

Hesap Cetvellerinin Diğer Faydalı Hususiyetleri^{*1}

Yazan :

Turgut ÜÇER

Elek. Y. Müh.

Petkim Petrokimya A.Ş.

ÖZET

Ocak 1968 sayısında çıkan yazıda hesap cetvelleriyle yapılan diğer işlemlere ilâve olarak, toplama ve çıkarmanın da nasıl yapılacağı, her işlem için iki ayrı metot verilerek, gösterilmiştir. Bu yazıda ise, yalnız hesap cetveli kullanarak, seri-paralel devrelerin nasıl çözülebileceği, ikinci dereceden tir denklemin köklerinin nasıl bulunabileceği ve diğer faydalı hususlar belirtilecektir. Birinci yazıda olduğu gibi burçla posterlenen metotlar da yazarın kendi buluşları olup literatürde ilk defa çıkmaktadır. Geçen yazıya sık sık atfıta bulunulduğu için bu yazı okunurken o nüshanın da el altında bulundurulması faydalı olacaktır.

SUMMARY

Other useful properties of the slide rule in the January 1968 issue it was shown how addition and subtraction could be performed on the slide rule in addition to other operations, and, two methods were developed for each of these two operations. Here it will be shown how series-parallel circuits can be solved, how the roots of quadratic equations can be obtained only by use of the slide rule. And some other useful properties will be mentioned. As in the previous article, the methods here developed are original and appear in print for the first time. It is advisable to have the previous article at hand as the methods appeared in that article will be mentioned frequently.

Paralel dirençlerin yalnız hesap cetveli iculularak birleştirilmesi :

Bundan önceki yazıda geliştirilen T_k metoduyla toplama yaparken 5. kademede kıl çizgiyi (K. Ç.) hareket ettiriyorduk. Bu yazımıza ise K. Ç. 2. kademede sürüldüğü yerde bırakılır da sürgü hareket ettirilirse neticenin ne olacağını araştırarak başlayalım. Misal olarak yine 2 ve 3 sayılarını alalım.

1. Sürgünün U t. nı, sol İndis, D akalasında 2'ye koy.
2. K. Ç. yi sürerek yine D skalasında 3'e getir.
3. K. Ç. altında ve C skalasında bir değer oku (1.5).
4. Üçüncü kademede elde edilen bu değere (1.5), akıldan bir (1.0) ekleyerek yeni bir değer elde et (1.5 + 1.0 = 2.5).

Buraya kadar yapılan bütün kademeler aynen T_k metodunda olduğu gibidir. Şimdi 'bu metottan tek farklı kademe olan 5. kademeye geçeceğiz.

5- K. Ç. nin durumunu bozmadan, bu sefer sürgüyü 4 kademede elde edilen 2.5 değeri C akalasında K. Ç. altına gelene kadar sür.

6. C skalası sol indisi altında ve D skalasında bir değer oku (1.2).

Hesap cetveliyle yapılan hareketlerin mânâsını araştırırsak şu işlemleri yapmış olduğumuza görürüz :

$$\begin{aligned} &\langle b \rangle \langle c \rangle \text{ den küçük kabul edilsin} \\ &(2) (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log c - \log (c/b + 1.0) &= \log a \\ \log c - \log L (c + b) / b &= \log a \end{aligned}$$

her iki tarafın antilogaritmasını alınca (bu husus hesap cetvelinde hakiki değerler okunurken otomatikman yapılmaktadır)

$$\begin{aligned} \frac{c}{(c+b)} &= a && \text{ve bundan da} \\ \frac{cb}{c+b} &= a && \text{elde edilir.} \end{aligned}$$

Bu ifadeyi daha kolaylıkla tanıyabileceğimiz bir şekilde yazarak :

$$a = \frac{bc}{b+c}$$

denklemini elde ederiz ki bu da paralel bağlanmış iki direncin (veya iki seri bağlanmış kondansatörün) eşdeğer kıymetidir.

P_k metodu ile birleştirme yapmak :

Şimdi elimizde eşdeğer direncinin bulunması arzu edilen paralel iki direnç olduğunu ve bunların değerlerinin 2 ile 3 ohm olduklarını farzedelim. Bu paralel devrenin eşdeğer kıymetini şöyle bulabiliriz :

1. C skalasının uygun indisini (U1), sol indis, D skalasında birleştirilecek olan dirençlerden küçük olanına (2'ye) getir

(*) Yazarın müsaadesi olmadan iktibas edilemez
May not be reproduced without the permission of the author.

2. Kili çizgiyi (K.Ç.) sürerek D akalasında, birleştirilecek olan diğer direncin değerine (3'e) getir .
3. K.Ç. altında ve C akalasında bir değer oku (1.5).
4. 3. kademede elde edilen değere (1.5) akıldan bir (1.0). ekleyerek yeni bir değer elde et (1.5 + 1.0 = 2.5).
5. K.Ç. yi yerinden oynatmadan, sürgüyü dördüncü kademede elde edilen değer C »kalasında kıl çizgi altına gelene kadar sür.
6. Sürgünün sol indisi altında ve D skalasında neticeyi oku (1.2).

Nasıl ki bundan önceki yazıda gerek toplama gerekse çıkarma için iki metot geliştirilmiş- Be .paralel dirençlerin birleştirilmesinde de P_k ve P_b diye adlandırabileceğimiz iki ayrı metot vardır. Burada P harfi paralel birleştirme işlemini «k» ve «b» harfleri ise işleme değerce küçük olan dirençle mi yoksa büyük olanlamı başlandığını, gösterir.

Yukarıda misal olarak verdiğimiz P_k metodu için şu notları kaydedelim :

Notlar :

1. Hernekadar yazılı tarifte altı kademe görülüyorsa da aslında yapılan fiili hareketler sayısı üç olup diğer kademeler akıldan veya gözle yapılmaktadır.
2. Üçüncü kademede okunan sayının değerini tayin için şu metot kullanılır :
 - a) Birleştirilecek olan sayılar arasındaki nisbet bir ile on arafında İse üçüncü kademede elde edilen değer de bir on arasında.
 - b) Sayılar arasındaki nisbet on ile yüz arasında ise üçüncü kademede sayı da on İle yüz arasında.
 - c) Sayılar arasındaki nisbet yüz ile bin arasında ise üçüncü kademede değerde aynen yüz ile bin arasında olup bu nisbet ve değerler böylece devam edip giderler.

Bu kaideleri verdiğimiz misale tatbik edersek :

Birleştirilecek sayılar	Nisbetlerin hudutları	Üçüncü kademede okunan değer
2 ve 3	1 -10	1.5
2 ve 30	10 -100	15.0
2 ve 300	100 -1000	150.0

3. Üçüncü kademede okunan, değerler ne olursa olsun buna dördüncü kademede akıldan ilâve edilen sayı daima bir olacaktır.

P_b metodu ile birleştirme yapmak :

Bu metotla birleştirme İşlemine, değerce büyük olan «ayı ile başlanır. Yine bir önceki misali alarak 2 ve 3 ohmluk iki paralel direncin eşdeğer kıymetini bulalım.

1. C skalası U.l.'ntn sağ indis, D skalasında büyük olan değere (3'e) kay.
2. K.Ç.'yi sürerek D skalasında küçük olan değere (2'ye) getir.
3. K. Ç. altında ve sürgüdeki C skalasında bir değer oku (1.5),
4. Üçüncü kademede okunan değere (1.5) akıldan bir (1.0) ekleyerek yeni bir değer elde et (1.5,+ 1.0 = 2.5).
5. K.Ç.'yi sürerek, CI skalasında, 4. kademede elde edilen değere (.5) getir.
6. K.Ç. altında ve D skalasında neticeyi oku (1.2).

Notlar :

1. P_k metodunun üç notu da bu metot için aynen câridir.

2. Paralel dirençleri birleştirmek için P_k metodunu kullanmak umumiyetle daha leverişlidir. Çünkü 6. kademede' tamamlanan hareket neticesi cetvelin konumu son çıkan netice- ile yeni bir direnç kıymetinin ehven bir şekilde birleştirilebilmesini mümkün kılar. Dolayısıyla bu metotla istenilen sayıda paralel direnç devamlı bir şekilde birleştirilebilir.

Yalnız, dikkat edilmesi gereken husus birleştirilecek olan dirençlerin en küçüğünden başlanarak gittikçe büyüyen değerlere göre dizilmesidir. Diğer bir nokta da paralel iki direncin eşdeğer kıymetinin daima küçük direnç kıymetinden daha az olduğudur. Meselâ paralel bağlanmış dirençler 2, 3 ve 4 ohm olsun. P_k metodunu kullanılarak 2 ve 3 lük değerleri birleştirdikten sonra cetvelin konumunu bozmadan netice olarak bulunan 1.2 İle bir sonraki değer olan 4 ü kolaylıkla birleştirebiliriz.

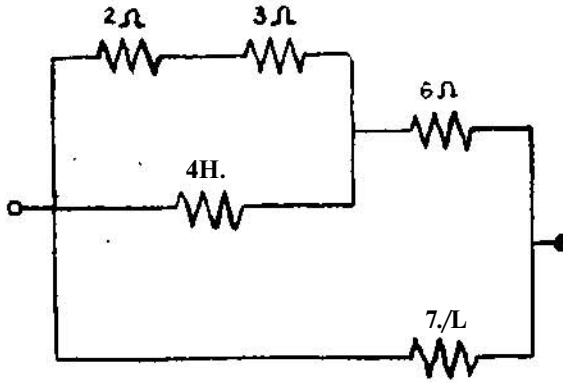
Bu metotlarla istenilen sayıda değer aşağıdaki formüle göre devamlı bir şekilde birleştirilebilir ;

$$1/A = 1/B + 1/C + 1/D + \dots$$

Hatılanacağı gibi aynı formül optikte, ısı transferinde, mekanikte, ve daha pekçok yerlerde kullanılmaktadır.

Seri paralel devrelerin yalnız hesap cetveli kullanılarak çözülmesi.

Paralel devrelerin çözümü için verilen metotlarla bundan önceki yazıda geliştirilmiş, olan T_k ve T_b metotlarını birleştirerek seri paralel devreleri gayet kolay bir şekilde çözebiliriz. Bunu daha iyi bir şekilde anlatmak için Şekil 1 deki devreyi çözelim.



ŞEKİL 1

1. 2 ve 3 ohmlük dirençlerin toplamını T_k metoduyla bul.
2. Elde edilen değeri (5), 4 ohmlük dirençle P_k metodu ile birleştir, ve 2.22 değerini elde et.
3. Bu değeri 6 ohmlük dirençle T_k metodu ile birleştirerek 8.22 elde et.
4. Nihayet 8.22 değerini de son 7 ohmlük değerler P_k metodu ile birleştirerek netice olan 378 i elde et.

Böylece seri-paralel dirençlerin birleştirilmesi için lâzım olan bütün metotları görmüş oluyoruz.

P_k ve P_b metotlarının 4. kademesinde yapılan akıldan bir (1.0) eklemek yerine bir (1.0) çıkarmanın neticesi :

4. kademede toplama yerine çıkarma yapılacak olursa verilen bir direnç değeri, istenilen iki ayrı paralel direnç değerine hesap cetveli vasıtasıyla kolayca ayrılabilir.

Misal:

Değeri 14 ohm olan bir direnç, bir bacağı 7 ohm olan paralel iki direnç haline sokulmak, isteniyor.

P_k metodunu kullanarak :

1. C skalası uygun indisini, U.İ., sol indis, D skalasında 1.4'e koy.
2. K. Ç. ile D skalasında 7 ye git.
3. K.Ç. altında ve C skalasında bir değer oku (5).
4. Üçüncü kademede elde edilen değerden zihnen bir (1.0) çıkararak (5-1 = 4) elde et.
5. K.Ç. yi yerinden oynatmadan sürgüyü sür ve 4. kademede elde edilen değer K.Ç. altında ve C saklası üzerinde belirince dur.
6. Neticeyi C skalası sol indis altında D skalasında 1.75 olarak oku.

P_b metodu da aynı şekilde kullanılabilir.

İkinci dereceden bir denklemin yalnız hesap cetveli kullanarak çözülmesi.

Geçen yazımızda verdiğimiz misali alarak $X^2 - 16.3X - 8.35 = 0$ (a.= 1, b = -16,3, c = -8,35)

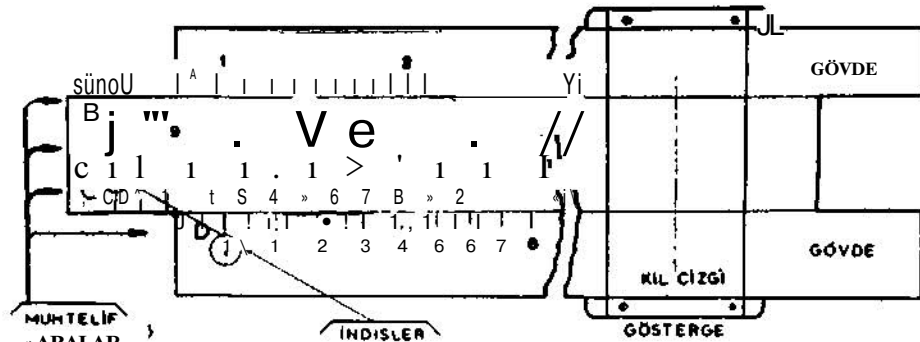
denkleminin köklerini bulalım.

Aşağıda anlatılanlar, hesap cetvelinin

$$X_1, X_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

formülünün adım adım çözümünde kullanılmasından başka birşey değildir.

1. Şekil 2 de gösterilen B akalasının U.İ.'ni (orta indis) A skalasının sol kısmında 4'e kay.
2. K.Ç. yi sürerek B skalasının sol kısmında 8.35'e getir.
3. K.Ç nin durumunu bozmadan sürgüyü sürerek B skalasının orta indisini K.Ç. altına getir.
4. K.Ç. yi sürerek D skalasında 16.3'e getir.
5. B skalasında, K.Ç. altında, bir değer oku (7.95).
6. 5. kademede okunan değere akıldan bir (1.0) ekle ve yeni bir değer elde et 7.95 + 10 = 8.95).



ŞEKİL 2

7. K.Ç. yi sürerek B akalasının sol tarafından 6. kademede elde edilen bu değere getir (8.95).
8. Bu sefer K.Ç. yi yerinden oynatmadan sürgüyü sürüp C skalasının sol İndisini D skalasında 16.3'e getir.
9. K.Ç. altında ve C skalasında bir değer oku (1.06).
10. 9. kademede elde edilen bu değere akıldan bir (1.0) ekleyerek yeni bir değer elde et (1.06 + 1.0 = 2.06).
11. K.Ç. yi sürece C akalasında 10. kademede elde edilen değere getir (2.06).
12. K.Ç. nin durumunu bozmadan sürgüyü sürerek C skalasındaki 2 yi K.Ç. altına getir.
13. C skalası sol indisi altına ve D skalasında köklerden bin olan + 16-797 yi oku.
14. K.Ç. yi sürerek D skalasında 8.35'e getir.
15. K.Ç. altında ve C skalasında ikinci kök o'an - 0.497 yi oku.

Notlar :

1. Hernekadar metodun tarifinde 15 kademe göüllüyorsa da aslında fiilen yapılan hareketler sayısı 9 olup diğer 6 kademe ya gözle yahut da akıldan yapılmaktadır. Biraz alıştıktan sonra bu hareketleri yapmak ise bir dakikadan daha az bir zaman alır.
2. Bu misalde olduğu gibi diğer misallerde de kökleri daha sıhhatli olarak tayin etmek için şu hareket tarzını takip edebiliriz. 13 kademede elde edilen birinci kökün kıymetini üç haneye kadar okumakla iktifa ederek 14 ve 15. , kademeleri de bitirir, sonra ikinci kök kıymetini buluruz. Umumiyetle birbirine yakın değerlerde olmayan köklerden küçük olanı daha sıhhatli olarak tayin edilebilir. Böylece daha fazla sıhhatle tayin edilebilen kökün değerini 15. kademede bulduktan sonra bu değeri ilk verilen denklemdeki «b» katsayısından çıkararak, veya ona ekleyerek, 13 kademede elde edilen kök değerinin sıhhatini de bir derece daha arttırabiliriz.
3. Burda anlatılan metotla yalnız hakiki olan kökler bulunabilir. Köklerin hakiki veya sanal olduğunu tesbit için kare kök altındaki değer in sıfırdan küçük olup olmadığı basit bir zihni hesapla tâyin edilebilir. Eğer kökler sanal ise tarif edilen kademelerden ilk yedisi bitirildikten sonra kökün sanal olan kısmının İki katı D skalasında okunur. Ancak sanal kökleri bulurken 5. kademede Ç_b metodunu kullanmak gerekir. Bundan sonra asıl denklemden «b» katsayısı ile birlik-

te her iki kökün iki katı ve dolayısıyla kendileri bulunabilir.

4. Köklerin işaretleri asıl denklemdeki «b» ve «c» nin işaretlerine bağlı olup aşağıda anlatılan hususa riayet edilirse kolaylıkla bulunabilir. Köklerin r_1 ve r_2 olduğunu kabul ederek orijinal denklemi açılmış şekliyle yazalım

Orijinal Denklem Açılmış şekli

$$X^2 \pm bX \pm c = 0 \quad (X \pm r_1) \quad (X \pm r_2) = 0$$

Açık şekilde yazılmış köklerin cebirsel toplamı, işaretiyle birlikte, orijinal deklemdaki «b» değerine ve işaretine, yine köklerin cebirsel çarpımı da, işaretiyle beraber, «c» değerine eşittir. Böylece bulunan işaretlerin aksi alınarak köklerin hakiki işareti tayin edilmiş olur.

5. Bundan önce verilen 15 kademelik çözümün 6. kademesinde «akıldan bir ekle» direktifi, eğer «c» nin işareti artı (+) ise «akıldan bir çıkar» şeklinde tâdil edilmelidir.

Şimdi evvelce verilen 15 kademede neler yapmış olduğumuzu adım adım anlatalım.

1. ve 2 kademelerde yaptığımız işlemlerle formülün kare kök kısmı altındaki ae değerini elde ettik, (a = 1.0 olduğu için yalnız 4c değeri bulunmuştur).

3. ve 4. kademede hareketlerle cetveli $b^2 - 4c$ işlemini yapacak şekilde hazırlamış olduk. (Bu misalde «c» nin işareti eksi (-) olduğu için yapılan işlem $b^2 + 4c$ şeklinde tezahür etmiştir).

5., 6., ve 7. kademelerde yapılan İşlemlerle T_k metoduyla $b^2 + 4c$ neticesini A akalası üzerinde elde ettik. Aynı zamanda bunun kare kökü olan sayı da K.Ç. yerinden oynatıldığı için, otomatikman D akalasına nakledilmiş oldu.

8., 9., 10., ve 11 kademelerde yapılan işlemlerle de yine T_k metodu ile $-b - \sqrt{b^2 + 4c}$ toplamını elde ettik.

12. ve 13. kademelerdeki işlemlerle de bir evvelki neticeyi son operasyon olan 2 ye bölerek büyük olan kökü bulduk.

14. ve 15 İşlemlerle İse İkinci kökün değerini bularak denklemin çözümünü elde ettik.

Diğer faydalı hususlar :

Gerek toplama çıkarma yaparken, gerekse paralel dirençleri birleştirirken, üçüncü kademede K.Ç. altında okunan değere dördüncü kademede akıldan dalma bir eklemek gerektiğine dikkatle işaret etmiştik. Şimdi İse bu kademede ilâve edilen sayının birden farklı olması halinde

ne gibi neticeler çıkacağını araştıracağız, önce T_k ve T_b metodlarını alalım ve toplanacak sayıların da 2 ve 3 olduklarını kabul edelim.

T_k metoduyla 2 ve 3'ü toplarken 4. kademede bir (1.0) yerine 2, 3, 4, vesaire eklersek neticelerin 5 yerine 7, 9, ve 11 olduğunu göreceğiz. Bu neticeleri analiz edersek görürüz ki 4. kademede ilave edilen sayı, toplanacak olan sayılardan küçük olanına bir çarpan vazifesi görmekte ve toplama şu kaideye göre yapılmaktadır :

$$\begin{array}{l} \text{Dördüncü kademede} \\ \text{akıldan eklenen} \\ \text{sayılar} \end{array} \left. \begin{array}{l} 2 (2) + 3 = 7 \\ 3 (2) + 3 = 9 \\ 4 (2) + 3 = 11 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Birbirleriyle} \\ \text{toplanan} \\ \text{sayılar} \end{array}$$

T_b metodunda da durum benzer olup 4. kademede akıldan ilâve edilen sayılar bu sefer de büyük olan sayıya bir çarpan vazifesi görmekte ve toplama, misal yine 2 ve 3 olursa, şu şekilde yapılmaktadır :

$$\begin{array}{l} \text{Dördüncü kademede} \\ \text{akıldan ilâve,} \\ \text{edilen sayılar} \end{array} \left. \begin{array}{l} 2 (3) + 2 = 8 \\ 3 (3) + 2 = 11 \\ 4 (3) + 2 = 14 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Birbirleriyle} \\ \text{toplanan} \\ \text{sayılar} \end{array}$$

Her iki metotta da 4. kademede akıldan ilâve edilen sayının bir tam sayı olması şart değildir. İlâve edilen sayı bir kesir de olabilir. Meselâ yine T_k metodunu ve toplanacak olan sayıları da 2 ve 3 olarak alalım. Eğer 4. kademede ilâve edilen sayı

$$\begin{array}{l} 1. 7 \text{ blursa netice } 1. 7 \times 2 + 3 = 6. 4 \\ 2.14 \quad \gg \quad \gg \quad 2.14 \times 2 + 3 = 7.28 \\ 306 \quad \gg \quad \gg \quad 3.06 \times 2 + 3 = 9.12 \text{ vs. olur.} \end{array}$$

Bu prensibin kullanılabileceği pratik bir misal olarak malûm sıcaklık tahvil formülünü ele alalım.

$$F^\circ = 1.8 C^\circ + 32$$

ve $1^\circ C$ aralıklarla $20^\circ C$ ile $30^\circ C$ arasında F° 'e tekabül eden değerleri bulalım.

Yukarıdaki formülde değişen kısım C değerleridir, dolayısıyla biraz önce bahsi geçen, birisi değişken katsayılı iki sayının toplanması metoduyla çözülmesi mümkündür, ilk olarak $20^\circ C$ 'a tekabül eden F° 'i bulduktan sonra arzu edildiği gibi birer derece aralıklarla diğer değerler de şu şekilde bulunabilir:

1. C skalası U.t. ni D skalasında 1.8'e koy.
2. K.Ç. yi D skalasında 32 ye getir.
3. K.Ç. altında C skalasında bir değer oku (1.775).

4. 3. kademede okunan değere (1.775) akıldan 2 ilâve ederek yeni bir sayı elde et ($1.775 + 2.0 = 3.775$).
5. K.Ç. yi C skalasında 4. kademede elde edilen değere sür.
6. K.Ç. altında ve D skalasında cevabı oku (68).

Burda 4. kademede yapılan hareketin mânâsını anlatalım.

Misaldeki çarpım $1.8 \times 20 = 18 \times 2$ olduğu için bunu daha önce anlatıldığı veçhile

$$2 \times 18 + 32 = ? \text{ şeklinde yazabiliriz.}$$

Netice olan 68'i bulduktan sonra birer derece aralıkla ayrılan diğer değerleri bulmak için sürgünün vaziyetini bozmadan C skalasında K.Ç. altında okunan son değere (3.775) 3 ve 4 arasındaki aslî bölüm çizgilerini kullanarak (Yâni 3.1, 3.2, 3.3. vs.) 0.1 kıymetlerini akıldan ilâve et. Böylece $20^\circ C$ dan sonraki değere, yâni $21^\circ C$ 'a erişebilmek için K.Ç. yi C skalasında ($3.775 + 0.1 = 3.875$)'e sür. Bu sefer K.Ç. altında ve D skalasında $21^\circ C$ 'a tekabül eden F° 'i 69,8 olarak oku. K.Ç. yi C skalasında 0.1 aslî bölüm aralıklarıyla hareket ettirmek suretiyle D skalasında birer derece farklı diğer "F"leri okumak mümkündür.

Kat saydı toplama metodunun genel kaideleri T_k metodu için misal olarak

Toplanacak sayılar	Üçüncü kademede okunan değere, 2, 4. kademede akıldan eklenecek sayılar
$0.12 \times 2 + 4 = 4.24$	0.12
$1.2 \times 2 + 4 = 6.4$	1.2
$12 \times 2 + 4 = 28$	12
$120 \times 2 + 4 = 244$	120

sayılarını alalım.

T_b metodu için misal olarak	Üçüncü kademede okunan değere, 2, 4. kademede akıldan eklenecek sayılar
$2 + 0.12 \times 4 = 2.48$	0.12
$2 + 1.2 \times 4 = 6.8$	1.2
$2 + 12 \times 4 = 50$	12
$2 + 120 \times 4 = 482$	120

sayılarını alalım.

Yukardaki misallere bakarak umumi kaideyi şöylece yazabiliriz:

Bir tanesinin sabit, veya değişken, bir katsayısı olan iki sayının toplanmasında eğer katsayı toplanan sayılardan küçüğününkü ise T_k metodu, kaysayı büyük olan sayının kü ise T_b metodu kullanılır. Her iki metotta da son neticeyi elde etmek için toplama işleminin 3. kademesinde K.Ç. altında, C skalasında okunan değere hangi katsayı kullanılacaksa o akıldan ilâve edilir ve malum metotlara göre işlem bitirilir.