UDK : 621.3.012

Lineer Graflar Teorisinin Devre Fonksiyonlarına Uygulanışı

Yazan : Necdet **ŞEN**
Y. Müh.
TRT

ÖZET :

Bu yazıda genel olarak pasiv, aktiv, resiprok ve resiprok olmayan lineer devrelerin Lineer Graflar Teorisi veya Devre Topolojisi denilen metotlarla Giriş, Çıkış, Transfer İmitansı ve Akım, Gerilim Kazanç Fonksiyonlarının hesaplanışı örneklerle anlatılmıştır.

GİRİŞ :

Lineer devrelerin devre fonksiyonlarının hesabında çeşitli metotlar kullanılabilir. Çözüm için başlangıç noktası Kirchoff'un Akımlar ve Gerilimler Kanunu (veya, postülası) olmak üzere elde edilen Çevre ve Düğüm Denklemleri tekniğinin herhangibirisi kullanılabilir. Bu maksat için modern devreler teorisinde matris ve determinantlar sık sık kullanılırlar. Hesaplar esnasında devre ve kofaktör determinantları açılırken birtakım işlem hataları yapılabilir. Hata mühendislikte çok önemli olup, bunun önüne geçebilmek için problemlerin çözümünde kullanılmak üzere çeşitli grafik çözüm yolları aranmıştır. Lineer Graflar Teorisi veya Devre Topolojisi denilen elektrik devreleri geometrisi, devre elemanlarının birer yönlü çizgi parçası şeklinde gösterilmesi sonucu meydana getirilen diyagramlar üzerinde devreleri inceleme metodudur. Bu metot determinantların açılmaksızm devre için çizilen grafdan faydalanarak devre fonksiyonlarının doğrudan doğruya yazılmasını sağlar.

Topoloji üzerinde ilk çalışma 1736 da Euler tarafından Almanyada Königberg şehrinde bulunan yedi köprü üzerinden yalnız bir defa geçmek suretiyle karşıya geçme probleminin incelenişi ile başlar. Graf teorisinin elektrik devrelerine uygulanışı da 1847 de Kirchoff'un çevre metodunu ve 1892 de Maxwel'in düğüm metodunu bulması ile olmuştur. Kirchoff.ve Maxwel topolojiyi ancak pasif devrelere uygulayabildiler. Bu iki bilgin çevre ve düğüm determinantlarını devre için çizilen topolojik diyagrama bakarak bulmuşlardır. Karşılıklı endüktans ihtiva etmeyen pasiv devreler için daha derin çalışma 1956 da Seshu ve Mayeda tarafından yapılmıştır. Konunun aktiv ve resiprok olmayan genel tipten devrelere uygulanışı ancak 1953 de Percival, 1958 de Mayeda ve Coates tarafından sağlanmıştır. Topolojinin devre sentezine uygulanışı ise Seshu, W. Kim ve Cederbaum'a aittir.

TOPOLOJİK TANIMLAR :

Topolojik Graf: e elemanı, d düğümü olan ve pasiv elemanları keyfî olarak; aktiv elemanları (kaynakları) polaritesine göre yönlendirilmiş çizgi parçaları şeklinde gösterilmekle meydana getirilen diyagramdır. Diyagramın herbir yönlü çizgisine de topolojik eleman adı verilir.

Düğüm Matrisi (A): Rankı (d-1) olan ve satırları düğümleri, sütunları pasiv devre elemanlarını gösteren matristir. Matris yazılırken, topolojik elemanların yönü düğümlere doğru ise -1; düğümlerden öteye iseler -f 1 ve düğümlere bağlı değillerse (O) olarak alınırlar.

Akım Grafı: Topolojik grafta yalnız akım kaynakları ve pasiv elemanlara has olan topolojik elemanları ihtiva eden alt graftır.

Akım - Düğüm Matrisi : (A;) Akım alt graf inin matrisi olup rankı yine (d-1) dir.

Gerilim Grafı : Topolojik grafta yalnız gerilim kaynaklan ve pasiv elemanlara has olan topolojik elemanları ihtiva eden alt graftır.

Gerilim - Düğüm Matrisi (A_v) : Gerilim alt grafmın matrisidir.

Topolojik. Ağaç: Bir topolojik graf m bütün düğümlerini ihtiva eden fakat kapalı göz meydana getirmeyecek şekilde (d-1) topolojik elemandan kurulan alt grafdır.

KARŞILIKLI KAYNAKLAR VE AKTİV ADMİTANSLAR

Karşılıklı endüktans bulunmayan resiprok devrelerde Kirchoff ve Maxwel teoremlerinden faydalanarak topolojik ağaçlardan devre fonkslyonları doğrudan doğruya yazılabilir. Aktlv ve resiprok olmayan devrelerde topolojik ağaçlara bakılarak bu işlem yapılamaz. Çünkü bu çeşit devrelerde devrenin bir kolundaki akım, herhangi iki noktası arasındaki gerilimin veya tersine olarak; herhangi İki noktası arasındaki gerilim, her hangi bir kolundaki akımın fonksiyonu olabilir. Bu yüzden graflarla aktiv ve resiprok olmayan devrelerin İncelenmesi doğrudan doğruya yapılamaz. Vakum tüpleri, transistörler gibi aktlv elemanlar, ideal transformatör ve giratör gibi resiprok olmayan elemanları içinde bulunduran devreler bu tiptendirler.

Devrede bulunabilinecek bağımlı bir akım kaynağının akımı, bağımlı bulunduğu diğer kol akımı yeya diğer bir gerilimin fonksiyonudur. Bu sebeple devrenin eşdeğeri çizildikten sonra devreye bu akım kaynağının bulunduğu akımın aktığı kolun gerilimine bağlı sunî bir gerilim kaynak elemanı eklenebilir. îşte bu sunî kaynak elemanlarına Karşılıklı Kaynak adı verilir. Bunun gibi devrede bulunabilecek bağımlı bir gerilim kaynağının gerilimi devrenin herhangi iki düğümü arasındaki gerilimin veya herhanglblr kolun akımının fonksiyonu İse bağımlılığın şekline göre o düğümler arasına veya o kola bir karşılıklı akım kaynak elemanı yerleştirilebilir. Yerleştirilen bu karşılıklı kaynak elemanlarının hesaplara giren parametrlk değerlerine de Kaynak Aktlv Admltanslan adı verilir.

Devrenin bir kolundaki I (s) akımı en genel halde 1 ve 1' düğümleri arasında Yj (s) öz admitansından ve bu admltansla k ve k' düğümleri arasındaki V_k (s) geriliminden aksedebilen Y_k (s) admitansından dolayı meydana gelir. Bu durumda şek 1 (a)

$$I(s)-Y_1>J\backslash_1(*'.t^{Y}ık\ ^{8}>'kW$$

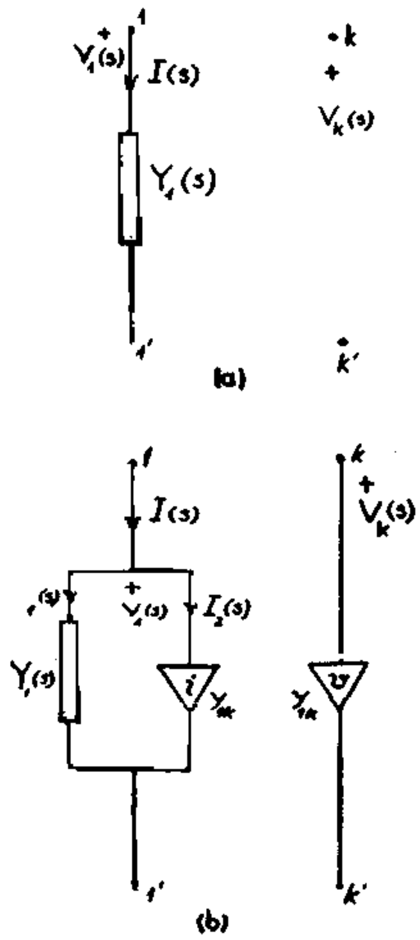
olacaktır. O halde bu akım

$$I(0-I\imath(s)+ItO$$

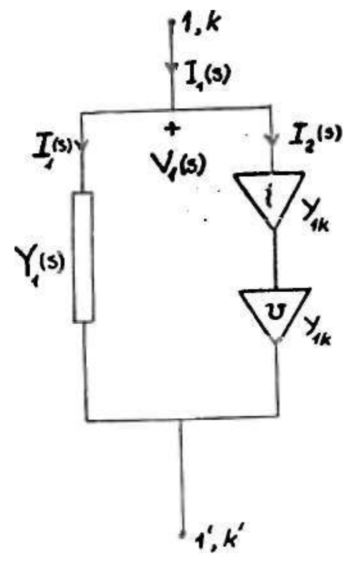
şeklinde iki bileşenden ibarettir. Buna göre matematik olarak devrenin durumu 1-1' düğümleri arasında bir I_2 (s) karşılıklı akım-kaynak aktlv admitans elemanı ve yine k - k, düğümleri arasına bir karşılıklı gerilim - kaynak aktiv admitans elemanı yerleştirmek şeklinde düşünülebilir. Bu şekilde vaz edilen devreye Matematik Eşdeğer Devre adı verilir. Şek. 1 (b).

Şek. 1 (b) de bu aktiv admitanslar $Y_{,k}$ (s) olarak gösterilmiştir. Eğer karşılıklı admitans V (s) geriliminden dolayı meydana geliyorsa k, 1 ve k',1* düğümleri çakışır. Böylece matematik eşdeğer devrenin durumu Şek. 2 deki gibi olur.

Devrenin lineer grafı veya topolojik grafını çizmek İçin pasiv elemanlar birer yönlü topolojik-eleman olarak ve kargılıktı kaynaklar da olduğu gibj, bırakılır.



Şekıl



Şekil 2

AKTIV VB ttESİTKOK OLMAYAN l'ASTV ELEMANLARIN TCŞJDEGKK UBVKFİLERI VB TOPOLOJIK nnnAi'LAiu

Littecr çraflar teorisini devreleri! uygulayabilmek İçin aktlv *va* rtulpmk olmayan eleman o! amit bilinen vnhum tüpleri. transistorlar, imnrıfonıiat tirler. ve grattirlerlo tek bağıntı matema,-tLJc' eşdeg-erlerlnl ve ^ruflarım bilmek gerekir.

B l r E l e t t t r o T ü b U n u n M a t e m a t i k E j d t g t rl ve T o p o l o j i k (î r a t i : Tillıün anod ntctmi, !<; direnç ve eglnılıı fonksiyonudur. Şnk. 3 {bl deki elektrik eşdeğer devreden attod [ikimi

alarak bulunur. Bu denklemi şaftla yacak olan matematik eşdeğer ddvre g aktlv ndmltanaiıun göz önüne alınmasıyla. Şok. 11} dçkl esaslara dayanarak Şekil 3 (û) deki £lbl bulunur. Bundun tnydalanerak topolojik gmf Şek- 3 *(d)* deki (fibl alda olunur.

B i r T r a n s i s t o r u n E ş d e ğ e r - l e r l Ve G r a f l a r ı :

Transistorun matematik eşdeğerini çizmek İçin yine ilnec elektrik eşdeğeri ejElllr. Sonrada bağımlı kaynaklara tekabül eden aktlv admltanslar pereken yerlere yerleştir 11 ir. Bundd transistorun elektrik efde£v.ri ItjLn herhangi bir 4 - uçlu veya r parametrelerİnden biri seçilebilir. Metodumuza daha kolay uygulanabilmesi bakımından r rt» y parametrelerin! alnlltn.

Tabanı topraklı bir transistorun r parametreleri CIJIEl adeta eşdeğeri Şek. i Ibj de görülmektedir. l'levrenlrı tnpnlojllt firatl Qek. 4 <cl deki gibi elde olunur.

Elektrik egde£er devrede ti'uıuslstijrttn kolektür di rene ine paralel durumda bulunan , I j ekim kaynağı, r_a ıllnm elliden gvçnn 1, altınımın fonksiyonudur.

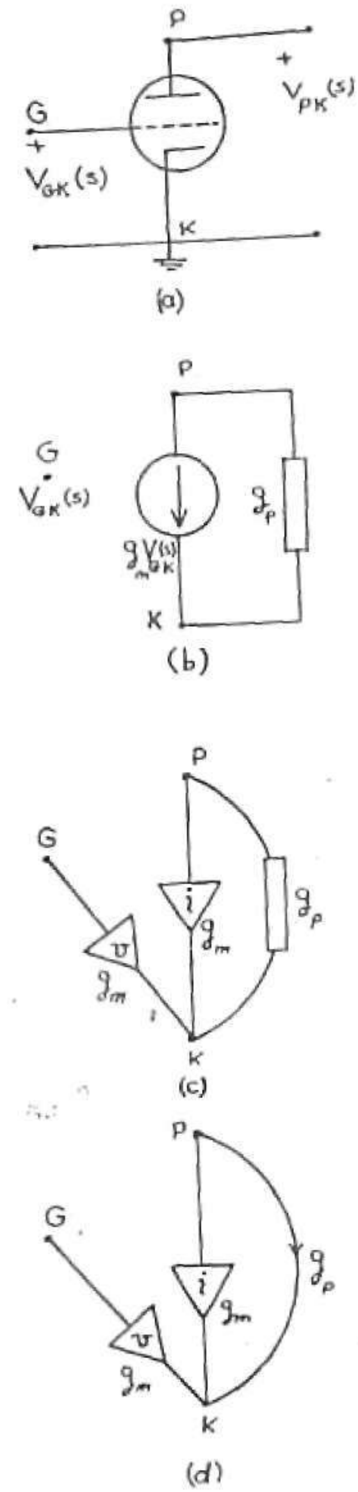
I_t = $<î?_t$ (Vj-V,! olduğundan s_e kondüktansına namlı;! $_ug_c$ de&erlnde bir ^Erilim -kaynak alt tiv ndınltanm bağlamak gerekir. g_r ye paralel bulunan $_u$ j*. aktlv admilnnaıda orijinal akim kaynağına luıatır. Şek. 1 (6) deki matematik eşdeğerden faydalanarak E)ek- 4 (d) deki topolojik £Taf elde edilir.

Transistorun blv 4 - uehı gibi düşünül meniyle y kısa devri; pirometreleri.

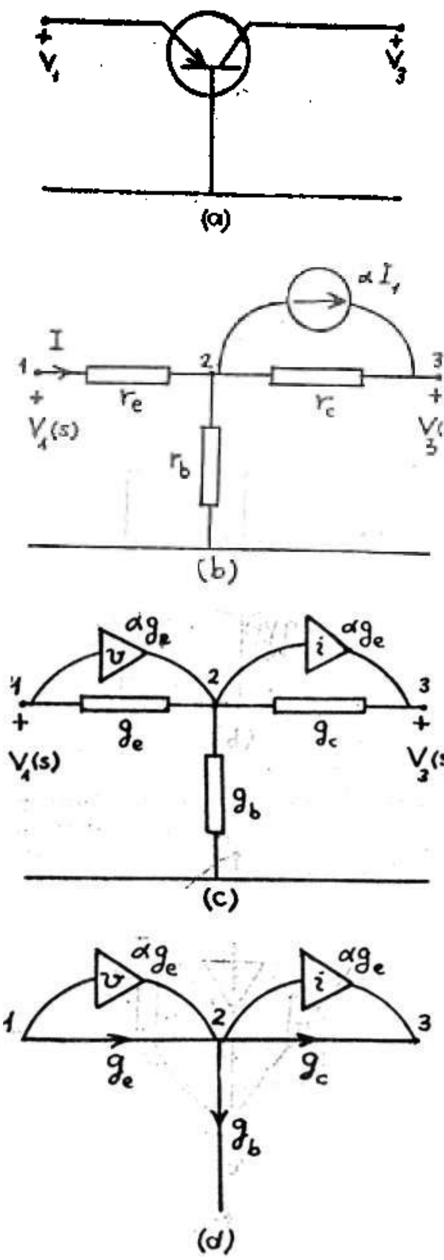
yi y_r			
	_ v * (s > _		

denklemle rlyle lamın) an ir. Bu denklemlerde $y_($

Sitirtrlk Mflbcneiailgl un

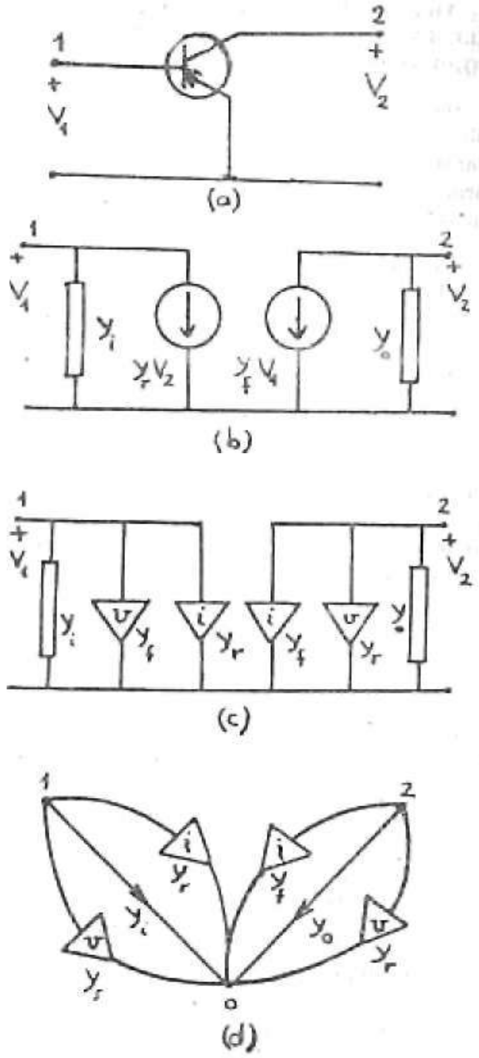


Şekil : 3



şekil 4

transistorun glrlg admltansmı,'' Y_r glrig uçları kısa devreyken geriye j transfer admitansım, y_r çıkıg uçlan kısa devre;'iken..ileriye transfer admitansım ve y„ da çıkıg admitansım göstermektedir. Böylece bu denklemler. yardımıyla Şek. 5 (a) daki emetörü topraklı bir transistor için Şek. 1 deki esas düşünceleri tamamen gerçekleyen matematik egdeger ve topolojik graf elde edilmig olur.



Şekil : 5

Bir Transformatörün Eşdeğerleri ve Grafı :

Başlangıç şartları sıfır alınarak bir transformatörün çevre denklemleri

$$\begin{bmatrix} sL_1 & sL_{12} \\ sL_{21} & sL_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Bu denklemlerin çözümleri de

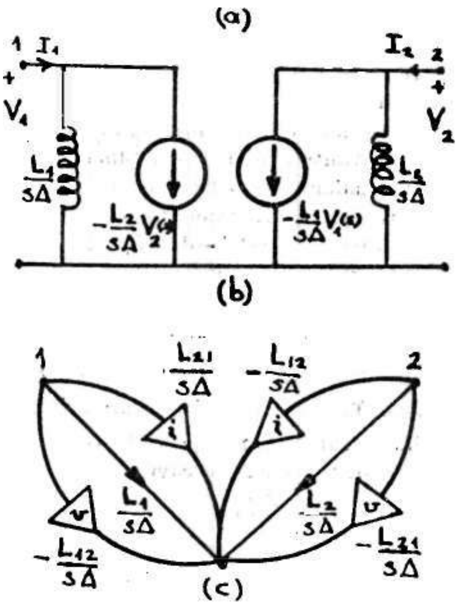
$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_1(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} sL_2 & -sL_{21} \\ -sL_{12} & sL_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix}$$

olarak elde edilir. Burada $\Delta(s) = s^2L_1 L_2 - s^2 L_{12} L_{21}$ çevre determinantıdır.

$A = L_{11} L_2 - L_{12} L_{21}$ dir. Şek. 6 (b) de, matris çözüm denklemlerini sağlayan devre buna uygun topolojik graf görülmektedir. ~ ', • •

I* 2

V K



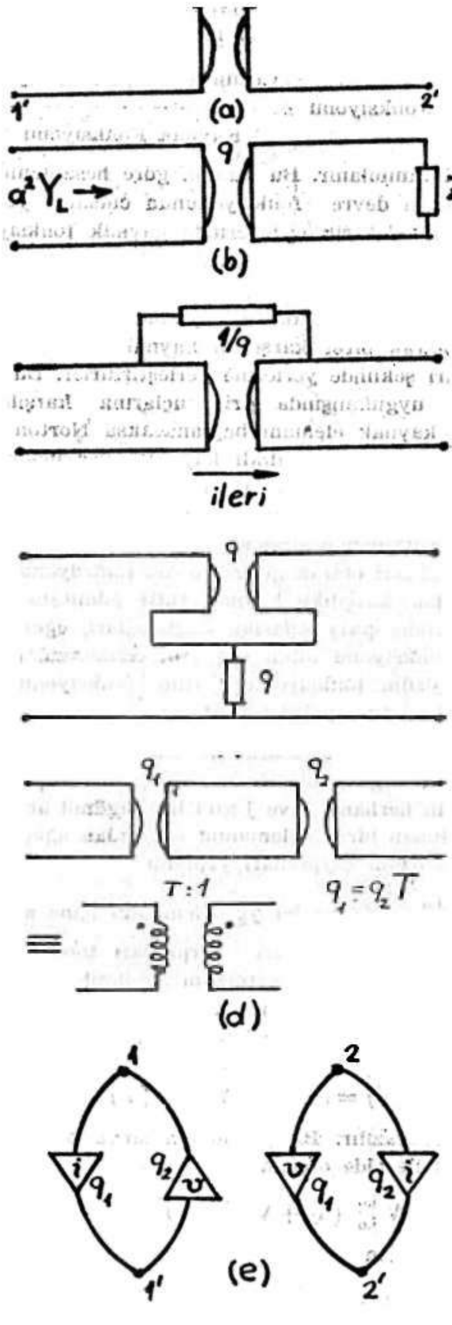
Şekil: 6

Bir Gratör.ün Tanımı, Matematik Eşdeğeri ve Topolojik GriLf ı

Gratör ilk olarak 19.48 de Tellegen tarafından Philips Labaratuarlarında bulunmuş olup, direnç, endüktans, kapasitans ve ideal transformatörden sonra beşinci devre elemanıdır. Sembolik oliiralî Ş'Er 7 (a) daki gibi gösterilen ve resiprûK n]miiy:in gratör pasiv bir eleman olup aşafitinkl ücnÎLİeıılurl sağlar. Öu denklemlerde q yn ^ntLiir admltansı veya konversiyon iletkenliği adı verilir

$$\begin{vmatrix} \cdot M^{**}{}''\cdot \\ pmi'i.' \\ h() \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} O & q\sim \\ \_-q & 0\_ \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V\backslash(s). \\ V,(s) \end{vmatrix}$$

Crjıtür pratlkdu Yarı iletkenlerde Hail Tesiri ye rerrlUerde b'araciKy Tesiri olayından faydalabnrnk. ferceklcglMIİr- Gratörün modern mühenclîiülktc .foısımU uygulama yerleri yardır.. imi tana Konvertörü (yani, empedansve admitansı birbirine çevirme düzeni) olarak kullanılır. Gerilim ve akımı „da birbirine çevirme özelliği gösterebilen gratör aynı zamanda,devresine Şekil, 7 (c) deki gibi bir direnç eklemekle ideal yönlü İzolatör olarak kullanılabilir. Ayrıca iki gratörün kaskad bağlanması İle meydana gelen devre ideal bir transformatör gibi çalışır. Şekil. 7 (d)



Şekil 7

Gratürün denklemlerine bakamı. rıatemal Ik eş. değeri çiallebiUr. Eu eşdeğerden aym işamanda topolojik graf bulunmuş; olur, Çift kanallı bir glıatör İçin q,, q; gSu] İlci parametre tarif oâlHr. Şekil'7 te).

Tupulujuk Mctudun DPvft foiıkslyüclarıaa Uygulanışı;

Bir devre fonksiyonu, devredeki oudÜklaıiK VW kupasttatıil ardaki baglangıç şartlarının sıfır alımı lasıy la ve bütün bağımsız akim vt gerili m kaynaklarının devre dıgı bırakılmadı 1le

$$\text{Devre Fonksiyonu} = \frac{\text{Çözüm [Cevap} \text{ Fonksiyonu}}{\text{Kaynak. Fonksiyonu}}$$

olarak tanımlanır. En tanıma gdre hesaplanması İslenen devre fon kalyonunun cinaine göre, devrenin elektrik egdegerlnde kaynak i'onhsiytini] gurcktn uçlara yerleştirilir, Matematik eşdeğerde ise hem kaynak ve hem de çüzüıu lonkalyon lan heaaplanacak foults İyonun tanımına, uygun ularık birer karşılıklı kaynak aktlv admitansları seklinde yererine yerleştirilirler, Eu *tjjr* Lemin uygulanıhında glrls, unlarına karşılıklı akım - kajnük ulemam baglanacaksa Norton tipinde, yani hu karşılıklı kaynak giriş uçlarına paralel bağlanmalıdır. Eğer karşılıklı kaynak bir gerilim - kaynak ele mam Isu bu kes devrenin glrlglne Tlıevenln Üplnda, yani glrig uçianudalıJ elemana seri olarak girer. Çö"zilm fonksiyonu hakim indim, karşılıklı kaynak aktlv adinitans elemanlarının çıkış uçlarına bağlanışları, eğer çözüm fonksiyonu akım İse, yük eJemanmu. seri; ta ger çözüm fonltaiyonu, gerilim fonksiyonu lae yük dumanına paralel bağlanır,

Lineer graflar teorisinde adı geçen Perclval Teoremine göre bir devrenin çizilen topolojik grafının nerhan£İ 1 ve *i* gibi İki dugümü arasında bulurum bir y elemanını İçine aînn ağaç admltatıslarinm çarpımları yoplamı

y_k w'''' (Y) ve bu y_t elemanını içine almayan ağaç admllanaları çarpımları toplamı da V {Y) olduğuna göre. toplam topolojik diyagramın nçaç İçi admltunsları çarpımları toplamı V, (Y) pollnOmU ile gösterildiğine güre,

$$V.(Y) = y_k W^{i,o}_{j,o}(Y) + V(Y) \qquad (D$$

şeklinde yazılır. Bu polinomun sıfıra özdeş kılınması ile elde olunan

$$y_k W^{i,o}_{j,o}(Y) + V(Y) = O \qquad (2)$$

denkleminden

$$-y_i \quad \frac{V(V)}{w)} \quad \text{veya} \quad (S$$

$$\frac{1}{Y_i}$$

bağıntıları elde edilir. Halbuki başlangıçta y^ devre fonksiyonu olarak tanımlanan aktlv aümltanaları göstermek üzere seçil lr.se birincisi adnıltana fonksiyonlarını ve ikincisi de empedans fon kalyonlarını verir. OlıaTd-e

$$V_{ij} \quad \frac{V(V)}{İV£(YJ} \quad \_Wİ;°(Y) \qquad (4)$$

sonuçları elde edilmiş olur, Eu iki denklem yazılışları bakımından birbirlerinin tersi olarak görü lüyurlarda da, transfer fonksiyonlarının tersleri de bir. transfer fonksiyonu olmadığı gerçeğini hatır lam alıdır. Aslında (l, o} ve < ji, o> düğümleri arasındaki Lransfcr fonksiyonu hesaplanırken matematik eşdeğerde k;ıynak ve çözüm fonksiyonlarını gösteren karşılıklı kaynak akfiv admllaiıtdlarınm İkameleri, bu fonksiyonları birbirinden tamamen farklı kılar.

Elr grafdan elde edilebilecek topolojik ağaçların aayısı T, devrenin akım gralı matrisi A_i ve geri İlim grafı A„ nin evriği A_v' olduğuna göre topolojik toulaıii ağaç sayı

$$T = \det|A, A_T'| \qquad d)$$

di e.

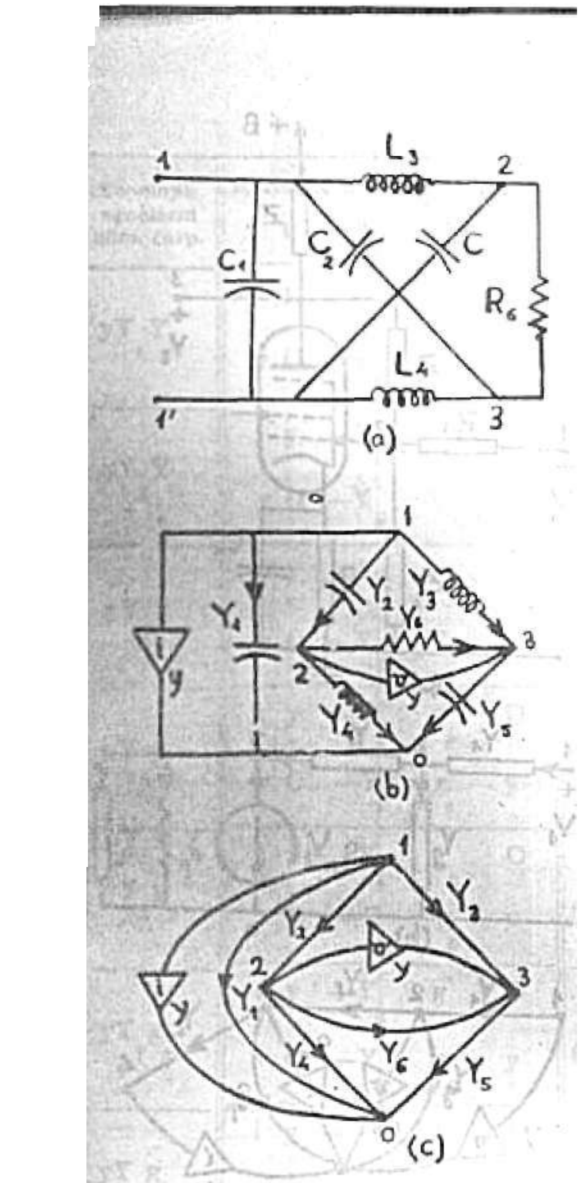
Dûvra fonlcsty onlarının pay ve payda poll Korularını meydana getiren ağaç İçi ndmllonalan çarpımları tsaret Fernıülıayonıt KıUdeti ile bulunur. işaret permüfaatonu kaidecinin uygulanışı örneklerde dalıa iyi anlaşıl önektir.

ürrıoh :

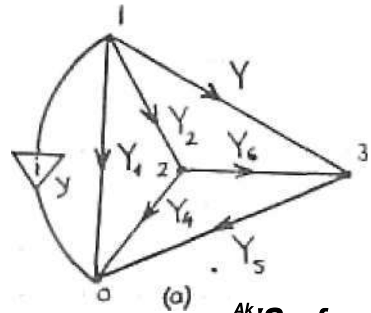
Şekil B (a) dalcl carpraz tip devrenin Transfer empedanfiinıı hesabı :

Transfer eınpcdansı $Z_t = T_{13}/3$, olduğundan cüzüm fonltslyonu olan V_c nin çözüm fonksiyonu elemimi çıkışa paralel vo kaynak lonltalyonu elemanı c;irişe paralel triarok bağlanır. Şekil 8 (b) de bunu görmekteyiz. ^" devre böylece gorfçek devrenin matematik c^de^crl lıalinc gelmiş, olur. Eundan aonıa devrenin yıaslv elemanları birer topolojik eleman oiarak g'oatei'erek Sekil S lc) deki topolojik graf elde edilmiş olur.

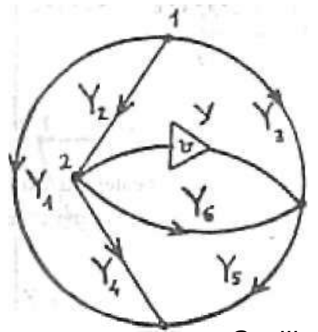
Topolojik garfton Bnce yalm» akım aktlv admLansları ve topolojik elemanlar alınarak akım ve gei'lllıtı alt graflan çizilir: Çekil S). Bu iki grafdan elde. edileock bütün orlak topolojik ağaç İçi admltans çarpımları İki grupta toplanır. Bunlar y aktiv ad mi tamlarını İçine alanlar ve bu olup bunlardan Hk Lki agacln admltanalarann akım ve serilim ^rafları Üzerindeki yerleri ayttıdir, Oİıalde *ağaç* ndmitûnsltırınnı çarpımlarının yalnJssca İlk llüainin İşaretleri dogiçik olabilir. rtutılzLnıı İşaretlerinin nasıl bulunacağı aşağıdaki



Şekil : 8



Ak'Sn,f,



Gerilim

i'cfitl i

W (Y> : yY,Y31 yYAY, vs

V <Y) : Y ^ Y , . Y.Y.Y,, Y,l u *** Y, Y3 * „ Ys v , Y*

Y ^ Y , . Y^Y.Y,, *a Y(Yw Yj Y^ 16,

Yty3Yfl . Y.Y.Y.,, Y , Y J 41 TaY,Y9

»dml tansı İçine almayanlar. C2) denklemine gtiı* y Ue". çarpın; durumunda planlsu- W (Y> pDiınomütıu ve diğerleri de v (Y) pgiinomunu verirler. OhAlde Şeklî fl dan bu çarpımlar bulunur, gibi düzenlenen İşaret pcrmülasyonu tablosu İle bulunabilir, £)l£er egna İçi admitanalan çarpımlann;n işaretleri nynt tarzda düzenlenecek tablo (la bulunabilir, Bu Iglam yapılınca bunların pozitif laaruL olacakı garfllür.

	Topolojik ağaçların adih. çarp.	taaret permtiLaHyonu matrisi	Ağaç hdmftnnslan çarpımının igaretl
	f&%	1 y — Ya Ya v Y. y Ya	(_ UTI + CI^ 1 t + J = (-1)
	İ«İ?.	ı *Y* *r,* -Y, * Yn T . -y	(_ 1) * M = _ *ı*

. Burndö n = lyarel purmütasyonu matrisindeki nebativ İgurellsırln taymı, q E bu matrlade Bütünlün nynı elemanlardan kurmak için gereken eleman yet değiştirme sayısıdır. Matrisin satirlan I ve V Jle göfiterllıda, olup akını ve gerilini ET»flınlJU belirtir, 1, *2,* 3 rakamları «e gösterilen. sütunlar Jse düğünde re aittir.

Böylece transfer enıpedanst. (4) denkleminden

W fY) Y$_a$Y$_{ft}$.y, ,

V (Y) %&%%ı + ^YjY, + y$_t$Y,T,

+ Y$_{1Yi}$Y$_4$ + Y^Y. + Y^Y,

+ :Y$_1$Y,V$_{f1+}$Y$_1$Y,Y,+Y$_1$Y$_a$Y,

4-Y$_=$Y,Y$_a$ + Y$_1$T,Y, + Y$_3$Y,Y$_J$

+ TT^V, + Y>Y,Y„
I

bulunur.

Ornck 2 :

Şekil İÜ fa) dakl gert beslemeli amplffikatJirün kazanç fonksiyonun hesaplanışı : Burada-

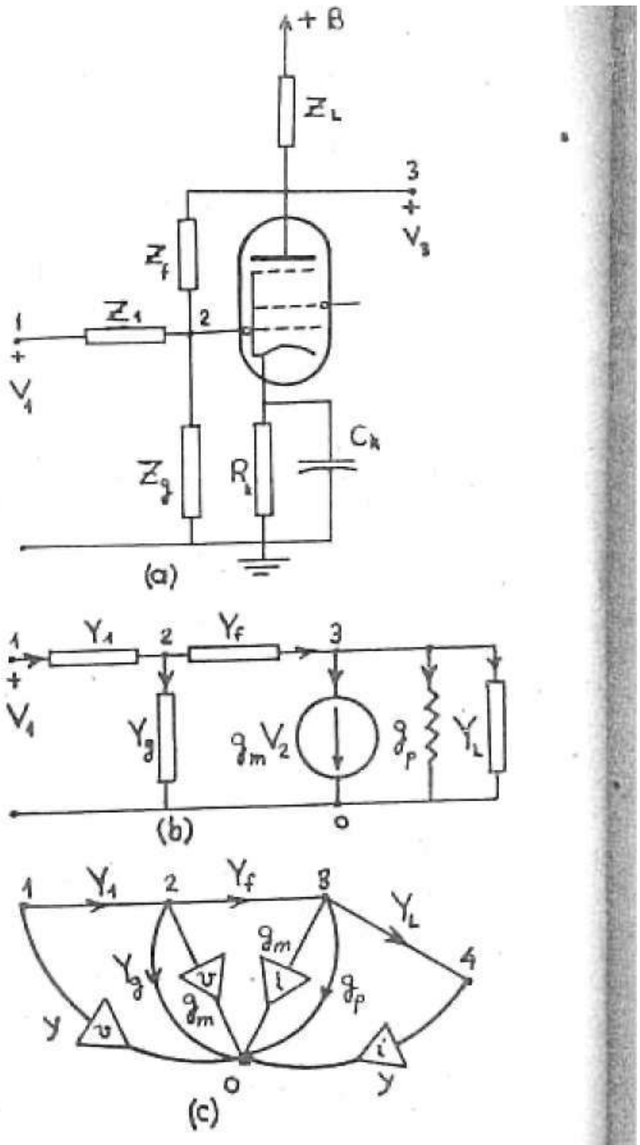
Kasanç fpnkaiyt)hü $\frac{T_L Z\text{ı}}{\text{Vı}}$ =Y$_t$Z %

olduğuna göre V$_t$ transfer adinitansı hesaplanıp Z$_L$ yük empsdansı İle çapınnakdır.

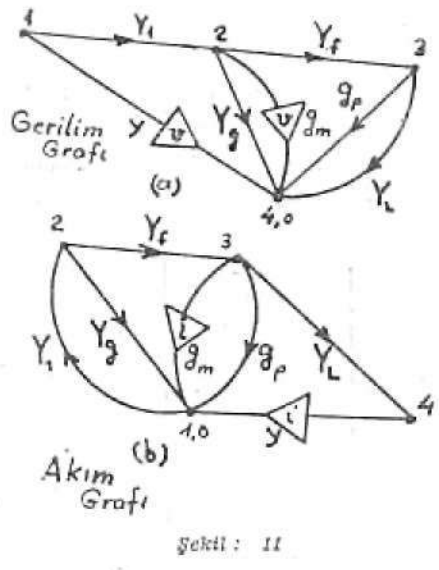
Y. transfer admlta&sının hesabi için devre' nitı elektrik! .eşdeğerinden lıateketla matematik eşdeğeri ve Şekil (o) deki topolojik grafı çinilebilir. Y, nln tanımı gareglnce cözum fonksiyunu bir ulam - kaynak aktlv adnıitansı alstrük gtrifl düfrümlerl arasına bağlamılalıdır, Bu; graftELa elde edilen Şekil 11 deki akım Ve gerilini alt *gva* fi arından bulunan ortak ağaç. lcl admllsınK çarpımları Ikl grupta .toplanır. Bunlar y yi İhtiva edenler ve İhtiva etmöynükır ;

w{Y) : *VmLj* yV.VL, >Y Y$_L$' yY.Yr,
yY, Y$_r$,y î$_t$b'$_P$ ıVYi ğ; >'Y$_r$ gj, ,yY, g„,, |
V(Y) : Y^fTu" ^YJYL

Bu ognç çarpırnlannuı İbaretleri İşaret pfinnütasyonu tablam yardmuyla aşağıdaki gibi bulunur.

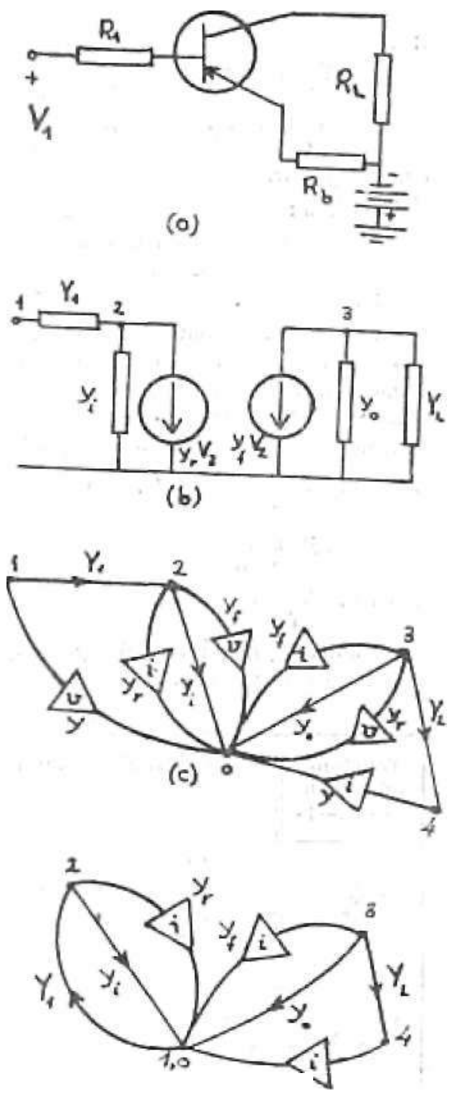


Şekil : 10

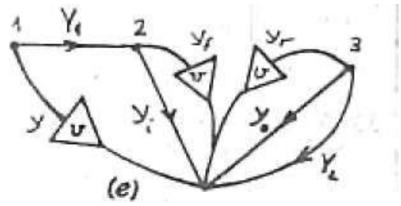


Şekil : 11

TO[JOIO j [I{ jnİnf'Ljsnn flılm. r;jırp.	t^Etrot purmiit asyonn matrisi 1 a 3 .l	Ağaç lulm, çarp, işareti
yY Y 1 Ij	i y —Y Y 0 I L v 0 —Y Y y 1 L	a+1 C—D = — 1
yY Y fr L,	> y — Y Y 0 i: L v 0 —Y Y y rr L	1 (—D = - 1
yY Y r 1	' İ —Y Y O t L v 0 —Y Y ' y t D	1 t—i) = - 1
yY g ı P	i y —Y g O I p v 0 —Y g y	2 + 1 (-D = - 1
y Y g s P	i y —Y g 0 Ü » v 0 —Y g y s P	I f—1} = — 1
yY g t P	i y —Y g 0 e D v 0 —Y S y P	1 (—1) = —%
yY g 1 tıı	i y —Y g 0 f m v 0 —Y g y m r	1+2 (—D - — 1
yY Y e i	i y Y —Y 0 D f v 0 Y —Y y s f	2 + 1 (—D =— 1
yY Y 1 i	s y —Y —Y 0 v 0 —Y —Y y	'1 + 1 İ—i} =;—İ
YYY [t L	i 0 —Y V Y I r L v Y Y Y Y I I T,	1+3 (—1) = — 1
E YY at J u	i 0 —Y g - Y 1 Ol ti v Y e Y 0 1 m iJ	3+a {—D = — 1



M<m 9raft



Ger i lif* S™/f

Şekil; İZ

Krtzaqç fonksiyonu G = $\frac{V\ \{Y)}{W\ fY)} Z_L$ olup

payda poünamu tamamen tıcgattv olup *ücgnüv* işaretini pay it alacak

$$G = \frac{YY_{1i} - g\ Y_{m1}}{Y_1 Y_L + YY_{1f} + YY_{fL} 4-YY_{tK} + Y\ Y_{RL} + Yg_{İP} + Yg_{Ip} + Y\ g_{El»} + Yg_{Im}}$$

bulunmuş olur,

Örnek 3 :

Şekil 12 {a} d&kl fcaült •:•. ı:.,ı. >.•:•İL ..LU; lifi-Itatöi'Uıı tmnafer adıtıttausı glrlg cmpedanslmn hesabı.

v paramıîLrelıirl kullanılmakla devrenin elektrik eşdeğeri Ştik. 12 *{*b> deki gibidir. TraEidfer admltansı İçin topolojik graf ve alcım, gerilim alt graflorı Şek, 12 (o} efe g^rûlmcıktcdlr. Böylece devrenin agag İçi admltasıa çarpımları:

$W(Y)$ $yyy_{fr} - yyy_{1o} . yyY . yyY_{IE},$ yYY_{iL}

$V(Y)$ YyY_{irL}

olup, tunların İşaret permülosyonu tıbloau aşağıdaki gibi düzenlenir,

büylece transfer admltonsı

$$W(Y) = \frac{YyY_{Jit.}}{yy - (YY_{[il} + yy_{L1o} + yYsyy_{iLi0})}$$

Olüt,

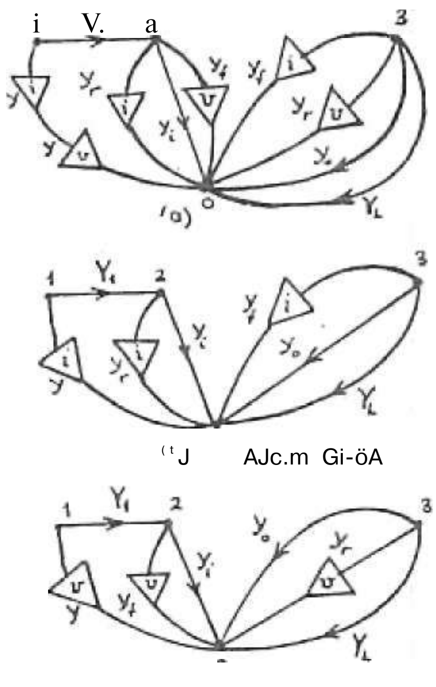
Giriş empudanainm hesabı için kaynak oktlv adtıdCaıısIartuı (1,0] düğümleri arasına bağlamak gerekir. Böylece topolojik graf in ve akım, gerilim alt graflarıııın durumu Şek. 13 deki gibidir, Aynı şekilde ağa; admltaıislart çarpımlarının İşaret tabİ03j aşağıdaltl gibidir. Ağaç admilatışları çarpımları:

$W(Y\}$: yYY_{JL}, yyy_{la}, yyy_{rT}, yYy_{1a}, $yyY_{İL}$

$V(Y)$: $yy\ Y_{ia1}$, $yYY_{11\&}$, $yy\ Y_{rr1}$

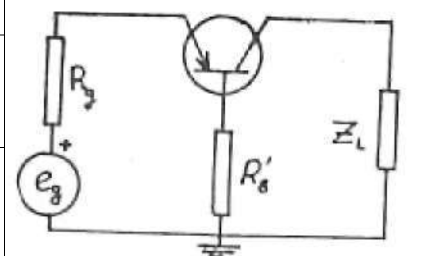
olduklarına, güre tabi unun durumu

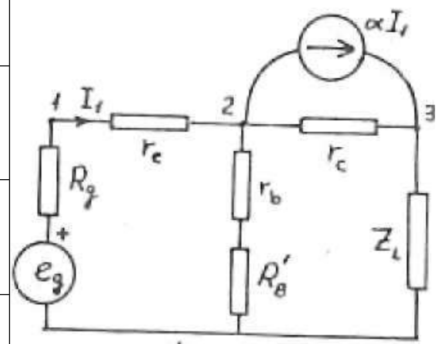
Topolojik afcaelamı adın. çarp,	**İşaret** pprmill:ı>, • .i: i **nıntrLşl** 1 2 3 *	**Çarpım** işareti
$yy\ y_{rr}$	i 0 y_r y_t y v y_I y_r y **0**	*(—1)* = 1
$yYY_{ıli}$	i 0 $—Y_1$ Y_L y v y $\_Y$ $Y_{1.}$ 0	$(—1)^{y+1}$ = — 1
yyy_{1o}	i 0 y y_o y v y y y_0 0	$(—D^1$ = — 1
$yy\ ?_{\circ\ ı}$	i 0 $—Y_1$ y_o y v y $-Y_J$ y_o **0**	$(—1)^{2+1}$ = —1
yyY_{1L}	i 0 y_1 Y_L . y v y y_1 Y_E 0	***ı-D* = -ı**
$y\ Yy_{f1L}$	i 0 —Y y$_!$ $—Y_{L,}$ v Y y Y_L 0	$(-1)^{İ+3}$ = 1

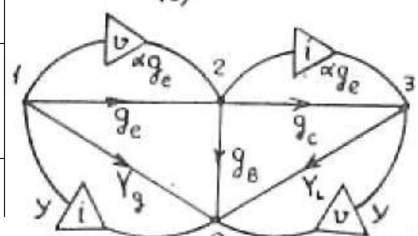


Şekil i 11

Topolojik avuçların ıııtnn, çarp.	Igıırct ııerTnlSlasyomı Ttıutriıl 1 *1* 3	Çarpımların ı -ıı r. 11.-r;
y YY ı ı,	i y -Y ı Y L v y —Y t Y L	t) (—13 = 1
yyy r n	i y y y • v y y 4 y	0 {—D = 1
yyy *t a*	i y y y ı r v y y *t* y r	1 (—1) - 1
y YY 1 *o*	i V — *Y t* y *e* v y —Y 1 *y* ı>	a (- 1) = 1
yyy L t,	i V y L Y L v y y Y L	*0* (—1) = 1
yyy 1 n	*i* Y y 1 y 0 *v* Y y 1 y n	I5 (- 1) = 1
YyY *i t* 1.	*]* Y y ! Y L v Y y Y i.	0 *(—1)* = 1
y y Y	Y y r y ı v Y 1 y r y	t (~1) = - - 1


(a)

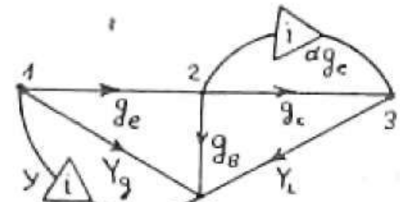

(b)


(c)

»eklinde olun Bflylcce £İrJg empcdamı

$$Z = \frac{W(Y)}{V(Yj} = , \quad \frac{YY_{ıL} \; 1\text{-}yy_{ıD} \; - \; y_r \; y \; (+ \; Yy \; H\text{-}yY_{ı} \; i.}{yyY_{LıL} \; + yYY \; — \; yyy_{tt} \; j}$$

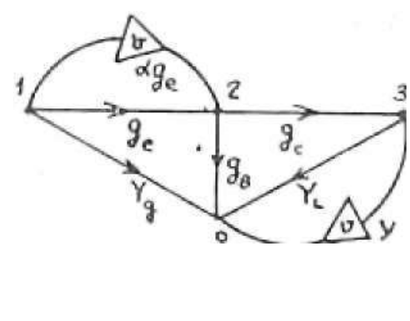
bulunmuş olur.


(d) Ahtr, Gmfi

Ömflk 4 : Tabanı tonmklı baalt bir tranala-tfirtU lunpnfihJltör kalının akım kazancının be-Mbı:

$$tf = \frac{'L}{I,} \hat{} \frac{Y_L \; V,}{I.} = Z_t \; YL$$ olduğuna

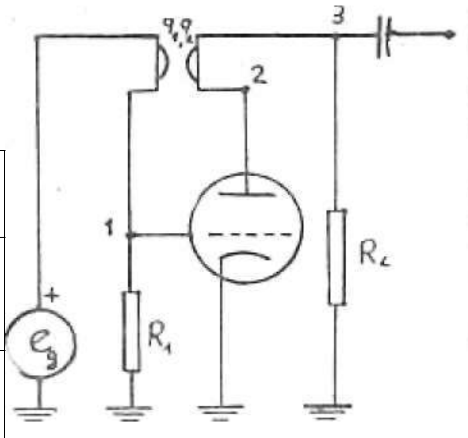
güm Z, transfer empedansını hesaplayıp yllk attmltanaı İle çarpmak maksada yeter.



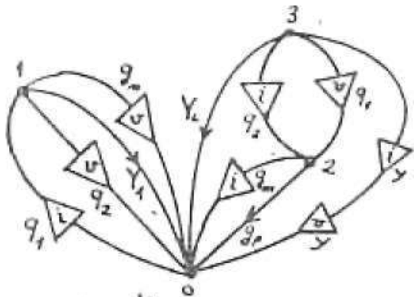
Devrenin r parama Lrçlcrl e! hainden egdefiorl çizilerek matematik eadegeri ve Lopolajlk gafı-na goelleblle bilir, Transfer admltanaı tanımın-dan Tay dal anarak (1,03 'c (3.0) düğümleri ara-ğına bir akım ve gerilim karşılıklı kaynaklarını bağlamak îjeruklr. Eıı suretle fjüJt- U den, çürü-ten egdegerFer ve gaflar elde edilir.

Şek. 14 (c) dek) topolojik grafean Lkl nlt e;rei t! İde G dil İr, 14 (d). Bu ülL ^mflp-rdan eldü cdUen urLnk agns aümLtaıısIarı çiirpun.arj işaretler] ile ağacıdaki tabloda eldti edilir,

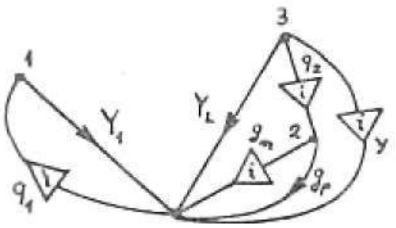
X'uj MıLjJ Mf iijaçlnnıı inlin. çırj),	t^BJşti İlerini.tuşlunu mulrİKİ 1 2	A£:.[,' julrıı. çar|). itfa.
yg et g a	i y —g C —S c v e g û y	(—1) = 1
yg J3 <ıg ti	i y o g B —<ıg P v S B y	(—1) S = 1
Y g g g e c	i Y a —g e —g B . v Y ir —g t —g e	(—1) 4 = 1
Y s g e Y L	i Y P " g Y L V Y « —g 6 Y L	{—D S = 1
Y |t g H Y L	i Y e g E Y L V Y tr g B Y L	(—1) 0 = 1
Y e g c Y L •	i Y e g ti y L V Y E g • e Y L	(—1) D = 1
g g a i! g c	i -- S . g . S v - —s g a e c	C-1) = 1
g g a E Y L	i g 0 g B Y 1, v s a g n Y L	'İHİ-M
g g « (T L v	i g a S a Y v a g a Y L	(—1) 0 = 1
«g a Y S Y U	i Y .ip o Y L V Y tr —ttg e Y L	(—D 1 =—i



(°)

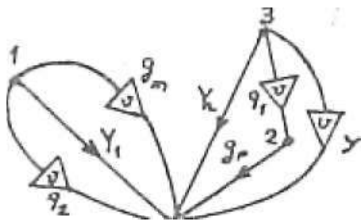


(b)



{€) O

Akfrn Grafi



Ul * *Gcnti'ın Gruft*

Şcktl: IS

Bu tablodan-akım kazancı fonkalyoıu

(gg + gg) Y
e D e c L

Y g g + Y g Y + Yg Y + Y g Y + gg g + g g Y + g g Y — -g Y Y
E 0 O p ti L g S L s C L a II e ftBJ- .o C L , E.ffL

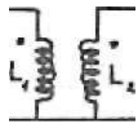
çekillide bulunmuş olur.

örnek S :
Geri besleme devresi oî&rak anodu İle ızga-

rası arasıtuln gratbr bulunan bir ampÜÜkatbrÜ-nün çıkış empedaıtamm. bulunuşu :

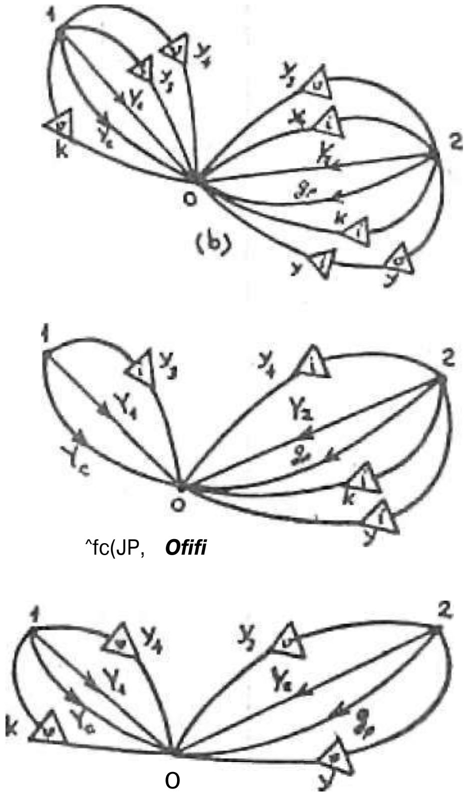
Çıknj eınpcdansı fonkalyonu Z_a = V,/!^ şeklinde olduğunu göre devrenin graûnüa (3,0) düğümleri nm-ium birbirine sar! dumnıcln, (ilan i)d kaynak aktlv odıııltanaı bağlamak gerelür, Şek. 15 (b), Devre fonksiyonu tanımından dolayı e* kayıiagı kısa devre edilmelidir. Ağaç adıiallanalan çarpımlan ve işaret tabluaujı yardımıyla, çılog empedanaı derhal yazılabilir.

?< *



§E

(a)



^fc(JP, ***Ofifi***

SeWÜ$_m$ Gra£

Topolojik (tflnı. çarp.	tşaret permlltasyonu malrhl 1 2 S			îsarot
yYg ı U	i Y i / v Y	g P g P	y y	(—1)^o = 1
yqq ı a	i —<ı 3 v q 1	—q 1 —q 2	y y	(-1)$^{3+1}$ = 1
yqg 1 m	f —q S v g	g m —q	y y	(—1)$^{2+1-}$ = 1
Y q q ". 1 2	î " — q a v q 1	—q ı —*q* 3	Y r. Y 1.	*{-V*$^{3+1}$ = 1
V g Y L p 1	İ V] v Y 1	g *P* g p	Y L Y	(—13^0 = 1
P ı a	i —q 1 v q a	g *p* g p	q *1* q 1	C-1)$^{1+1}$ = *1*

Buradan çıkış empadansı

$$E - \frac{W(Y)}{V£Y)} \quad \frac{Yg_{ip} + qq_{Ia} - qg_{MTU}}{qqY_{1aL} + qqn_{1aP} + gTY_{p1L}}$$

bulunur.

ürntk fi ',

Son olar&k eedeğıer devresi verilmiş nlan transtorırıûrörlil bir amplifikatör devresinin *çı?* kuj ompedaiiKinın hesaplanışı :

Şek. 16 da devrenin lopoloJLÎ grafı ve bunların akım, gerilim alt omlarının, çizilmesi İle elde olunan a£»£ . aamltanalan çarpımları yukarıdaki tablodaki gibi İşaretleri tle birlikte bulunduktan sonra çıkış admltansı i

$$Y_, = \frac{V(Y)}{W(Y)} \quad \frac{YY_{12} + YY_{2c} + Yg_{eD} + V_{ff\_ip}yy_{34\_}lsy_a}{Y_1 + Y_0}$$

bulunmuş olur.

-.",

Topolojik ağaçların adm. çarp.		İşaret permütasyonu matrisi 1	2	Çarpım işaret.
yY_1	i	Y_1	y	$(-1)^0 = 1$
	v	Y_1	y	
yY_c	i	Y_c	y	$(-1)^0 = 1$
	v	Y_c	y	
ky_3	i	y_3	k	$(-1)^1 = -1$
	v	k	y_3	
$Y_1 Y_2$	i	Y_1	Y_2	$(-1)^0 = 1$
	v	Y_1	Y_2	
$Y_1 g_p$	i	Y_1	g_p	$(-1)^0 = 1$
	v	Y_1	g_p	
$Y_c Y_2$	i	Y_c	Y_2	$(-1)^0 = 1$
	v	Y_c	Y_2	
$Y_c g_p$	i	Y_c	g_p	$(-1)^0 = 1$
	v	Y_c	g_p	
$y_3 y_4$	i	y_3	y_4	$(-1)^0 = 1$
	v	y_4	y_3	

1. Ptöt. Dr. TftnSc OifcOf; Devir AuaJlzh Çora Notlan, Î.T.Ü. EteStrlIC Falı.. iadO.

2 BfralLU ' Paia&mUûD: Lüıoftr NetWQrJi AnBlyalE, John Vı'lıır,', luûü.

3 MayoeU - 8«}ıu: TüpoloBİcıl FormulM fior Netimle FuncLloıiH. Un't*. of IHİIIÖÜJ BulİHtln No; 4+0. • 446. Eıiff. Lal*. StHilOll 1057.

4. Retıd - 5e*lıu. Uucar Grupta Unıl Glectrlckl Ncv^üris,' Anaları - w«sicy. ıoaı.

Jl. Pullfin; Topotogleal and MatcLr Kfthods. Rlöar puiı. ısa^.

5, PUILOÜ; Hanüboak ol Transistor CLrüult tteaign. prcntics - Hail, ıoaı.

itim - Chlen; Topoloni-cal AnuJjSİTi ana EynttmıLS of ComnıunicatLon nfcîvVOrBa, ColUmblIt Univ. Pfpba, 1Ö02.

Betti; Sii;n<ı Tupalıifflcttl CJonjsIdcraılıms m Net' *WQTk* Ttıeory, HLE, TraöS. PO, CT. -S, 1068 sayla W - 4Û.

Coates; General Topolnalcîil Ponwlca.ror Llnfrar]fet*<ırfc PUnCtifırtK. İRE, Ttana. PG, *Ut.* -5. IP&fl ftayfa 39 - *il.*

10. Jîarury. Grapli Theoff 4tlHl Elısntrlc Nnlworl«, İRE Tran». PO; CT, -0, 1969.

11. Oe Plan: Lınoar AcUve Netrorfc Thoory. Prtn tlco • Hull. lBSt

13. Wejnbürsf; KeLlrorJc Analvala and Üynthcalfl. Mc Grate - Ttlll. Iûfl2.

i