X(s)/s+b_0X(s)/s^2} \qquad (4.12)$$

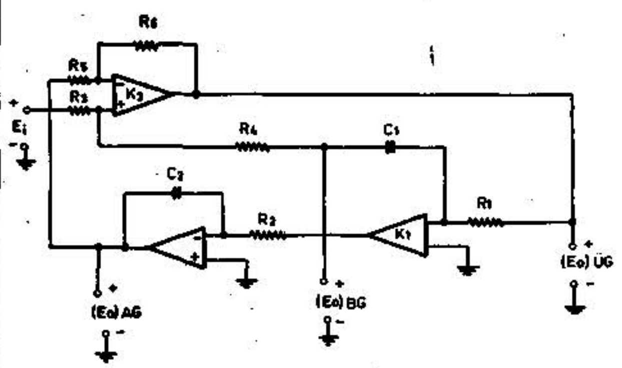
$$X(s) = E_i - \frac{b_1X(s)}{s} - \frac{b_0X(s)}{s^2},$$

$$E_o(s) = -|H|\frac{X(s)}{s} \qquad (4.13)$$

(4.13) ile verilen iki denklem Şekil 4.5'deki gibi bir akış diyagramı ile gerçekleştirilebilir. Bu akış diyagramına göre elde edilen devre Şekil 4.6'dadır.



Şekil 4.5.



Şekil 4.6.

Şekil 4.2'deki tümlev alıcı, Şekil 4.4'deki toplayıcı devreleri gözönünde tutularak Şekil 4.5 ve Şekil 4.6'nın karşılaştırılması ile

$$X(s) = \frac{R_3}{R_3 + R_4}(1 + R_6/R_5)E_i$$

$$- \frac{R_3}{R_3 + R_4}\cdot(1 + R_6/R_5)\frac{1}{R_1C_1}\cdot\frac{X(s)}{s}$$

$$- \frac{R_6}{R_5}\cdot\frac{1}{R_1C_1}\cdot\frac{1}{R_2C_2}\cdot\frac{X(s)}{s^2}$$

$$(K_o)_{BG} = -\frac{1}{R_1C_1}\,\frac{X(s)}{s}$$

bulunur. Buradan

$$\frac{\quad}{E_i} = (-s/R_1C_1)\,[(1 + R_6/R_5)/(1 + R_3/R_4)] \Big/ \Big[s^2 + s(1/R_1C_1)\,[(1 + R_6/R_5)/(1 + R_4/R_3)] + (R_6/R_5)\cdot(1/R_1R_2C_1C_2)\Big] \qquad (4.14)$$

bulunur. Aynı şekilde

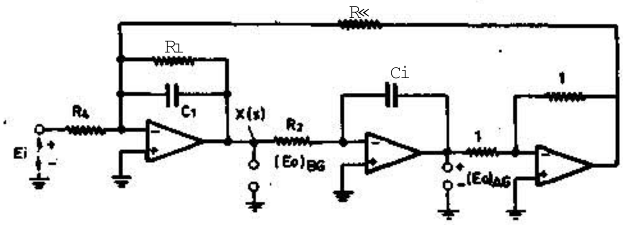
$$\frac{(E_o)_{BG}}{E_i} = \frac{(1/R_1R_2C_1C_2)\,[(1 + R_6/R_5)/(1 + R_3/R_4)]}{D(s)} \qquad (4.15)$$

ve

$$\frac{(E_o)_{ÜG}}{E_i} = \frac{s^2[(1 + R_6/R_5)/(1 + R_3/R_4)]}{D(s)} \qquad (4.16)$$

elde edilir. Burada D(s) (4.14)'ün paydasını göstermektedir. Görülüyor ki, aynı devre ile her üç çiftikil işlev (yani iki ikinci dereceden çokterimlinin oranı olarak yazılabilen işlev) de elde edilmektedir. Devreye bir toplayıcı daha ilavesi suretiyle geçiş işlevinin istenen bir paya sahip olması sağlanabilir.

Durum değişkenli süzgeçler genellikle yüksek Q halinde kullanılırlar. Bu halde (4.12) ile verilen geçiş işlevi ifadesindeki b_1 katsayısı b_0 katsayısına göre çok küçüktür. Şekil 4.6Maki



Şekil 4.7.

devrenin doğru analizini yapmak için işlemsel yükselteçlerin sonlu kazançlarını gözönünde bulundurmak gerekir. Buna göre tümlev alıcı devreler için (4.7) ifadesi kullanılır. Buna göre b_1 katsayısı

$$b_1 = \frac{1}{R_1C_1}\cdot\frac{1 + R_6/R_5}{1 + R_4/R_3}\cdot\frac{K_1}{1 + K_1}$$

$$+ \frac{1}{R_1C_1(1 + K_1)} + \frac{1}{R_2C_2(1 + K_2)} \qquad (4.17)$$

olur. Eğer $R_1 = R_2 = R_5 = R_6 = C_1 = C_2 = 1$ seçilirse $b_0 = 1$ ve $Q = 1/b_1$ olur. Yüksek Q değerleri için b_1 küçük olup (4.17)'ye göre kutup duyarlılığının sanal kısmı ihmal edilebilecek kadar küçüktür} gerçel kısmı

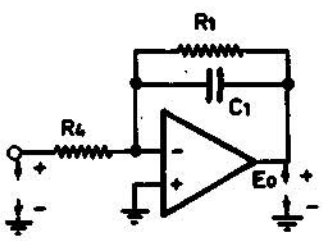
$$\mathrm{Re}\,S_{K_1}^{s_o} \approx \frac{Q}{K_1}\,, \qquad \mathrm{Re}\,S_{K_2}^{s_o} \approx \frac{Q}{K_2} \qquad (4.18)$$

olur. K_1 ve K_2 yeteri kadar büyükse, yüksek Q değerleri için daha (4.18) ile verilen duyarlıklar gayet küçük olabilir.

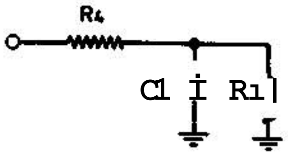
Durum değişkenli süzgeçlerin diğer duyarlılıklarının da gayet küçük olduğu gösterilebilir. Bu süzgeçler birkaç yüz mertebesindeki Q değerledi için dahi yüksek kararlılığa sahiptirler. Şekil 4.6'daki devrenin her üç çıkışının da sıfır çıkış empedanslı olduğuna işaret edelim. Böylece bu devre aralarında karşılıklı bir etki olmaksızın diğerleri ile ardarda bağlanabilir. Bu devrenin yüksek kararlılığı, diğer süzgeç devrelerine oranla çok sayıda etkin ve edilgin öğe kullanmakla sağlanmaktadır.

Şekil 4.7'de başka bir durum değişkenli BG süzgeç devresi görülmektedir. Bu süzgeçte birinci kat birinci dereceden basit bir AG ve toplayıcı ikinci kat bir tümlev alıcı, üçüncü kat ise (1) . kazançlı bir eviricidir.

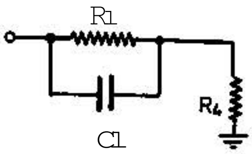
Birinci katı ele alalım. Bu katın analizini yapalım. Şekil 4.8'de bu kat ayrıca gösterilmiştir.



Şekil 4.8.



Şekil 4.9.



Şekil 4.10.

Bir AG etkin süzgeç devresinin geçiş işlevinin

$$T(s) = \frac{E_o}{E_i} = \frac{K N_1(s)}{D(s) - K N_2(s)} \qquad (4.19)$$

olduğunu biliyoruz. (4.19) ifadesinde $K=\infty$ konursa

$$T(s) = \frac{-N_1(s)}{N_2(s)} \qquad (4.20)$$

elde edilir. Süzgeç devresinin RC edilgin kısmı Şekil 4.9'dadır. Bu devre için

$$\frac{D(s)}{N_1(s)} = \left(R_4 + \frac{1+R_1C_1 s}{R_1}\right)$$

$$= \frac{R_1 + R_2 + R_1R_2C_1C_2 s}{R_2}$$

bulunur. Buna göre

$$N_1(s) = R_4$$

olmaktadır.

R_1C_1'in ortak ucundan sürülmesi halinde devre Şekil 4.10'daki gibi olur. Bu devre için

$$\frac{D(s)}{N_2(s)} = \left(\frac{R_1}{1 + R_1C_1 s} + R_4\right) \cdot \frac{1}{R_4}$$

$$= \frac{R_1 + R_2 + R_1 R_2 C_2 s}{R_1 + R_1R_2C_2 s}$$

bulunur. Buna göre

$$N_2(s) = R_1 + R_1R_2C_2 s$$

bulunur. $N_1(s)$ ve $N_2(s)$ değerleri (4.20)'de yerleştirilerek

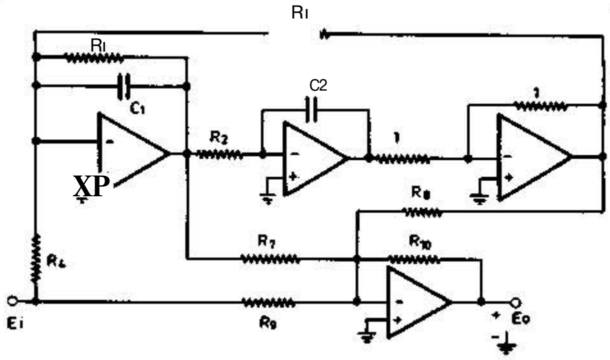
$$T(s) = -\frac{R_1}{R_4} \cdot \frac{1}{1 + R_1C_1 s}$$

elde edilir.

Şimdi Şekil 4.7'nin analizini Şekil 4.6'dakine ve (4.12), (4.13) bağıntılarına benzer bağıntıları yazarak yapabiliriz. Buna göre

$$X(s) = -\frac{R_1}{R_4} \cdot \frac{1}{1 + R_1C_1 s} E_i + \frac{1}{R_2C_2} \cdot \frac{X(s)}{s} \cdot \left(-\frac{R_1}{R_3}\right) \cdot \frac{1}{1 + R_1C_1 s} \qquad (4.21)$$

$$(E_0)_{BG} = X(s)$$



Şekil 4.11.

denklemleri elde edilir. Bu denklemlerden ise

$$T(s) = \frac{(E_o)_{BG}}{E_i} = \frac{-\left(\frac{1}{R_4C_4}\right)s}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1C_1}\right) s + \frac{1}{R_2C_2R_3C_1}} \qquad (4.22)$$

bulunur.

Şekil 4.7 devresinin AG çıkışı da vardır. Gösterilebilir ki, bu çıkışa ait geçiş işlevi

$$T(s) = \frac{(E_o)_{AG}}{E_i} = \frac{\left(\frac{1}{R_4C_4}\right)}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1C_1}\right) s + \frac{1}{R_2C_2R_3C_1}} \qquad (4.23)$$

dır.

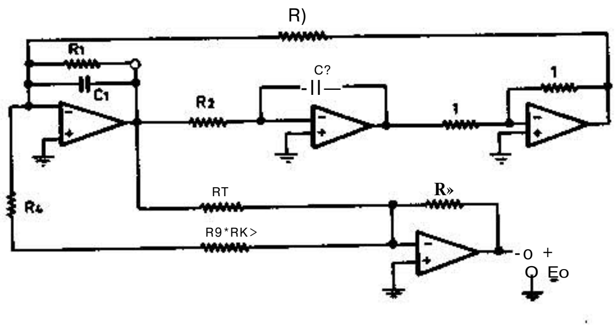
Devreye bir başka işlemsel yükselteç eklemekle yüksek geçiren (ÜG) ve jω ekseninde sınırlı zayıflama kutupları bulunan geçiş işlevleri elde edilebilir. Şekil 4.11'de bir ÜG devresi görülüyor.

Şekil 4.12'de jω ekseninde sonlu zayıflama kutupları elde etmeyi mümkün kılan bir devre görülüyor. Her iki devreye ait geçiş işlevi

$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{ms^2 + cs + d}{s^2 + as + b}$$

biçimindedir.

Burada iki durum vardır:



Şekil 4.12.

mb > d ise

$$\frac{E_o}{E_i} = -\frac{R_{10}}{R_9}\cdot\left[s^2 + \frac{1}{R_1C_1}\left(1 - \frac{R1R9}{R_4R_7}\right)s + \frac{1}{R_2R_3C_1C_2}\left(1 - \frac{R_3R_9}{R_4R_8}\right)\right] \Big/ \left[s^2 + \frac{1}{R_1C_1}\,s + \frac{1}{R_2C_2R_3C_1}\right] \qquad (4.24)$$

mb ^ d ise

$$\frac{E_o}{E_i} = -\frac{R_{10}}{R_9}\cdot\left[s^2 + \frac{1}{R_1C_1}\left(1 - \frac{R1R9}{R_4R_7}\right)s + \frac{1}{R_2R_3C_1C_2}\left(1 + \frac{R_3R_9}{R_4R_8}\right)\right] \Big/ \left[s^2 + \frac{1}{R_1C_1}\,s + \frac{1}{R_2C_2R_3C_1}\right] \qquad (4.25)$$

dir.

Şekil 4.7'de ve buna benzer diğer devrelerde kullanılan işlemsel yükselteçlerin açık döngü *(öpen loop)* kazançları (KQ) sonsuz varsayılmaktadır. Halbuki pratikte işlemsel yttkseltecin doğru akım kazancı sonsuz kabul edilebilecek kadar büyük (100 000) olmakla beraber, frekansla hızla düşer ve Şekil 4.13'deki gibi bir değişim gösterir. Bu değişimin düşen kısmında kazanç

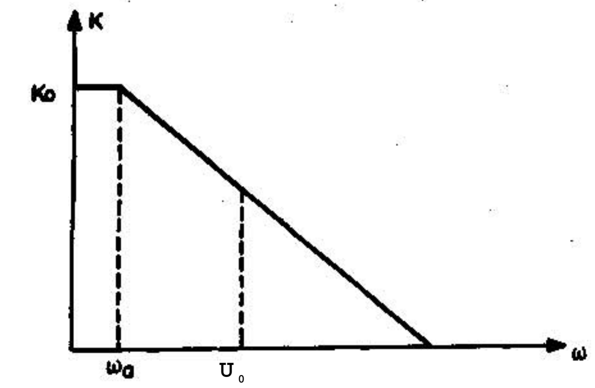
$$K = \frac{K_o\omega_o}{s + \omega_a}$$

şeklinde ifade edilebilir, fa frekansı genellikle 5-10 Bz mertebesindedir. Bu nedenle u$_o$ > tü$_a$ hallerinde büyük kazanç düşmeleri olur ve geçiş işlevi ifadesinde bu değişimi göz&nünde bulundurmak gerekir.

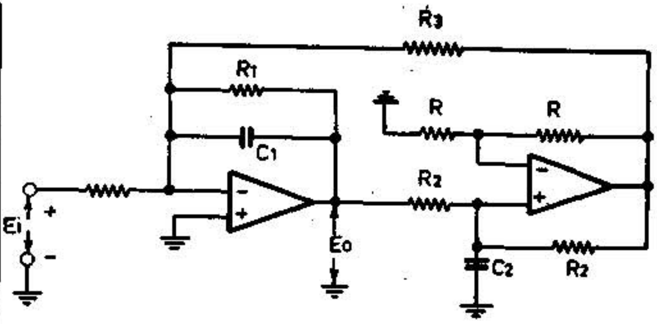
K olarak 0° yerine

$$K = \frac{K_o\omega_o}{s + (1)_a}$$

almakla geçiş işlevinin evre açısı Şekil 4.7'deki devrenin Q'sunun büyümesine neden olacak şekilde



Şekil 4.13.



Şekil 4.14.

değişir. Rezonatör devrenin bu fiziki haldeki Q'sunun

$$Q = \frac{Q_o}{1 + \frac{2Q_o}{K_c} - (\omega_a - 2\omega_o)}$$

olduğu gösterilebilir. Bu ifadenin paydası ü)$_o$>u$_a$ için 1'den küçüktür. Bu nedenle rezonatörün geçiren bandı daralır. Bunu önlemek için işlemsel yûkselteçler ayrı ayrı kompanse edilirler. Bunun için 709 tipi işlemsel yükselteçlerde olduğu gibi, kompanzasyon devreleri mevcuttur. Q'deki ufak büyümeler Rı direncini küçülterek giderilebilir. Veya Şekil 4.7'deki devredeki evre değişmesi kapalı devre üzerindeki bir dirence örneğin Rj'e, paralel bir sığaçla düzeltilir.

Q'nun bu şekilde büyümesi sonunda çıkış gerilimi de büyür. Bu nedenle ayar için izlenecek yol, çıkış gerilimi ön görülen kazanca karşı gelen değere erişinceye kadar Rs'e paralel sığacı değiştirmekten ibarettir.

Şekil 4.7 devresinde tümlev alıcı ve evirici yerine Şekil 4.3'de verilen evirmeyen tümlev alici kullanılırsa bir işlemsel yükselteç katı kazanılmış olur. Ancak bu taktirde evirmeyen tümlev alıcıya ait geçiş işlevini belirten (4.8) bağıntısını gözönünde bulundurmak gerekir. Bu halde Şekil 4.7 devresi Şekil 4.14 halini alır. Bu devreye ait geçiş işlevi ise

$$T(s) = \frac{E_o}{E_i} = \frac{-\left(\frac{1}{R_4C_1}\right)s}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1C_1}\right)s + \frac{2}{R2C2RSC1}} \qquad (4.26)$$

olur.

5. ÇOK KATLI ETKİN SÜZGEÇLER

Bundan önceki bölümde ikinci dereceden etkin süzgeç devreleri verilmişti. Pratikte, çoğu zaman, daha büyük kesim keskinliği, daha yüksek zayıflama elde etmek Üzere daha yüksek dereceden süzgeçler kullanmak gerekir. Bunun için yukarda görülen ikinci derece süzgeçlerini ardarda bağlama yolu izlenir. Bu süzgeçlerin bir ortak özelliği giriş empedanslarının çok büyük, çıkış empedanslarının çok küçük olmasıdır. Bu nedenle çeşitli ikinci dereceden süzgeçlerin ardarda bağlanmasında katlar birbirini etkilemez. Böylece toplam geçiş işlevi katların geçiş işlevleri çarpımından ibaret olur.

Tek dereceli süzgeçlerin elde edilmesi için ardarda bağlı katlara birinci dereceden geçiş işlevine sahip bir katın eklenmesi gerekir. Şekil 5.1 de birinci dereceden geçiş işlevine sahip bu basit RC devresi gösterilmiştir. Bu devrenin geçiş işlevi

$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{1/RC}{s + 1/RC} \tag{5.1}$$

dir.

Ancak, bu devrenin her zaman çok büyük giriş ve çok küçük çıkış empedansına sahip olmayacağını anımsamak gerekir.

Genel olarak, yüksek dereceli bir süzgecin elde edilmesinde bu süzgece ait geçiş işlevi çiftikil çarpanlara ayrılır ve her çarpana süzgeç cinsine göre, yukarda anlatılan devrelerden birisi karşı tutulur, örneğin, bütün zayıflama kutupları sıfırda olan genel bir ÂG süzgece ait geçiş işlevi

$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{H}{s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} \tag{5.2}$$

şeklindedir, n çift ise bu

$$\frac{E_o}{E_i} = \prod_{i=1}^{n/2} \frac{H_i}{s^2 + b_{i1}s + b_{i0}} \tag{5.3}$$

şeklinde çarpanlara ayrılır,

n tek ise

$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{1}{s - a_o} \prod_{i=1}^{(n-1)/2} \frac{H_i}{s^2 + b_{i1}s + b_{i0}} \tag{5.4}$$

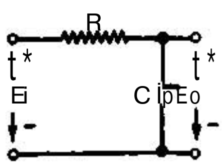
yazılabilir. Şekil 5.2'de n= 3 için elde edilen bir süzgeç görülmektedir.

Zayıflama kutupları sıfırda olan bir genel ÜG süzgecin geçiş işlevi

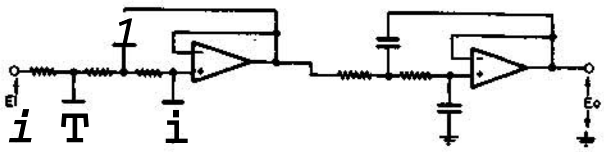
$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{Hs^n}{s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} \tag{5.5}$$

şeklindedir, n çift ise bu işlev

$$\frac{E_o}{E_i} = \prod_{i=1}^{n/2} \frac{H_i s^2}{s^2 + b_{i1}s + b_{i0}} \tag{5.6}$$



Şekil 5.1.



Şekil 5.2.

n tek ise

$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{s}{s - a_o} \prod_{i=1}^{(n-1)/2} \frac{H_i s^2}{s^2 + b_{i1}s + b_{i0}} \tag{5.7}$$

yazılabilir. (5.7)'nin birinci dereceden

$$\frac{s}{s - a}$$

çarpanı Şekil 5.3'deki gibi bir devre ile elde edilir.

Bu devrenin geçiş işlevi

$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{s}{s + 1/RC} \tag{5.8}$$

dir.

n'inci dereceden zayıflama kutupları sıfır ve sonsuzda olan bir BG süzgecin geçiş işlevi ise

$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{Hs^{n/2}}{s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} \tag{5.9}$$

dır. 5.7 ifadesini çarpanlara ayırarak

$$\frac{E_o}{E_i} = \prod_{i=1}^{n/2} \frac{H_i s}{s^2 + b_{i1}s + b_{i0}} \tag{5.10}$$

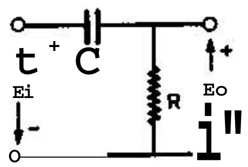
haline getirilir.

özellikle geniş bantlı BG süzgeçlerde, çarpanlar AG ve ÜG çiftikilleri şeklinde teşkil edilerek süzgeç bunların ardarda bağlanması ile teşkil edilebilir, örneğin n = 4 olan bir BG süzgeç geçiş işlevi

$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{H_1}{s^2 + b_{11}s + b_{10}} \cdot \frac{H_2 s^2}{s^2 + b_{21}s + b_{20}}$$

şeklinde yazılabilir. Böylece, bu süzgeç bir AG ve bir ÜG süzgecin ardarda bağlanması ile oluşur.

Ardarda bağlı katlardan meydana gelen yüksek dereceli bir süzgecin seçilen geçiş işlevine uygun bir karakteristiğe sahip olması, her katın ait olduğu çarpanı temsil etmesi kadar, katlar arası etkinin de bulunmamasına bağlıdır. Bilhassa AG ve



Şekil 5.3.

ÜG süzgeçlerde tek dereceli katı temsil eden Şekil 5.2 ve Şekil 5.3'deki gibi devrelerin kullanılması halinde dikkatli davranmak gerekir. Bu devrelerin Şekil 5.2'de verilen örnekteki gibi, çiftikili temsil eden kattan önce bağlanması halinde, bu katın büyük olması mümkün olan çıkış empedansı dolayısıyla, karakteristiği işlemsel yükselteçli kat tarafından bozulabilir. Birinci dereceden devrenin, süzgecin çıkışında bulunması halinde, süzgece çıkış empedansının sıfır veya çok küçük olması özelliği ortadan kalkar.

Geçiş işlevinin çarpanların çarpımına eşit olmasını sağlamak üzere her katın bağlantılır olduğu katlar tarafından etkilenmemesi sağlanmalıdır. Devre elemanlarını uygun seçerek bunun teminine çalışılır.

Birinci dereceden katın bağımsız olarak düşünülüp diğer katlarla ardarda bağlanmasından doğacak sakıncaları önlemek için en emin yol 3.dereceden bir katı bir bütün olarak hesaplamaktır. Şekil 5.4 de 3.dereceden bir AG görülmektedir. Böyle bir devrenin geçiş işlevi

$$T(s) = \frac{E_o}{E_i} = \frac{KN_1(s)}{D(s)-KN_2(s)} \qquad (5.11)$$

dir.

Burada D(s), Şekil 5.5'deki devrenin geçiş işlevinin paydası olup aynı işlevi

$$\frac{N_1(s)}{D(s)} = A \qquad (5.12)$$

şeklinde yazmak mümkündür. Burada

$$A = (R_1, C_2 8, R_s, C,,s, R_s, C_s s) \qquad (5.13)$$

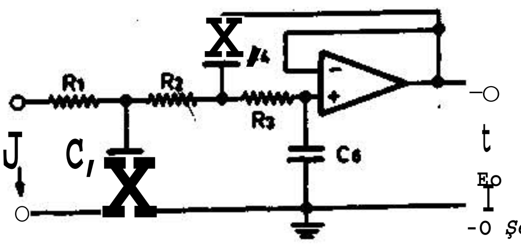
dir. (5.13)'ün açılımı

$$D(s) = R_1 R_3 R_5 C_2 C_4 C_6 s^3 + R_1 R_3 C_2 C_4 s^2$$
$$+ R_1 R_5 C_2 C_6 s^2 + R_1 R_5 C_2 C_6 s^2 + R_1 R_5 C_4 C_6 s^2$$
$$+ R_3 R_5 C_4 C_6 S^{2*} R_1 C_2 S + R_s C_8 s + R_1 \hat{u} \gg s$$
$$+ R_s \&,s + R_s C_6 s + 1 \qquad (5.14)$$

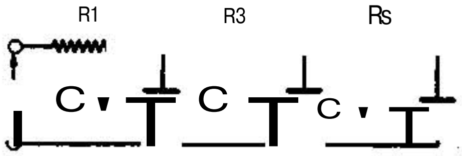
dir.

Şekil 5.4'deki devrede özel olarak Rı = Rj = Rs • 1 seçilirse (5.14)'den

$$D(s) = C_2 C_4 C_6 s^s + (C_2 C^* + 2C_2 C_s + 2C_4 C_6)s^2$$
$$+ (C_2 + 2C_4 + 3C_6)s + 1 \qquad (5.15)$$



Şekil 5.4.



Şekil 5.5.

bulunur. Şekil 5.4'deki RC devresinin C'den sürülmesi halinde edilgin devre Şekil 5.6'daki gibi olur. Bu devreye ait geçiş işlevi ise

$$\frac{N_2(s)}{D(8)} = \frac{1}{A'}$$

olup burada

$$A' = \left(\frac{1}{C_4 s}, \frac{1 + R_1 C_2 s}{R_1 + R_s + R_j R_s C_2 S}, R_s. C\$s\right)$$

dir.

Buradan

$$N_2(s) = s([R_1 + R_s + \hat{}\,\hat{}\, 0\,2.)\hat{} \qquad (5.16)$$

bulunur. \

Rı = Rs = R5 = 1 özel halinde (5.16)

$$N_2(s) = s(2 + C_2 s)C_4 \qquad (5.17)$$

olur.

Şekil 5.4'deki devrede K = 1 olduğu da gözönünde bulundurularak (5.15) ve (5.17), (5.11) de yerleştirilirse

$$T(s) = \frac{1}{D(s) - N_2(s)}$$

$$= \frac{1}{C_1 G, C_g s' + 2C\gg (C_i + G,)s^* + (02 + 2C_s)s + 1} \qquad (5.18)$$

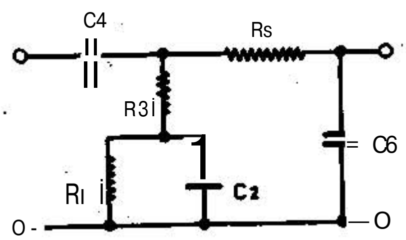
bulunur.

Örnek olarak 3.dereceden bir Butterworth süzgecinin geçiş işlevini gözönüne alalım.

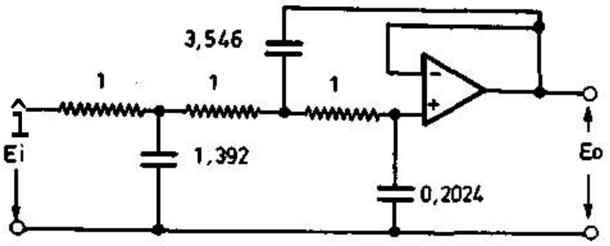
$$T(s) = \frac{1}{s^s + 2s^a + 2s + 1} \qquad (5.19)$$

Bu ifade (5.18) ile karşılaştırılıra

$$C_2 C_4 C_6 = 1$$
$$C_6(C_2 + C_4) = 1$$
$$C_2 + 2C_6 \cdot 2$$



Şekil 5.6.



Çekil 5. 7.

bulunur. Denklemlerin çözümünde

$C_2 = 1,392$
$C = 3,546$
$C_6 = 0,2024$

elde edilir. Buna göre normalize değerlerle 3.derece süzgeç devresi Şekil 5.7'de gösterildiği gibi olur. Bu devrenin geçiş işlevi (E_o/E£) (5.19) bağıntısı ile verildiği gibidir.

(5.19) ifadesinin paydası çarpanlara ayrılarak

$$T(s) = \frac{1}{s+1} \; \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

bulunur. Eğer bu geçiş işlevinin her çarpanı ayrı ayrı gerçekleştirilip elde edilen devreleri ardarda bağlayarak sağlamak yolu izlenirse bulunacak devre Şekil 5.8'deki gibi olur.

Bir BG süzgecin geniş veya dar bantlı olduğuna üst ve alt kesim frekansları oranına bakarak karar verilir. Bu oran 1,5 dan büyükse süzgeç, geniş bantlı olarak düşünülür.

Dar bantlı bir BG süzgeç önce normalize AG süzgece dönüştürülür. Bunun için yapılan frekans dönüşümü

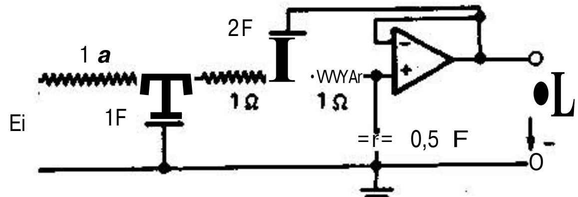
$$s = \frac{1 + S^2}{S} \qquad (5.20)$$

dır. Bu suretle 1 radyan merkez olmak üzere iki tarafa doğru uzanan bir BG süzgeç elde edilecektir.

Dönüşümü yapmak için geçen bant sınırları olarak saptanan fi ve f2 frekanslarının geometrik ortalaması olarak

$$f_o = \sqrt{f_1 f_2}$$

bulunur. Burada fi ve *£2*, BG süzgecin geçen bantı için istenen koşulu sağlayan iki frekanstır, örneğin bandın iki tarafında 3 DB zayıflamalı iki



Şekil **5.8.**

frekans olabilir. Bu süratle elde edilecek BG süzgeç f_o'a göre geometrik simetriktir. Zayıflama eğrisi, logaritmik frekans ekseni kullanarak çizilirse, f_o'ın iki tarafında simetrik olur.

Merkez frekansının iki tarafında eş zayıflamalı iki frekans f_a ve fb ise

$$f_a \cdot f_b = f_o^2$$

dir.

Dar bantlı BG süzgecin dönüştürüleceği AG süzgeç gene süzgeç keskinliği gözönünde bulundurularak seçilir. BG süzgeç için keskinlik

$$\Omega_s = \frac{B_s}{B_c}$$

dır. Burada B_s söndürülecek bantın, B_c ise geçen bantm genişliğidir.

Aşağıda, bütün zayıflama kutupları sıfır ve sonsuzda bulunan bir BG süzgecin hesap yolunu veriyoruz.

BG süzgeçten beklenen koşullar gözönünde bulundurularak normalize AG süzgeç seçilir. Bu süzgece ait geçiş işlevi kutupları bulunur.

AG •* BG dönüşümünde kullanılacak

$$s = \frac{S^2 + 1}{S}$$

frekans dönüşümüne göre, BG süzgecin orta frekansı ω_o=1 alınıyor demektir. Diğer taraftan, BG süzgecin geçen bant sınırları ω_1, ω_2 ise

$$\omega_1 \omega_2 = \omega_o^2$$

ve normalize AG süzgecin BG'nin bant sınırlarındaki zayıflaması ile eş zayıflamalı frekansı ω_c olmak üzere

$$\omega_1 - \omega_2 = \omega_c \qquad (5.21)$$

dır. (5.21)'in iki tarafı da ω_o ile bölünerek

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_o} = \frac{\omega_c}{\omega_o} \qquad (5.22)$$

bulunur. Bilinmektedir ki

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_o} = Q_c$$

olup (5.22)'den ω_o = 1 için

$$\omega_c = \frac{1}{Q_c}$$

bulunur. AG süzgeç katalogları ω_c = 1 e göre normalize edilmişlerdir. Burada $\omega_c = 1/Q_c$' olduğuna göre bütün frekansları Q_c ile bölmek gerekir. Bu sebeple geçiş işlevi kutupları da Q_c ile bölünmelidir.

Eğer bu kutuplar içinde a değerinde bir gerçel kutup varsa (tek dereceli süzgeç) buna ait geçiş işlevi çarpanı

$$\frac{H}{s+\frac{a}{Q_c}} \qquad (5.23)$$

olur. Bu çarpana $s=\frac{S^2+1}{S}$ dönüşümü uygulanarak

$$\frac{H_s}{S^2+\frac{\alpha}{Q_c}s+1} \qquad (5.24)$$

bulunur. Bu ise

$$\omega_o = 1$$

$$Q = \frac{\cdot}{a}$$

olan bir BG çiftikilinden başka bir şey değildir. AG süzgeç geçiş işlevinin diğer kutuplarının karmaşık eşlenik çiftler halinde olduğu bilinmektedir. Bunlardan biri

olsun. Böyle bir çift köke sahip AG geçiş işlevi

$$\frac{H}{(s+\frac{\alpha+j\beta}{Q_c})(s+\frac{\alpha-j\beta}{Q_c})} = \frac{H}{\cdots s - \frac{\alpha^2+\beta^2}{Q_c}}$$

dir. Buna AG → BG dönüşümü uygulanırsa,

$$\frac{Hs^2}{s^4+\frac{2\alpha}{Q_c}s^3+(\frac{\alpha^2+\beta^2}{Q_c^2}+2)s^2+\frac{2\alpha}{Q_c}s+1} \qquad (5.25)$$

bulunur. Hu 4.derece geçiş işlevi, (5.24) ile gösterilen geçiş işlevine sahip iki rezonatörün ardarda bağlanması ile elde edilebilir. Bu katların rezonans frekanslarının sırası ile ω_{01}, ω_{02}, Q'lerinin ise Q1 ye Q2 olduğunu kabul edersek ardarda bağlı halde toplam geçiş işlevi için

$$\frac{H_1 s}{s^2+\frac{\omega_{01}}{Q_1}s+\omega_{01}^2}\cdot\frac{H_2 s}{s^2+\frac{\omega_{02}}{Q_2}s+\omega_{02}^2}$$

yazılabilir. Buradan çarpım yapılarak

$$H_1H_2s^2 \Big/ \left[s^4+(\frac{\omega_{01}}{Q_1}+\frac{\omega_{02}}{Q_2})s^3+(\omega_{01}^2+\omega_{02}^2+\frac{\omega_{01}\omega_{02}}{Q_1Q_2})s^2+(\frac{\omega_{01}\omega_{02}^2}{Q_1}+\frac{\omega_{01}^2\omega_{02}}{Q_2})s+\omega_{01}^2\omega_{02}^2\right] \qquad (5.26)$$

bulunur. (5.25) ve (5.26) karşılaştırılırsa,

$$\frac{2\alpha}{Q_c}=\frac{\omega_{01}}{Q_1}+\frac{\omega_{02}}{Q_2}$$

$$\frac{2\alpha}{Q_c}=\frac{\omega_{01}^2\omega_{02}}{Q_1}+\frac{\omega_{01}\omega_{02}^2}{Q_2}$$

$$\frac{\alpha^2+\beta^2}{Q_c^2}+2=\omega_{01}^2+\omega_{02}^2+\frac{\omega_{01}\cdot\omega_{02}}{Q_1Q_2} \qquad (5.27)$$

$$\omega_{01}^2\,\omega_{02}^2=1$$

bulunur. (5.27) denklemlerinin ilk ikisinden ve sonuncusundan, önceden de tahmin edilebileceği gibi,

$$Q_1=Q_2=Q$$

bulunur.

(5.27) denklemlerinden ω_{01}, ω_{02} ve Q şu sırada hesaplanır.

$$C=\alpha^2+\beta^2$$

$$D=\frac{2\alpha}{Q_c}$$

$$E=\frac{C}{Q_c^2}+4$$

$$G=\sqrt{E^2-4D^2}$$

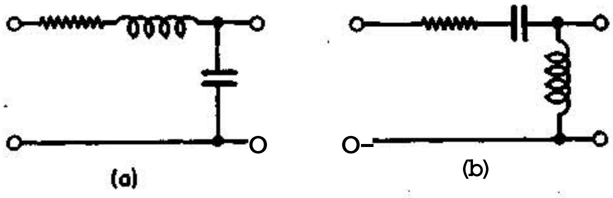
$$K=\frac{\alpha Q}{Q_c} \qquad (5.28)$$

$$W=K+\sqrt{K^2-1}$$

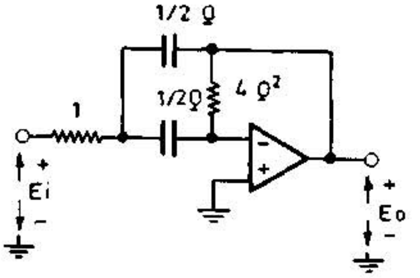
$$\omega_{01}=\omega_0\cdot W$$

$$\omega_{02}=\frac{\omega_0}{W}$$

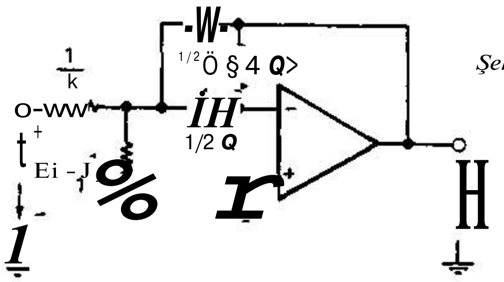
Bu suretle AG süzgecin bir gerçel kutbuna BG halinde bir rezonatör, bir karmaşık eşlenik kutup çiftine ise, rezonans frekansları ω_0'ın altında ve üstünde ω_{01} ve ω_{02} olmak üzere ardarda bağlı, iki rezonatör karşı gelmektedir. Bant geçiren süzgeç bütün bu katların ardarda bağlanması ile meydana gelir. Bu şekilde teşkil edilen BG süzgecin çeşitli katları ayrı frekanslara ayarlanmış olmaktadır. Bu şekilde elde edilen BG süzgeç, ardarda bağlanan farklı frekanslara ayarlı rezonatörlerden meydana geldiği için, kademeli akortlu süzgeç yada kademeli ayarlı süzgeç adını alır. Bu hali ile süzgeç, dar bantlı ve çok katlı bir yükselteç görünümündedir.



Şekil 5.9.



Şekil 5.10.



Şekil 5.11.

Etkin AG ve ÜG süzgeç devreleri Şekil 5.9 (a) ve (b)'deki gibi devreleri temsil ettiklerinden bunların ardarda bağlanmaları da bir basamaklı devrenin temsilini sağlamaktadır.

Şekil 5.10'daki rezonatör devresinin f_0 frekansındaki kazancı, 2Q olup, oldukça büyük değerlere varabilir. Böyle katların ardarda bağlanması ile çok yüksek kazançlı bir tertip meydana gelir. Bunun çeşitli sakıncalarını ortadan kaldırmak için her katın kazancı Şekil 5.11'de gösterildiği şekilde düşürülür. Bu, bu kata ait geçiş işlevinin K ile çarpılması sonucunu doğurur (K<1). Çeşitli katlara ait K lar, yükselteç toplam kazancının 1 (0 dB) olmasına ve ara katlarda harmonik bozulmaya neden olacak düzeylere çıkmamaya dikkat edilerek seçilir. Gerek Şekil 5.10 gerekse Şekil 5.11'deki öğe değerleri $\omega_0 = 1$ ve R= 1 e göre verilmiştir. 1Ω yerine KΩ ve 1 Hz yerine f_0 alınırsa, sığaçlar $2\pi f_0 R$'e bölünecek ve dirençler R ile çarpılacaktır.

6. ÖRNEK

Örnek olarak Frekans Modülasyonlu 24 kanallı bir harmonik telgraf taşıyıcı (kuranportör) sisteminde kullanılan kanal veriş süzgeçlerinden birisinin hesaplanmasını vereceğiz.

CCITT'nin harmonik telgraf sistemleri için tavsiye ettiği zahiri taşıyıcı frekanslarından 7. olan 1140 Hz'i zahiri taşıyıcı olarak alan kanala ait kanal veriş süzgeci hesaplanmak isteniyor. Frekans kayması ±30 Hz olup 1140 ±30 Hz bantı süzgecin geçen bantıdır. Bu bantta genlik bozulmasının ± 0,5 dB içinde kalması isteniyor. Komşu kanalları rahatsız etmesi muhtemel işaretleri kesmek üzere, süzgecin 1140±90 Hz'de 15 dB, 1140±150 Hz'de ise 25 dB'lik bir zayıflamaya erişmesi ön görülüyor. Grup gecikme zamanı değişiminin küçük olması için süzgeç tipi olarak Butterworth süzgeci seçilmektedir.

60 Hz'lik bantta 0,5 dB'lik genlik bozulması koşulunu karşılamak üzere geçen bant genişliği 50 Hz olarak alınmaktadır. Buna göre normalize AG süzgeç için

$$\Omega_s = \frac{180}{90} = 2$$

bulunur. Yukardaki zayıflama koşullarına göre Butterworth süzgeç derecesi n = 4 alınmaktadır. Geçen bant sınır frekansları

$$f_1 = 1140 - 45 = 1095 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 1140 + 45 = 1185 \text{ Hz}$$

dir. Buradan BG süzgeç için

$$f_0 = \sqrt{f_1 f_2} = 1139 \text{ Hz}$$

$$Q_c = \frac{f_0}{B} = \frac{1139}{90} = 12{,}657$$

bulunur.

n= 4 olan AG Butterworth süzgeci Hurwitz çokterimlisi sıfırları

$$-\alpha_1 \pm j\beta_1 = -0{,}3826834 \pm j\ 0{,}9238795$$

$$-\alpha_2 \pm j\beta_2 = -0{,}9238795 \pm j\ 0{,}3826834$$

dır. BG süzgeç dört rezonatörün ardarda bağlanması ile meydana gelmektedir. Bu rezonatörlerin her biri yukardaki köklerden birisi kullanılarak elde edilir.

1. ve 2. rezonatörler için (5.28 denklemleri kullanılarak)

$$C = \alpha_1^2 + \beta_1^2 = 1$$

$$D = \frac{2\alpha_1}{Q_c} = 0{,}0604709081$$

$$E = 4 + \frac{1}{Q_c^2} = 4{,}006242431$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = 4{,}004416499$$

$$Q = \frac{1}{D}\sqrt{\frac{1}{2}(E+G)} = 33{,}09578086$$

$$K = \frac{\alpha_1 Q}{Q_c} = 1{,}000665963$$

$$W = K + \sqrt{K^2 - 1} = 1{,}037167607$$

1. rezonatörün rezonans frekansı

$$f_{01} = f_0 W = 1181 \text{ Hz}$$

2. rezonatörün rezonans frekansı

$$f_{02} = \frac{f_0}{W} = 1098 \text{ Hz}$$

dir.

Rezonatör tipi olarak Şekil 4.14'de verilen iki işlemsel yiikselteçle teşkil edilen durum değiş-kenli devreyi seçiyoruz. Bu devreye ait (4.26) ile verilen geçiş işlevini tekrar yazalım:

$$T(s) = \frac{-\left(\frac{1}{R_4 C_1}\right) s}{s^2 + \frac{1}{R_1 C_1} s + \frac{2}{R_2 C_2 R_3 C_1}}$$

$$= \frac{H \frac{\omega_0}{Q} s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$

H = 1

R = 10 kΩ

C1 - C_2 = 10.000 pF

alınarak

$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{R_1 C_1}$$

den $\omega_0 = 2\pi f_{01}$ olduğu gözönünde bulundurularak

Rj= R!,= 445,857 kfl

bulunur. Aynı şekilde

$$\frac{2}{R_2 C_2 R_3 C_1} = \omega_0^2$$

den

$R_2 = R_3$ = 19 kΩ

elde edilir.

Aynı şekilde 2.rezonatör için f_{02}= 1098 Hz değeri kullanılmış

R1 = fc, = 479,597 kΩ

$R_2 = R_3$ = 20,493 kΩ

elde edilmiştir.

3. ve 4.rezonatörler için

C = 1

D = 0,1459896939

E = 4,006242431

G = 3,995588375

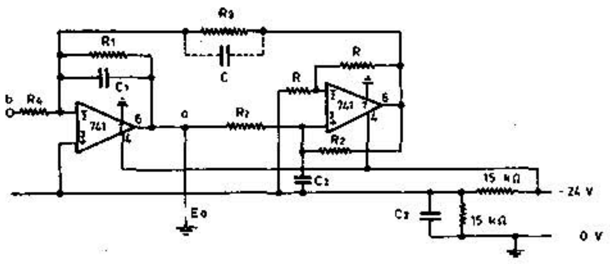
Q = 13,70116468

K = 1,00114419

W = 1,015242241

bulunur. Buna göre 3.rezonatöre ait rezonans frekansı

f_{03} = 1156 Hz .



Şekil 6.1.

ve 4.rezonatör için ise
f_{04} = 1122 Hz

elde edilir. Bu değerlerle 3.rezonatör için

R1 =R^ =^188,541 kf2

$R_2 = R_3$ = 19,462 kft

4.rezonatör için ise,

R1 =R^ =194,333 kî2

$R_2 = R_3$ = 20,06 kfi

bulunur. Şekil 6.1'de her rezonatör için kullanılacak devre gösterilmiştir, tşlemsel yükselteç olarak yA 741, besleme gerilimi olarak ise + sı topraklı 24 V seçilmiştir.
Bütün katlar için R= 10 kJÎ , C1 = C_2 = 10 000 pF alınmış olup bu şekilde elde edilen 4 rezonatör a ve b noktalarında ardarda bağlanmak suretiyle 4.dereceden Buttervorth değişimine sahip etkin RC süzgeç elde edilir. Kapalı devrede meydana gelen evre kaymasından ötürü her rezonatörün rezonans frekansındaki b*a arası gerilim kazancı, , seçilen H den (örneğimizde 1) farklı olacaktır. R direncine paralel olarak gösterilen C sığacı bu farkı ortadan kaldıracak şekilde seçilir (Tipik değer 56 pF).

Toplam süzgecin içindeki gerilim kazancı istenenden farklı ise, katların birinde istenen gerilim oranı

$R_4 = R_1 / k$

seçilerek sağlanır.

KAYNAKLAR

[1] *Yücel, F.,* "Polinom Süzgeçleri"

[2] *Yücel, F.,* "Aktif Süzgeçlere Giriş"

[3] *Philip R.Geffe,* Designers Guide to: Active bandpass filters (Bölüm 3) 5 Nisan 1974, Uestinghouse Electric Corp.

[4] *Anatol, I.Zverev,* "Handbook of Fi İter Synthesis"

[5] *Philip, R.Geffe,* Designers Guide to: Active bandpass filters (Bölüm 1) Uestinghouse **Electric Corp. Şubat 1975**