

# Simetrik Bileşenler

Nihat TAVLAN

TEK

## ÖZET

Simetrik bileşenler hakkında yazılmış eserleri iki grupta toplamak mümkündür. Bunlardan birincisi konuya ait teorik kitaplardır ki, genel denklemleri ve diğer kuralları teorik yollardan çıkardığı için titiz ve yorucu bir çalışma isterler. Diğer grup ise kısa devre veya röle kitaplarının ihtiva ettiği sadece kendi konularının ihtiyacına cevap verecek nitelikte yazılmış bölümlerdir, bunları da bütün durumlara uygulamak imkansız olmaktadır.

## SUMMARY

it is possible to gather literature about symmetrical components in two groups. Former group is the theoretical books which drive general formulas and rules theoretically which is a tiring work. Later group includes the short circuit and relay subjects which are for need of their own subjects. These are not applicable for general cases. In this article general formulas are driven in a simple and original way which can be easily remembered. Examples are chosen such that symmetrical components can be applied to the general cases.

## GENEL

Bilindiği gibi kısa devre ve topraklama hesaplarında, teçhizat seçiminde veya röle ayarlamalarında anıza anında geçecek akını hesaplamak gerekir. Simetrik şebekelerde tek kutuplu eş değer devre üzerinden yapılabilen bu hesaplar oldukça kolaydır. Şebekenin simetrik durum arz etmediği durumlarda örneğin tek fazlı ve çift fazlı kısa devrelerde, hat kopmalarında veya anormal dengesiz yüklemelerde trifaze şebekeyi tek fazlı şebekeye indirgemek mümkün değildir. Bu durumda üç fazlı şebeke üzerinden hesaplanıp yapmak çok zor olmaktadır. Bu güçlüğü ortadan kaldırmak için simetrik olmayan şebekeyi simetrik şebekelere ayırmak ve elde edilen her bir simetrik şebekeyi tek fazlı eşdeğer devreye indirgeyerek akım ve gerilimleri hesaplamak mümkün olabilir.

Simetrik olmayan bir şebekeyi simetrik devrelere dönüştürebilmek için Fortescue (1918) tarafından bulunan Simetrik bileşenler veya bayan E. Clarke (1937) tarafından geliştirilen  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  (diyagonal bileşenler) bileşenlerinden faydalanılmaktadır.

Kısa devre hesaplarını veren kitaplarda veya Röle kitaplarında simetrik bileşenler konusu kısaca anlatılmakta ve birkaç tipik kısa devre örneği verilmektedir. Bu durumda teknikte çalışan mühendisler değişik durumlarda simetrik bileşenleri tatbikte güçlük çekmektedirler. Tamamen simetrik bileşenleri konu alan kitaplarda ise genel denklemlerin çıkarılışı esnasında Siklik simetrik devrelerde asli ( $Z_n$ ,  $Z_n^*$ ,  $Z_M$ ) ve kuplaj empedanslarından ( $Z_{12}$ ,  $Z_{13}$ ,  $Z_{23}$  v.s.) hesap yapılmaktadır. Bu da zaman zaman bu konuya baş vurmak ihtiyacını duyan projecilere her

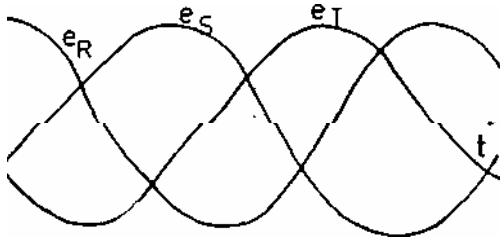
defasında yeni baştan teoriye girme zorunluğu doğurmaktadır. Zaman alıcı ve yorucu olan bu yoldan kaçınmak için tahmini neticeler veren pratik hesap yöntemleri tercih edilmektedir.

Bu bölümde simetrik bileşenler, teoriye girmeden fakat karşılaşılabilecek her türlü hale tatbik edilebilecek şekilde verilmek istenmiş ve aynı zamanda tipik örneklerle zenginleştirilmiştir. Diğer  $a$ ,  $p$ ,  $O$  bileşenleri de oldukça enteresan bir konu olmasına rağmen teknikte daha az bir uygulama alanı bulması ve yazının hacmini büyütmemek için buraya alınmamıştır. Simetrik bileşenlere girmeden evvel üç fazlı simetrik alternatif akım şebekesine kısaca bir göz atmak gerekir.

### A. SİMETRİK ÜÇ FAZLI ALTERNATİF AKIM ŞEBEKESİ

Eğer faz gerilimleri eşit efektif değerler arasında  $120^\circ$  faz kayması varsa, bu gerilimler simetrik bir sistem teşkil ederler. Zaman ekseninin sıfır noktasında  $e^{\wedge}$  gerilimi maksimum değerinde ise, buna göre  $e_R$ ,  $e_s$ ,  $e^{\wedge}$  gerilimleri:

$$\begin{aligned} e_R &= E \cos wt \\ e_s &= E \cos (wt - 120^\circ) \\ e_T &= E \cos (wt - 240^\circ) \end{aligned} \quad (1)$$



Şekil, 1

Şekil 1 gerilimlerin zamana göre değişimini göstermektedir. Bu gerilimler vektöriyel olarak gösterilmek istenirse :

$$\begin{aligned} e_R &= E \cdot e^{j\omega t} \\ e_s &= E \cdot e^{j(\omega t - 120^\circ)} \\ e_T &= E \cdot e^{j(\omega t - 240^\circ)} \end{aligned} \quad (2)$$

Burada  $e^{\wedge} = e$  olduğundan  $E_T$  için: -

$$E_T = E \cdot e^{j(\omega t - 240^\circ)} \quad (2a)$$

yazılabilir. Denklemlerde basitlik sağlamak için

$e^{j120^\circ} = a$  konmaktadır. Burada  $a$  birim vektörü Euler denklemine göre:

$$a = e^{j120^\circ} = \cos 120^\circ + j \sin 120^\circ$$

ve aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$a^2 = e^{j240^\circ} = \cos 240^\circ + j \sin 240^\circ = -\cos 120^\circ - j \sin 120^\circ$$

$$a^3 = e^{j360^\circ} = 1; a^4 = a; a^5 = a^2$$

$$1 + a + a^2 = 0$$

$$a + a^2 = -1; a - a^2 = j\sqrt{3}$$

$$1 + a = -a^2 = -\cos 120^\circ - j \sin 120^\circ; 1 + a^2 = -a = -\cos 120^\circ + j \sin 120^\circ$$

$$1 - a = j\sqrt{3}; 1 - a^2 = -j\sqrt{3}; 1 - a^2 = -j\sqrt{3}$$

$$1 - a + a^2 = -2a; 1 + a - a^2 = -2a^2$$

$$1 - a + a^2 = -2a; 1 + a - a^2 = -2a^2$$

$$1 - a - a^2 = 2; (1 + a)(1 + a^2) = 1$$

$$\frac{1 - a^2}{1 - a} = 1 + a; (1 + a)^2 = 1 - a^2$$

gerilimler için:

$$E_R = E \cdot e^{j\omega t}$$

$$E_s = E \cdot e^{j(\omega t - 120^\circ)}$$

$$E_T = E \cdot e^{j(\omega t - 240^\circ)}$$

yazabiliriz. Gerilimlerin bu sırasına normal sıra veya «direkt sistem» denilmektedir. Denklem-

lerde,  $120^\circ$  ile  $240^\circ$  nin veya aynı şey demek oljan;  $\bullet$  ile  $a$ 'nin yerleri değiştirilirse gerilimlerin sırası değişmiş olur; böylece «ters sistem» elde edilir. Fazlar arası gerilimler için:

$$U_{SR} = E_s - E_R = E (a^2 - 1) = j \sqrt{3} \cdot a \cdot E \quad (4)$$

Aynı şekilde:

$$U_{TS} = j \cdot \sqrt{3} \cdot E \quad (4a)$$

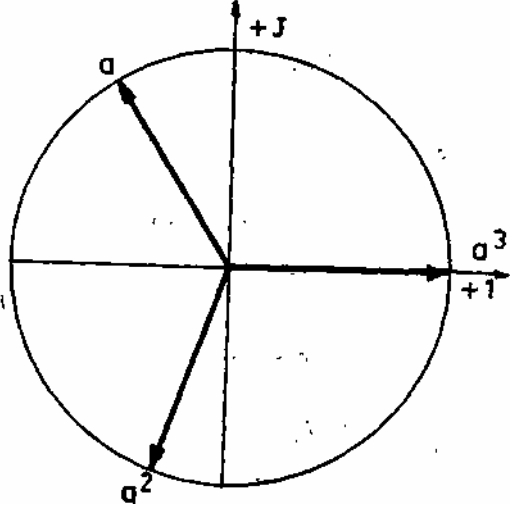
$$U_{RT} = j \cdot \sqrt{3} \cdot E$$

$$U_T - Z I_T = 0$$

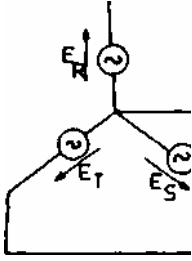
$$E_R + E_s + E_T = 0$$

Bu denklemlerden:

$$0 = Z (I_R + I_s + I_T) = - Z I_0$$



Şekil. 2



İı

Şekil. 3

Şimdi simetrik bir şebekede akımları tespit edelim. Simetrik bir şebekede her fazdaki empedanslar Z aynı değerde olacaktır. Şekil 3 den:

$$I_0 + I_R + I_s + I_T = 0$$

$$U_R - Z I_R = 0$$

$$U_s - Z I_s = 0$$

Bu demektir ki, nötr iletkeninden akım geçmeyecektir. Nötr iletkenini tamamen kaldırmak veya buna bir  $Z_0$  empedansı ilave etmek hiç bir şeyi değiştirmeyecektir. Akımların hesabı için:

$$I_R \sim Z^{-1} \cdot I_s \sim Z^{-1} \cdot I_T \sim Z^{-1}$$

formülleri kullanılır.

Gerilimlerin simetrik olmasından

yazılabilir. Burada  $I = I$  olduğu için:

$$I_s = a^2 I \quad (5)$$

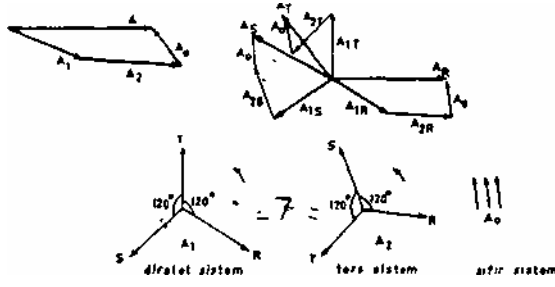
$$I_T = a I$$

Bu denklemlerden görüleceği üzere tam bir simetrik şebekede hesap yapmak için, bir fazda hesap yapmak kafidir. Diğer fazdaki akımları elde etmek için bulunan değeri  $a^2$  ve  $a$  ile çarpmak yeterlidir.

## B. SİMETRİLİ BİLEŞENLER

Her hangi bir A vektörü, yine her hangi üç ( $A_1, A_2, A_3$ ) vektörün toplamı olarak düşünülebilir. (Şekil-4). Bu üç vektör istenilen büyüklükte ve istenilen fazda olabilir.

Şimdi büyüklük ve fazları farklı plan ( $A_R, A_s, A_T$ ) üç vektör alınır, bunların her biri de üç bileşke vektörün toplamı olarak düşünülebilir. Bileşke vektörler istenildiği büyüklük ve fazda alınabileceğine göre;  $A_R, A_s, A_T$  vektörlerinin birinci bileşke vektörleri her üçü için aynı büyüklükte, bir birinden  $120^\circ$  faz açılı (normal dönme yönünde) simetrik bir sistem olarak alınabilir. Buna direkt sistem denir, ikinci bileşke vektörü ise yine eşit büyüklüklerde ve yine  $120^\circ$  faz farklı fakat ters dönme yönünde üç simetrik vektör olarak alınabilir. Bu sisteme de Ters sistem adı verilir. Üçüncü bileşke de aynı fazla aynı büyüklükte simetrik sistem olarak alınabilir. Bu da sıfır sistemi teşkil eder.



Şekil. 4

Simetrik olmayan üç fazlı sistemde her bir faz vektörünün bileşenleri:

$$A_{\check{g}} = A_{1s} + A_{2s} + A_{3s}, \quad (6)$$

$$A_j = A_{jT} + A_{2T} + A_0$$

Burada R fazı referans fazı olarak alınırsa :

$$A_R = A_s = a' A_{1R} + a A_{JR} - f A_{3s}, \quad A_T = a A_m + a^* (A_{JR} + A_0) \quad (7)$$

Yukarıki denklemlerden bu defa üç fazlı simetrik olmayan sisteme ait simetrik bileşenler hesaplanabilir :

$$A_0 = -\frac{1}{3} (A_R + A_{\check{g}} + A_T)$$

$$A_{1R} = -\frac{1}{3} (A_R + a A_s + a^* A_T) \quad (8)$$

$$A_{JR} = -\frac{1}{3} (A_R + a^2 A_s + a A_T)$$

Yukarıda belirtilen yöntem yardımı ile her simetrik olmayan üç fazlı sistem, üç simetrik sisteme ayrılabilir. Bundan sonra da hesaplar tek fazlı olarak yürütülerek oldukça kolaylık sağlanmış olur.

Bundan sonra denklemlerin yazılışında basitlik ve genellik sağlamak için referans kabul edilen faz gerekmedikçe, yazılmayacaktır. O halde mesela R fazına indirgenen simetrik bileşenler için  $A_{1R}$ ,  $A_{JR}$ ,  $A_0$  yerine doğrudan doğruya  $A_j$ ,  $A_j$ ,  $A_0$  yazılacaktır.

Yukarıda belirtilen yol uygulanarak üç fazlı simetrik olmayan bir alternatif akım sisteminde akım, gerilim ve empedans denklemleri kolayca çıkarılabilir. Bundan böyle dengesiz (simetrik olmayan) besleme gerilimleri için E,

empedanslar üzerindeki gerilim düşümleri için U ve anza noktasındaki gerilimler için V harfleri kullanılacak ve hepsi faz-nötr gerilimini belirtecektir.

Akımlar:

$$I_R = I_0 + I_s + I_t,$$

$$I_s = I_0 + a^2 I_1 + a I_2$$

$$I_T = I_0 + a I_1 + a^2 I_2$$

$$= -\frac{1}{3} (a + I_s + I_T)$$

$$= -\frac{1}{3} (I_R + a^2 I_s + I_T) \quad (8a)$$

Gerilimler (Şebekenin herhangi bir noktasında)

$$V_R = V_0 + V_s + V_t,$$

$$V_s = V_0 + a^2 V_1 + a V_2$$

$$V_T = V_0 + a V_1 + a^2 V_2$$

$$V_0 = -\frac{1}{3} (V_R + V_s + V_T)$$

$$V_1 = -\frac{1}{3} (V_R + a V_s + a^2 V_T) \quad (8b)$$

$$V_2 = -\frac{1}{3} (V_R + a^2 V_s + a V_T)$$

Empedanslar :

$$Z_R = Z_0 + Z_s + Z_t,$$

$$Z_s = Z_0 + a^2 Z_1 + a Z_2,$$

$$Z_T = Z_0 + a Z_1 + a^2 Z_2$$

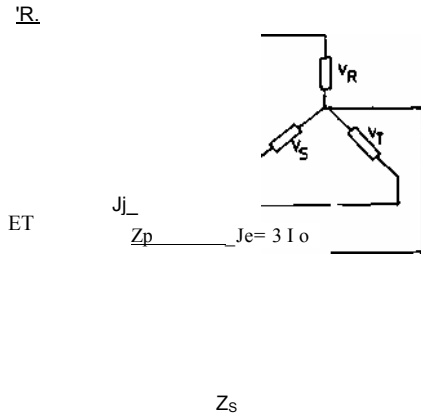
$$Z_0 = -\frac{1}{3} (C^2 + Z_s + Z_T)$$

$$Z_{-1} = -\frac{1}{3} (Z_R + a Z_s + a^2 Z_T) \quad (8c)$$

$$= -\frac{1}{3} (Z_R + a^2 Z_s + a Z_T)$$

### C. GENEL DENKLEMLER

Şebeke; en genel hali ile besleme gerilimleri E, faz empedansları Z ve şebekenin hesap yapılacak noktasındaki V gerilimleri simetrik olmayan bir şebeke olsun. Dolayısıyla akımlar da simetrik değildir.



Şekil. 5

Yalnız şebeke siklik simetrik olsun; yani her bir faz empadansına diğer fazların tesiri aynı olsun. Zaten teknikte karşılaşılan sadece siklik simetrik şebekelerdir. Bu durumda genel denklemleri elde edebilmek için orijinal bir yol olarak her fazın nötür hatı ile teşkil ettiği devrede gerilim düşümlerini yazalım :

$$V_R + z, 3 I_0$$

$$E_s = Z_s I_s + V_s \quad 3 I \quad (9)$$

$$E_T = Z_T I_T + V_T$$

Şimdi  $3 E_0 = (E_R - f E_s + E_T)$  olduğuna göre:

$$\begin{aligned} V_s + V_T \quad 3 E_0 &= Z_R I_R + Z_S I_S \quad 3 z, 3 I_0 + V_R \\ &= Z_R (I_0 + I_1 + I_2) \\ + Z_s (I_0 + a^* \hat{i} + a I_2) &+ Z_T (I_0 + a I_1 + \\ a' I_2) + 3 z, 3 I_0 + 3 V & \\ & \quad (Z_R \\ I_0 + (Z_R + a Z_s + a^2 Z_T) \hat{\wedge} + & S_z, 3 I_0, \\ + 3 V & \end{aligned}$$

$$3 Z_s I_2 3 I_0 + 3 V_0$$

$$E_0 = Z_2 I_1 + Z_s I_2 + \quad (Z_s,$$

Aynı şekilde  $3 E_1 = (E_R + a E_s + a^* E_T)$  eşitliğinde (9) denklemlerini korsak ve  $a^3 = 1$ ,  $a^4 = a$ ,  $(1 + a + a^2 = 0)$  bağıntılarını göz önüne alırsak :

$$3 E_s = Z_R I_R + a Z_S I_S + a^* Z^{\wedge} + 23 3 I_0 + az, 3 I_0 + a^j z_j, 3 ! <, + V_R + a V_s + a^* V_T$$

$$= Z_R (I_0 + I_1 + I_2) + Z_s (a I_0 + a^* I_1 + a^2 I_2) + Z_T (a^* I_1 + a' I_2 + a^* I_2) + 3 V,$$

$$= (Z_R + a Z_s + a^2 Z_T) I_0 + (Z_R + Z_s + Z_T) I_j + (Z_R - 1 - a' Z_s + a Z^{\wedge} I_2 + 3 V,$$

$$= 3 Z_s I_0 + 3 Z_0 I_1 + 3 Z^{\wedge} I_2 + 3 V_t E,$$

$$= Z_s, !, + Z_s I_2 + Z_s, !, + V,$$

elde edilir.

Aynı yoldan gidilerek E/ye ait denklem de elde edilir. Sonuç olarak genel denklemler:

$$E_s = Z_s I_s + Z_s I_2 + Z_s, !, + V_s,$$

$$E_2 = Z_s I_s + Z_0 I_2 + Z_1 I_0 + V_2 \quad (10)$$

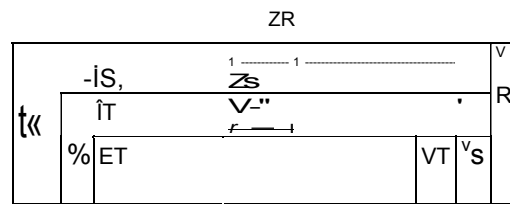
$$E_0 = Z_j I_j + Z^{\wedge} + (\hat{\wedge} + 3 z_0) !, - f V_0$$

şeklinde yazılabilir.

Simetrik olmıyan bütün durumlara ait problemler bu denklemler yardımı ile çözülebilir. Ezberlemesi güç olan bu denklemleri istenildiği vakit rahatça yazabilmek için ilk E\_j denklemine ait I\_j akımının çarpanı olan empedansın Z\_s, olduğunu akılda tutmak yeterlidir, bundan sonra I\_s, I\_2 ve I\_0 akımlarının çarpanları olan empedanslar dairesel bir permütasyon teşkil ederler. Buna göre bir daire üzerine sıra ile Z\_t Z\_s Z\_Q yazılırsa; empedanslar Z\_s, Z\_s, Z\_2, Z\_j Z\_g Z\_1( Z\_t Z\_j Z\_g olarak dairesel bir sıra takip ederler.

#### D. ÖZEL HALLER

Ekseri kısa devre problemlerinde arıza noktasına eşdeğer akım kaynakları yerleştirildiği ve bu kaynakların şebekeyi arıza esnasında simetrik duruma getirecek gerilimler ürettiği kabul edilir. O halde bu kaynakların ürettiği gerilimler o noktada arızadan dolayı husule gelen gerilimlerin simetrik bileşenleridir. Buna göre anıza noktası gerilim simetrik bileşenlerini hesaplayalım ve önce nötür iletkeninde bir empedans olmadığını ve diğer empedansların siklik simetrik bir sistem teşkil ettiklerini kabul edelim.



Şekil. 6

Bu bağıntılar dış ve iç empedanslardan gidilerek çıkarılmaktadır. Bu nedenle burada daha basit ve orijinal bir yöntem uygulandı. Gerilim düşümü denklemlerinden :

$$V_s = E_s - Z_s I_s \quad (11) \text{ denklemleri elde edilir.}$$

$V_T = E_T - Z_T$  Değerlerin simetrik bileşenleri yazılırsa :

$$V V_2 = E_0 + E_s + E_s -$$

$$\begin{aligned}
V_0 + a^2 I_1 + a V_2 &= E_0 & a E_2 \\
V_0 + a V_2 + Z_s I_1 & & \\
a I_1 + a^2 I_2 & & - (I_0 + I_2 - E_0 + a E_1 + \\
& & a^2 E_2 - (I_1 + I_2)
\end{aligned}$$

önce her üç denklemi de toplar ve  $1 - a + a^2 = 0$  eşitliğinden yararlanırsak:

$$\begin{aligned}
3 V_0 &= S E_0 - \\
&= 3 E_0 V_0 = E_0 - \\
Z_s, I_0
\end{aligned}$$

çıkartılır. Bundan sonra ikinci denklemi  $a$  ve üçüncü denklemi  $a^2$  çarpıp, her üçünü toplar ve  $a^3 = 1$ ,  $a^4 = a$ ,  $a^5 = a^2$ ,  $a^6 = 1$  bağıntılarını göz önüne alırsak:

$$\begin{aligned}
V_1 - F &= 7 T \\
V_j - J_j &= *, I,
\end{aligned}$$

elde edilir. Aynı şekilde bu defa ikinci denklemi  $a'$  ve üçüncü denklemi  $a$  ile çarpıp, her üçünü toplarsak :

$$V_2 = E_2 - Z_2 I_2$$

elde edilir. Bu denklemler toplu bir halde :

$$\begin{aligned}
V_1 &= E_1 - Z_1 I_1 \\
V_2 &= E_2 - Z_2 I_2
\end{aligned} \quad (12)$$

şeklinde yazılır.

Burada  $Z_s, Z_1, Z_2$ , empedanslar şebekenin arıza noktasından görülen toplam empedansların simetrik bileşenleridir. Nötr iletkeninde  $Z_0$  empedansı varsa :

$$\begin{aligned}
V_1 &= E_1 - Z_1 I_1 \\
V_2 &= E_2 - Z_2 I_2
\end{aligned} \quad (13)$$

$$V_0 = E_0 - (Z_s + 3Z_0) I_0$$

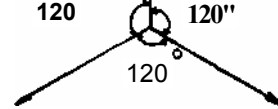
olur. Besleme gerilimleri simetrik ise ( $E_1 = E$ ,  $E_2 = aE$ ,  $E_0 = 0$ ) :

$$\begin{aligned}
V_1 &= E - Z_1 I_1 \\
V_2 &= aE - Z_2 I_2 \\
V_0 &= -Z_0 I_0
\end{aligned} \quad (14)$$

olacaktır. Diğer bir özel durum da şebekede nötr hattı yoksa (10) rümarah genel denklemlerde ve diğerlerinde  $I_0 = 0$  ve  $E_0 = 0$  koymak gerekir.

Simetrik bileşenlerle hesap yapılırken dikkat edilecek en önemli nokta problemin verilmiş şek-

line göre başlangıç koşullarını doğru seçmektir. Başlangıç koşulları doğru ve eksiksiz seçilirse geriye bunları uygun formüllere uygulamak ve birkaç matematik işlem kalır.



$I_R$

$E_s$

Şekil. 7

Şimdi birkaç tipik örnek verelim :

1. Faz simetrisine haiz, yani aralarında  $120^\circ$  açı olan fakat genlikleri farklı olan üç akım vektöründe simetrik bileşenler ve bu akımları veren simetrisiz üreticinin beslediği simetrik empedanslı şebekede gerilim değerleri bilinmek istensin.  $I_R$  birim vektör kabul edilirse  $I_s$  vektörü  $I_R$ 'in  $a$  katı,  $I_T$  ise 3 katı olacaktır. Burada  $0$  ve  $\infty$  katsayıları sıfırdan küçük veya büyük olabilir. Buna göre :

$$I_R = I_s. I_s = a^2 a I_R - I_T = a p I_R$$

Şimdi 8a denklemlerinden :

$$+ I_T = - (1 +$$

$$a + a^2 p) I_R = -y (1 + a + p) I_R$$

$$I_2 = -y U_k + a^2 I_s + a I_T = - (1 + a^2 a$$

$$+ a^2 3) I_R = - (1 + a + a^2 3) I_R$$

$$I_0 = -T - d_R + I_s + I_T = -r - d + a^2 I_T + a 3)$$

Bu denklemlerde  $a = \frac{1}{\sqrt{3}} + j\frac{1}{\sqrt{3}}$  ve  $a^2 = \frac{1}{\sqrt{3}} - j\frac{1}{\sqrt{3}}$  korsak :

$$I_s = -y \dot{u} + a + 3 >$$

olur.  $a = 2, 3 = 2$  olsun, yani  $I_s$  ve  $I_T$  akımları  $I_R$  akımının iki misli olsun :

olacaktır. Empedanslar simetrik olduğu için (8c) denklemlerinden  $Z_{11} = Z, Z_{12} = 0$  ve  $Z_{21} = 0$  olacaktır. Bunları (10) denklemlerine koyarak istenene şebeke  $V_R, V_s$  ve  $V_T$  gerilimlerini bulalım :

$$\dot{u} = Z I_R + V_s,$$

$$= -j Z I_R + V_0$$

$$E_R = (E_0 + E_s + E_t) = Z I_R - j Z I_R - f$$

$$V_s + V_2 + V_0 = Z I_R + V_R$$

$$E_s = (E_0 + a^2 E_s + a E_j) = -Z (-1 + 5$$

$$a^2 - a) I_R + a^2 V_s + a V_2 + V_0 = 2a^2 Z I_R + V_s$$

$$E_T = (E_0 + a E_j + a^2 E_j) = -j Z (-1 + 5 a$$

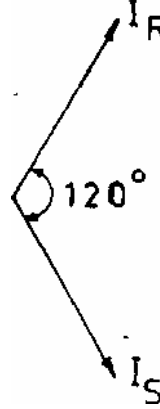
$$- a^2) I_R + a V_s + a^2 V_2 + V_0 = 2a Z I_R + V_T$$

Verilen akımların simetrik empedanslar üzerinde meydana getirdikleri gerilim düşümlerinin fiziksel anlamın neticeleri doğrulamaktadır. Sonuçlardaki  $a^2$  ve  $a$  terimleri akımlar arasındaki  $120^\circ$  faz farkından ileri gelmektedir.

2. Üç akın vektöründen biri sıfır, diğer iki si eşit büyüklükte ve aralarındaki açısı  $120^\circ$  ol-

sun; buna göre bir önceki örnekteki sonuçlara varılmak istensin.

$$I_R = I_R, I_s = a^2 I_R, I_T = 0$$



Şekil. 8

(8a) denklemlerinden:

$$\dot{u} = -(I_R + I_s + \hat{I}_T) = -f d + a \dot{u}) I_R =$$

$$I_s = -j (-I_R + a I_s + a^2 I_T) = -d + a \dot{u})$$

$$I_2 = -j (I_R + a^2 I_s +$$

$$I_R = -y d + a) I_R = - \frac{a^2}{-I_R}$$

denklemleri elde edilir.

Bu akımları veren üreticinin beslediği şebeke empedansları simetrik olsun ( $Z_0 = Z, Z_j = 0, Z_2 = 0$ ) ve (10) denklemlerinden:

$$E_t = Z I_s + V_t = -y Z I_R + V_t E_2$$

$$= Z I_2 + V_2 = -4 Z I_R + V_2$$

$$E_0 = Z I_s + V_0 = - Z I_R + V_0$$



$$E_R = (E_0 + E_1 + E_2) = -Z(-a + 2 - a^2) I_R + V_R = Z I_R + V_R$$

1

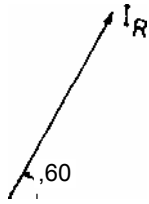
$$E_s = (E_0 + a z E_1 + a^2 E_2) = -Z(-a + 2 - a^2) I_R + V_s = a^* Z I_R + V_s$$

$$E_T = (E_0 + a E_1 + a z E_2) = -Z(-a + 2 - a^2) I_R + V_T = V_T \text{ sonuçları çıkar.}$$

3. Okuyucu şekilde verilen iki özel duruma ait yukarıda istenen sonuçları eksersiz olarak çıkarabilir.

a)  $I_R = I_s$ ,  $I_T = 0$ ,  $I_R$  ve  $I_s$  arasındaki açı  $60^\circ$

b)  $I_R = I_s$ ,  $I_T = 0$ ,  $I_R$  ve  $I_s$  arasındaki açı  $180^\circ$



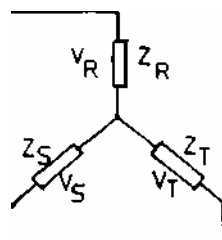
### Seldi. 9

4. Pratikte sık sık raslanan, bir asenkron motorun iki faza kaldığı, yani sigortalardan birinin her hangi bir sebeple eriyip motorun iki faz ile beslendiği durumda gerilim değeri ve çektiği akım hesaplanmak istensin.

$$L_R = 0$$

K

I<sub>1</sub>



### Şekli. 10

470

Besleme gerilimleri E simetrik olsun. Genellikle asenkron motorlarda nötr hattı yoktur. Buna göre başlangıç koşulları

$$I_R = 0, \quad I_s = -I_T, \quad V_T = V_s, \quad I_0 = 0, \quad = 0$$

Burada  $V_s = V_T$  ve  $I_s = -I_T$  eşitliklerinden (8a), (8b) denklemleri yardımıyla :

$$V_s = V_2 \quad \text{ve} \quad I_s = I_j$$

elde edilir. Ayrıca  $V_R = V_0 + V_s + V_2 = 0$  eşitliğinden  $V_0 = -2 V_T$  çıkarılabilir. Şimdi genel denklem (10) a göre:

$$E = Z_2 I_2 + V_1 = Z_1 I_1 + V_1$$

$$+ V_1 = Z_2 I_1 + Z_1 I_2$$

$$2 V_1 = Z_2 I_2 + Z_1 I_1$$

Bu denklemlerdeki bilinmeyenler  $I_1$ ,  $I_2$  ve  $V_j$  elde edilebilir :

$$I_1 = \frac{E_1}{Z_1 + Z_2}, \quad I_2 = -\frac{E_1}{Z_1 + Z_2},$$

$$V_1 = -E \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

Buradan faz akım ve gerilimleri :

$I_s = j + a L_s = (a^* - a) I_1 = -j \frac{\sqrt{3} E}{3 Z}$   
 olur. Halbuki arızasız durumda  $\sqrt{3} E$  akımı  $I_s$  çekmekte idi.

$$V_s = V_0 + a^* V_1 + a V_2 = -2 V_T + \sqrt{3} V_1 + a V_2 = -3 V_T = E$$

arızasız halde  $V_s = E$  idi.

5. Simetrik gerilimlerle beslenen bir şebekede tek fazlı bir kısa devre olsun ve nötr iletkeninde  $z_n$  empedansı mevcut olsun, kısa devre noktasındaki akım ve gerilimler tespit edilmek istensin.

Verilenlere göre:

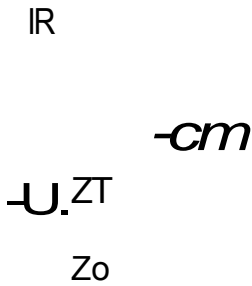
$$V_R = 0, \quad I_s = I_T = 0, \quad I_R = I_n$$

Buna göre:

$$3 I_j = I_R + I_s + I_T = I_R$$

$$3 I_s = I_R + a I_s \quad 4- a^* I_T = I_R \quad 3$$

$$L_s = I_R + a z I_s + a I_T = I_R$$



Şekil. 11

Şimdi (14) denklemleri:

$$V_s = E - Z_s I_s$$

$$V_s = -Z_s I_s$$

$$V_0 = -(Z_{0s} + 3Z_j) I_s$$

Bu eşitlikleri aşağıdaki denkleme korsak:

$$V_R = V_0 + V_s + V_2 = E - Z_s I_s - Z_s I_s$$

$$(Z_0 + 3Z_j) I_s = 0$$

$$I_s \sim \frac{E}{Z_s + Z_j + (Z_{0s} + 3Z_0)}$$

$$V_s = \frac{3E}{Z_s + Z_s + (Z_{0s} + 3Z_0)}$$

Gerilim değerlerini bulmak için:

$$I_s = E - Z_s I_s \quad I_t = E \frac{Z_s + (Z_0 + 3Z_j)}{Z_s + Z_j + (Z_{0s} + 3Z_0)}$$

$$V_2 = \frac{3E}{Z_s + Z_s + (Z_{0s} + 3Z_0)} + (Z_0)$$

$$V_s = V_0 + V_2$$

$$V_s = j \sqrt{3} \cdot E \frac{a}{3Z_0 + Z_s} + a(Z_s + 3Z_j) I_s$$

Veya  $a = \frac{V_s}{V_0} + j \frac{V_2}{V_0}$  ile hesap yapılarak,

$$a \sim \frac{V_3}{*} \frac{V_3 (Z_p + 3z_p) + j [2 Z_z + (Z_0 + Z_s + Z_z + (Z_0 + 3Z_j))] I_s}{*} \quad \text{elde edilir.}$$

Aynı şekilde bu defa  $V_T = V_0 + a V_j + a^2 V_2$  eşitliğinden giderek :

$$V_T = -j I_s$$

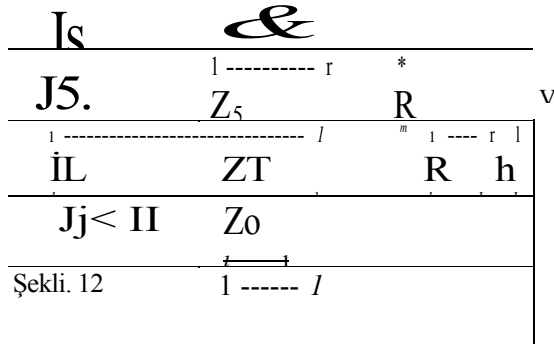
veya :

$$V_T = \frac{V_3 p}{Z} - \frac{j I_s (Z_0 + 3z_p) - j [2 Z_z + (Z_p + 3Z_j)] I_s}{Z_j + Z_j + (Z_{0s} + 3Z_0)}$$

elde edilir. <sup>değerten</sup>

$$I_{R} = 0, \quad V_s = V_T = 0, \quad I_s + I_{kii} = -I_{kii}$$

6. Son bir örnek olarak yine simetrik gerilimlerle Buna göre :  
 beslenen bir şebekede iki fazlı bir toprak kısa devresi olsun. En genel hale ait değerleri elde etmek için kısa devre noktasında R arıza direnci ve  $I_0 = -(I_1 + I_2)$  nötür devresinde  $Z_g$  em pedansı mevcut olsun. Verilenlere göre:



Bu değerleri (14) sak :

$$V_s = - (Z_s + R) I_j$$

$$V_s = (Z_0 + R + 3Z_j) I_j$$

Bu üç denklemde de edilir :

$$(Z_s + R) (Z_j + R) + [(Z_s + R) + (Z_2 + R)] (Z_0 + R + 3Z_j) = E$$

$$I_j = \frac{E}{(Z_s + R) (Z_2 + R) + [(Z_s + R) + (Z_2 + R)] (Z_0 + R + 3Z_j)}$$

$V_s = E$

$$(Z_s + R) (Z_2 + R) + [(Z_j + R) + (Z_2 + R)] (Z_0 + R + 3Z_j)$$

Buna göre  $I_0 = - (I_s + I_2)$  eşitliğinden :

$$I_0 = - \frac{E}{(Z_s + R) (Z_2 + R) + [(Z_j + R) + (Z_2 + R)] (Z_0 + R + 3Z_j)}$$

$$I_{KII} = - d_s + I_T = - [I_0 + a_2 I_s + a I_2 + I_0 + a I_s + a^2 I_2] = - [2 I_0 + (a^2 + a) (I_s + I_2)] = - 3 I_0$$

Ayrıca  $I_s$  ve  $I_T$  akımları için :

$$I_s = I_0 + 2 I_j + a I_2 = - I_0 - I_2 + a I_2 = (a - 1) I_0 + (a - 1) I_2$$

$$I_s = - 3 I_0 + 2 I_j + a I_2$$

$$I_s = - 3 I_0 + 2 I_j + a I_2 = - 3 I_0 + 2 I_j + a [(Z_2 + R) I_j] = - 3 I_0 + 2 I_j + a [(Z_2 + R) I_j]$$

$$I_s = - 3 I_0 + 2 I_j + a [(Z_2 + R) I_j] + j [(Z_2 + R) + 2 (Z_0 + R + 3Z_j)] I_j$$

Aynı yoldan giderek  $I_T$  için :

$$I_T = j \frac{E}{(Z_2 + R) + [(Z_2 + R) + 2 (Z_0 + R + 3Z_j)]} + \frac{a a}{(Z_2 + R) + [(Z_2 + R) + 2 (Z_0 + R + 3Z_j)]} E$$

$$I_T = \frac{V_j}{2} \frac{y_T (Z_2 + R) - j [(Z_2 + R) + 2 (Z_0 + R + 3Z_j)]}{(Z_s + R) (Z_2 + R) + [(Z_s + R) + (Z_j + R)] (Z_0 + R + 3Z_j)}$$

Burada  $I_s + I_T$  toplamını bularak  $I_{KII}$  akımı elde edilebilirdi. Arızasız R fazının toprağa nazaran gerilimi de bilinmek istenirse;  $V_R = V_0 + V_s + V_2 = 3V_j$  bağıntısında  $V_j$  yerine yukarıda hesaplanan değeri konarak elde edilir. Eğer  $Z_j = Z_2 = Z$  ise:

$$3E$$

$$I_{Kn} = - 3 I_0 = \frac{3E}{(Z + R) + 2 (Z_0 + R + 3Z)}$$

$$V_R = \frac{(Z_0 + R + 3Z_0) E}{(Z + R) + 2 (Z_0 + R + 3Z)}$$

özel hal olarak nötür hattındaki empedans ve arıza geçiş direnci gözönüne alınmadığı durumda, yukarıda çıkarılan bütün sonuçlarda  $Z_s$  ve R yerine sıfır konmalıdır.

E. EMPEDANSLAR ( $Z_1, Z_j, Z_s$ )

Direkt empedans Z, simetrik yüklenme halindeki işletme empedansıdır. Buna göre hatların faz empedansı, trafoların kısa devre empedansı ve kısa devre anında generatörünün empedansı direkt empedanstır.



Ters empedans  $2^{\wedge}$  statik elektrik cihazlarında örneğin Trafolarda, hatlarda, reaktör bobinlerinde direkt empedansa eşittir. Zira bu cihazların ters dönen simetrik gerilim sistemine gösterdikleri direnç değişmez. Buna karşılık generatörlerde ve motorlarda ters akım sisteminin stator sargılarında meydana getirdiği alan rötara nazaran iki misli senkron devirde ve ters yönde olacağından bilhassa amortisman sargılarında akımlar üretecektir. Bu akımların meydana getireceği alan stator sargılarındaki ters sistem alanını kısmen kompanse edeceğinden, ters empedans direkt empedansa nazaran daha küçük değerde olacaktır. Kısa devre hesaplarında genellikle generatör dirençleri ihmal edildiği için ters reaktans değerleri için:

- 4- x' -amortisman sargısız generatörlerde
- amortisman sargılı generatörlerde

törlerde

Amortisman sargılı turbo  
 $x''_d = x''_d$  olduğu için  $x_2 \ll A_d$   
 Çıkık kutuplu makineler için  $x_2 =$   
 bağıntısı daha doğru sonuçlar

generatörlerde  $x''_d$  olacaktır.

$x''_d$  vermektedir.

Elektrik araçlarına ait direkt ve ters sistem empedansları el kitaplarındaki tablo ve eğrilerden elde edilebilir.

Sıfır reaktans için generatörlerde  $X_j = (-5-$

da bu değer bağlantı şekline bağlıdır. Aşağıda muhtelif salt bağlantılarına göre sıfır reaktans direkt reaktansa oranı değerleri verilmiştir:

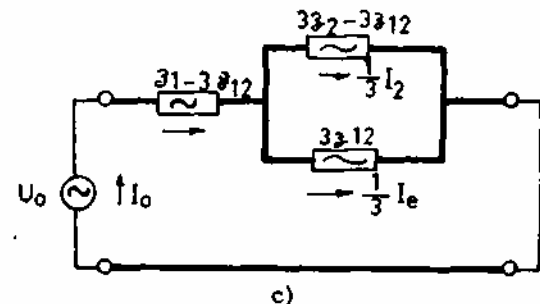
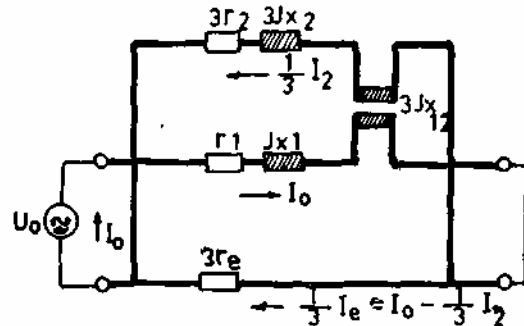
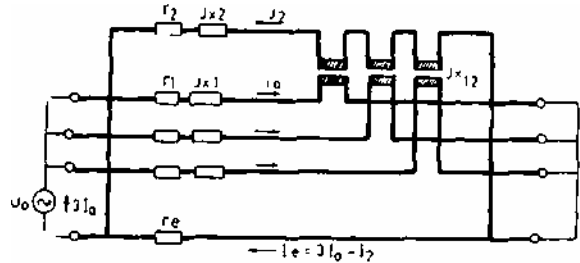
—)  $x''_d$  değerleri arasındadır. Trafolar-

TRAFO ÇEKİRDEĞİ	AA	$X_0/X_1$ A/A	AA
Üç bacaklı	3 . . . .10	0,65 . . . . . 0,9	0,10 . . 0,8
Beş bacaklı	10 . . . .100	1	0,10 . . . 0,15
Üç tek fazlı Trafo	10 . . . . . 100	1	0,10 . . . . . 0,15

Generatör ve trafolar için sıfır empedans değerleri için gene muhtelif el kitaplarında tablo ve 'eğriler verilmiştir.  
 Enerji nakil hatlarının sıfır empedansı toprak-

önce tek devreli bir hattın sıfır empedansını hesaplayalım. Bir nakil hattının sıfır empedansı birçok etkenlere bağlıdır. Şebekenin nötr noktasına geri akan sıfır sistem akımı toprak kütlesinden ve kısmen de toprak iletkeninden geçtiği için diğer etkenler yanında toprak özgül direncinin ve faz iletkeni ile toprak ve toprak iletkeni ile toprak arasındaki mağnetik kuplajın da tesiri büyüktür.

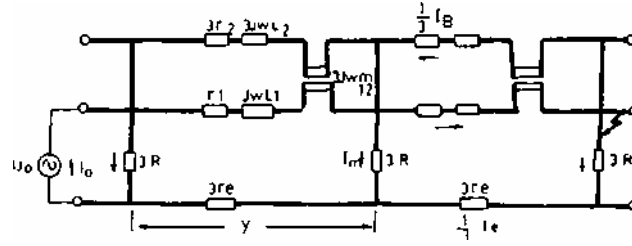
Aşağıdaki şekilden tek devreli nakil hattının sıfır empedansı hesaplanabilir. Kolaylık için önce havai hat direk gövdelerinden geçen akımları ihmal edelim ayrıca birinci ve sonuncu direğin toprak direncini sıfır kabul edelim. Faz iletkenlerinin sıfır sistem akımlarına gösterdiği reaktans  $j x_2$  ve toprak iletkeni ile kuplaj reaktansı  $j x_a$  ve toprak iletkeninin kendi reaktansı  $j x_2$  olsun. Buna göre şekil a tek fazlı şekil b'ye dönüştürülebilir. Şekil b bir trafo eşdeğer bağlantısına tekabül etmektedir, bu sebepten bu da trafonun bilinen T eş-



lama hesaplan için oldukça önemli olduğundan daha ayrıntılı

şekilde ele alınması gerekir. Yalnız aşağıda çıkarılan formül ve şekillerde 1 ve 2 endislerinin simetrik bileşen endisleri ile bir ilgisi olmadığı gözden kaçmamalıdır.

**Şekil. 13**



Seldi. 14

değer bağlantısı ile gösterilebilir (Şekil 13c). Eşdeğer bağlantının (Şekil. 13c) empedansları (18) numaralı denklemlerle hesaplanır. Hattın sıfır empedansı ise bağlantının toplam direnci olup (19) denklemleri ile tespit edilebilir.

Havai hattın sıfır empedansı için tam ve doğru bağlantı yukarıdaki şekilde verilmiştir.

Daha evvelce de belirtildiği gibi burada direk topraklama dirençlerine (R) bağlı toprak iletkeni bir zincir iletkeni teşkil eder. Şekilde:

$L_c$  Faz iletkeni-Toprak indüktansı  $L_2$

Toprak iletkeni-Toprak indüktansı  $M_{12}$

Kuplaj indüktansı

Toprak kitlesi bilindiği gibi muayyen geçirgenlikte hacimsel yani üç boyutlu bir iletkenidir. Akım toprak kitlesi içinde derinliğine ve genişlemesine yayıldığı için arttıkça akım yoğunluğu düşecektir. Toprak kitlesi direnci:

$$r = \rho \cdot f \cdot y \cdot 10^{-8} \quad [ \text{ohm/km} ] \quad y = \text{direk arası}$$

$M_{12}$  indüktanslarını hesaplamak için toprak içinden dağılırarak geçen akımı g derinlikte toplu bir halde (konstante bir huzme) geçtiği kabul edilsin. Bu derinlik :

$$S = 658 \quad -i-$$

formülü ile hesaplanır; burda 2 [m] toprak özgül direnci,  $f$  [Hz] ise akımın frekansdır. Sıfır sistemin indüktansını veren formüllerin elde edilmesi tıpkı direkt sistemdeki gibidir ve kolaylıkla bulunabilir, indüktanslar:

$$L_s = 2,10 \quad [3 \ln \frac{JUL + 0,25}{h}] \quad [H/km] \quad (15)$$

$$= 2,10 \quad [ \ln \frac{JJ + 0,25}{h} ]$$

$$[H/km] \quad (16) [H/km]$$

$$M_{12} = 2,10 \ln \frac{h}{h}$$

formülleri yardımıyla bulunur.

Burada :

$h$  = tesir derinliği

$D$  = üç faz iletkenin eşdeğer çapı

$$D = 2 \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

$d_B$  = Toprak hattı çapı

$h$  = Eşdeğer iletkenin ( $D$ ) toprak iletkenine mesafesi

$$h = a_{2B} \cdot a_{3B}$$

( $j_{1B}$  = Toprak hattının relatif indüksiyon sabitesi; Al ve Cu için  $J_{1B} = 1$  dir.

$d$  = faz iletkeni çapı

$a$  = Ortalama faz iletkeni aralığı

$$a = \frac{1}{3} (a_{12} + a_{13} + a_{23})$$

$a_{12} = 1$  ve 2 faz iletkenleri arasındaki mesafe

$a_{13} = 1$  ve toprak iletkeni arasındaki mesafe.

Şimdi sıfır sistem empedanslarını hesaplıyalım. Bunun için yine hat direklerinden akan akımları ihmal etmek mecburiyetindeyiz, aksi halde eşdeğer bağlantıyı hesaplamak çok zor olacaktır. Bu ihmal ile faz iletkeni, toprak iletkeni ve toprak kitlesinden akan akımlar her direk aralığı için aynı olacaktır; O halde bir direk aralığının eşdeğer bağlantısı hesaplanıp,

formül genelleştirilebilir. ilk şeklin a bağlantısından :

$$U_0 = I_0 (r_c + j X_{12} - 3 I_0 -$$

$$O = I_2 3 (r_c + j x_u) - I_2 (r_2 + r_c + j x_2)$$

denklemleri elde edilir. Bunlar aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$U_0 = I_0 (r_c + j X_{12} - 3 I_0 -$$

$$= I_0 3 (r_c + j x_u) - I_2 (r_2 + r_c + j x_2)$$

Parantez içindeki ifadeleri  $Z_{if}$ ,  $Z_j$  ve  $Z_u$  ile gösterirsek, şekil c'deki sıfır sistem empedanslarını elde etmiş oluruz :

$$z_s = r_c + 3r_e + j \omega L_z = r_2 + r_c + j \omega L_s \quad (18)$$

$$Z_{12} = r_c + j \omega L_{12}$$

Buradan toprak telli hava hattının toplam karakteristik empedansı

$$= r_c + j X_{12} = z_s - 3 Z_{12} \text{ -olur.}$$

Enerji nakil hatlarında  $X_0/x_0$ , (sıfır reak./direkt reak.) değerler:

	Tek devre	Çift devre
Toprak iletkensiz	3,2	5,1
Çelik toprak iletkenli	2,9	4,4
Çelik-Al toprak iletkenli	2,5	3,5

çift devre için en basit ve pratik hesap şekli; her bir devre için yukarıki eşdeğer şema ve formüllerden hareket edip bunları paralel bağlamak ile mümkün olur.

100 fîm'de nakil hatlarının karakteristik empedansları

TIP	FAZ TELİ KESİTİ mm <sup>2</sup>	TOPRAK TELİ KESİTİ mm <sup>2</sup>	NOMİNAL GERİLİM KV	HERBİR DEVRE DİREKT EMP.	HERBİR DEVRE KARAKTERİSTİK EMPEDANSI
<b>4</b>	95 Al	—	35	0,378+j 0,368	0,526+j 1,576
	95 Al	35 St	35	0,378+ j 0,398	0,724 + j 1,779
	95 Al	50 St	66	0,378+ j 0/35	0,616 +j 1,366
	2x450/U5 StAl	210/50 StAl	380	0,03+j0,31	0,26 + j 1,38 (Tek devre)
	Demet iletkenli çift devre				0,15 +j 0,92 (Çift devre)

Kablolara için direnç ve empedans değerleri El kitaplarında verilmiştir. Aşağıda Türkiye'de sık kullanılan kablolarla ait karakteristik empedanslar bir tablo halinde görülmektedir.

Gerilim	Kesit mm <sup>2</sup>	f <sub>i</sub> /Km
10 KV	35	1,27 + j 1,76
	70	1,15 + j 1,52
	150	1,13 + j 1,12
30 KV	50	1,33 + j 0,92
	95	1,12 + j 0,74
	150	0,93 + j 0,62