UDK: «21.377.54

"L" Fillreleri

H. M. KIZILYALLI
Y. Müh. Î.T.Ü.

Özet : Bu yazımızda Buttervvorth ve Chebys hev filtrelerinin istenilen özelliklerini birleştiren yeni bir çeşit filtreden bahsedilmektedir. Bu yeni çeşit filtrelerin geçirme bandında amphtüd ka-rekteristiğinin dalgalanması (ripple) yok ve durdurma bandında da zayıflaması daha yüksektir.

Alçak geçiren filtre hesaplanmasında transfer fonksiyonunun sıfırları sonsuzda kabul edilerek, amplitüd karekteristiği genel olarak

$$G(w) \quad \frac{Ko}{+ f(}$$

şeklinde yazılabilir Burada K_0 .doğru akım ka zanç sabiti ve f (w^2) de ıo^2 in pozitif rasyonel • fonksiyonudur. Literatürde iki çeşit filtreden bahsedilmektedir. Buttervrorth sınıfında

ve Chebyshev sınıfında _ t s 2 r* '

g reel ve l den çok küçük ve C_n (tp)de Chebyshev kosinüs polinomudur. Eğer \G(wt\ nm geçirme bandında belirli bir değişimi için mümkün olan en büyük zayıflama isteniyorsa Chebyshev filtresi en iyisidir. Fakat geçici hal karekteristiği düşünülürse geçirme bandında fazla dalgalanma-ya müsaade edilmez. Bu durumda kesim' fre-kansmdaki amplitüd karekteristiği Chebyshev'e nazaran iyi olmayan Buttemorth filtresi kullan-ma yoluna gidilebilir. Mezkûr sebebler dolayısıy-le Butterworh filtresinin istenilen özelliklerine sahip ve ayni zamanda kesim frekansında daha dik eğilimli bir filtre aranması tabiiydi

Bu makalede amplitüd karekteristiği *w* ile devamlı olarak azalan ve eğimi kesimde mümkün olan en büyük değerde L çeşidi filtrelerden bah-sedeceğiz.

L filtresini meydana getiren polinomu L_n (w^2) ile gösterirsek, mezkûr polinom aşağıdaki vasıflara sahiptir:

(a) $L_n(0) = 0$

(b) $L_D(1) = 1$

(c) $dL_n(w^2) > 0$

(d) $w = l$ de eğimi, dLn_, makûmum
d tu

$L_n(w^2)$ Polinomu:

I - n tek iken

$$(to^2) = \quad r2«J^2—^1L_n \; V^2 (x)\, dx \quad J-^1$$

formülü ile verilir Burada

t-... + $a_k P_k(x)$ =
V (x) = a» P_0 (x)

+ a, P, (x

$$\underset{=o}{\overset{k}{Z}} a, P, (x) \text{ ve } n=2kf-1, i$$

Pİ (x) de birinci mertebeden Legendre polinomudur :

$P_0(x)=1$, $P_,(x) = x$, $P_,(x)=$-1- $(3x^*-I)$

$P_3(x)$ =-^— $(5x^3 —3x)$ ve aj sabitleri de

$$a_0 = \frac{a_1}{2k+1} \quad {}^{a}\!\!\sim_2 \quad {}^{a}k$$

ile verilir.

— n'çift iken n =

O ' 3 1

$$\vdash 0^{3}_{i} \quad 'Fi \; (X). \quad dx$$

formülü" kullanılır.

Bu halde a, sabitlerinin bulunması k nın tek veya çift olmasına göre iki kısma ayrılır.

Hal I : k çift

$$2k+1 \;—\; = a_{k.1}$$
$$=0$$

Hal 11 : k tek

3 ~ 7~

a_0 = a, = ------ = $a_{k\_}$, = O, ile bulunurlar. Misal olarak $L_2 U^2)$ ve L_3 (o>-) polinomlarını he-saplayalım.

a.L-2 . k = On = 2k + 2 = 2 çift numaralı polinom

$$3n \;—\; \frac{\backslash}{V(k+1)} \quad \frac{1}{(k+2)}$$

a_0 ve P_0 (x) yerine koyup

$$\underset{\_1=0}{\overset{"k=o}{S}} a, P,- (x) \quad dx=$$

= G (S) G (— S) teşkil edilir. S yerine *jw* koyarak

g (—ur') = G (jıp) G (JM?) = G^2 (M;)
elde edilir.

dx

l

vır d x = .y,^{4} elde ederiz.

w — l de eğim de

Burada da sistemi fonksiyonunu bulmak için g (S^2) çarpanlara ayrılır ve yalnız sol yan düzlemdeki kutuplar muhafaza edilir. Meselâ, n = 3 için karesi alınmış amplıtüd karakteristiği

$\frac{}{d\,w} = 4w^s$

= 4 dür.

2 l

î. L_3 . k = l, n = 2k + l = • l numaralı
n_n ==

L_3 (tü~) değerini yerme koyarak : l

elde edilir.

V 2 (k+1) ı

böylece

3 V 2 (k+1) *2*

Bu ifade de — *w*- = S^J koyarak

3

olur.

g(S-) = G(S) G (— SI = $\frac{}{1 - S? - 3 S^4 - 3 S^6}$

çarpanlara ayrılıp sağ yarı düzlem kutuplarını ihmal ederek

.2 *w**—1

k =

a. P, (x) **dx**

_ ı = o

G (S) = $\frac{0577}{S^3 + 1.31S- + 1.359S + O\ 577}$

bulunur

*2w**—*l*

dx

Doğru akım kazancını birim yapmak için pay 0.577 olarak seçildi. G (S) in kutupları:

2 *w*^{2}-*l*

— 2

dx= 3 ıo° — 3 it?^{4} + tu^2 bulunu .

\+

—l 2 v'~2~

Bu halde *w* = l deki eğim :

dI **d w** = 18 tu^5 - 12 ***2w*** **— 8 ojur.** ***w =1***

Böylece devam edersek

b_0 = *-0.62)* $S_{1)2}$ = -0.34.3 + j 0.901 dır ve şekil l de gösterilmiştir. n = 5 halinde

Tablo l deki L_n *(w* *) polinomlarını buluruz. Bu polinomların *w* ya nazaran türevleri *w* = l de hesaplanırsa görülürki kesim frekansında eğim n ile beraber artmaktadır.

~ 1+L_5 ^{1} (-S^2) bu defa da L, (— S-) değeri yerine koyarak

Sistem fonksiyonu G (S)'i bulmak için g (S-')

Tablo : I

	L_n	dL_n (I) / d *w*
		4
2		8
	3u>^{6}-	12
3	$6w^8$ — $8w^8$ + 3tü^4	18
	20tı?-^{10}_ -^ -40 *W*^{B} + *28w*^{e} — *B*	24
	50w^{ıa} — 120ıo^{10} -f $105w^8$ —	32
	— 525 — 355 *w*^{s} + *I0'w* ° —	

$1 — S^2 — 8S< — 28S^8 — 40S^8 — 20S^{:o}$

böylece

$$G(S)' = \frac{}{S^s + 1.551 S^4 + 2.203 S^3 + 1\text{-}693 S^2 \wedge\text{-} 0.898 S + 0.224} \text{ olur}$$

ve kutupları da

$S_0 = — 0.468$, $S_{,,2} = 0.388 :f j\ 0.589$,
$S_{a,4} = —0.154$ rp j 0.968

dır ve bunlar şekil (2) de gösterilmiştir.

Şekil 3den=3ven=5 için L ve Butterworth filtreleri mukayese edilmiştir. L filtresinin kesim karekteristığı Buttenvorlh filtresininkine nazaran daha dik eğilimlidir. Ayrıca L filtresinin (L. F.) basamak karakteristiği (Step response) tetkik edildiğinde görülür ki kararlı hale geçiş zamanı Chebyshev filtresinden (C.F.) daha kısa ve asması da Buttenvorth filtresiyle (B.F.) mukayese edilebilir. Şekil 4 ve 5'e bakınız.

JtJ

1

0,8

0.6

0.4 0,2

-1 -

-1

s£

Şekil: (1)

itU

1

0,8

0.4

-1

«5*

S_2

Şekil : (Z)

oı

-L filtresi

----Butterworth filtresi

.2-

n«5

.08

.02

.01

Şekil (3)

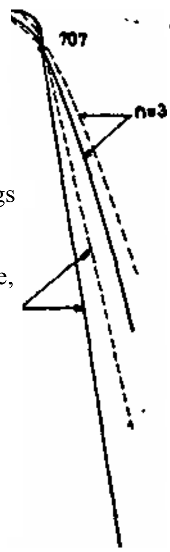
Tarifler :

1 — Aşma (overshoot) • Basamak karekteristiğinin aşması, tepe değeri ile bu karekteristiğin son değeri arasındaki farktır ve son değerin yüzde si olarak ifade edilir.

2 — Kararlı hale geçiş zamanı (settling time) : Kararlı hale geçiş zamanı t^ ,ilk tepe ile karek teristiğin son değerinden % 2 den fazla değişme diği ana kadar geçen müddettir.

.1

1



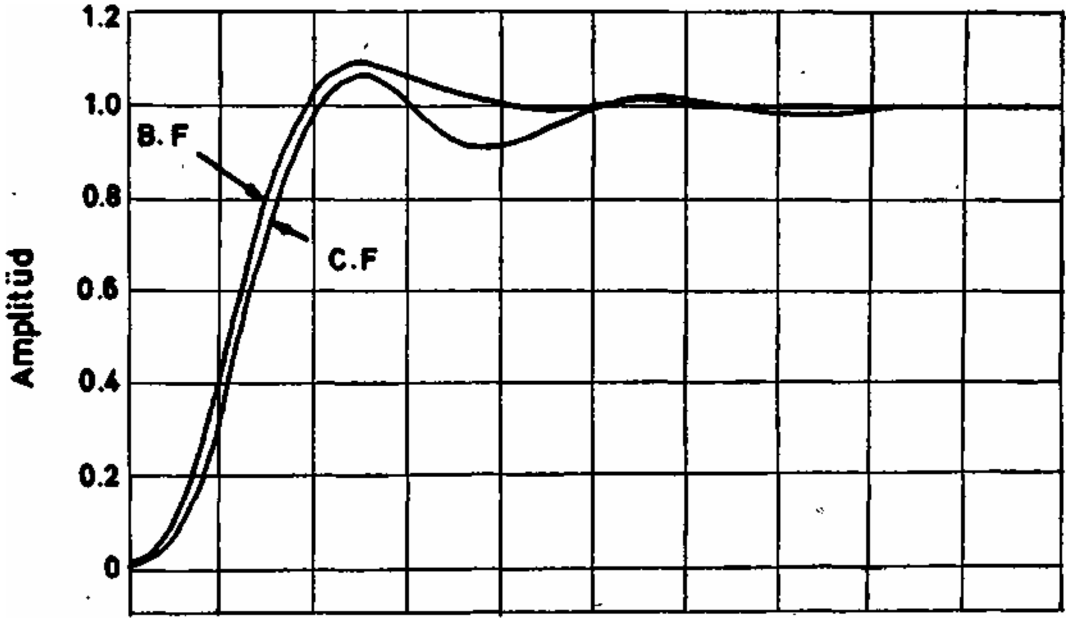
Referans':

1 — A. Papoulis, «Optimum filters with Monotonic Response» Proceedings of the İRE, 46 No. 3. Mart 1958

2 — E. Jahnke ve F. Emde, Tables of Functions, Dover Publications, New York 1945

3 — A. Papoulis, «On Monotonic Response Filters» Proceedings of the İRE, 47, Şubat 1959

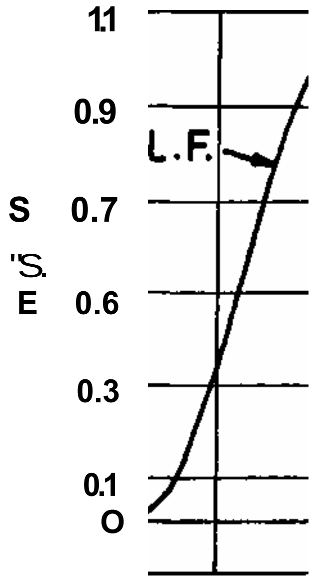
4 — F. F. Kuo, Nehvork Analysis and Synthesis, Jonh Wiley, Sons, 1962



8 10 12 14 16 18 20

zaman, saniye

(Sekil : (4)



6 8 10 12 14 16 18 20

zaman ,* saniyt

Şekil • (S)