



BOOLE CEBİRİ VE ANAHTARLI DEVRELERE TATBİKİ

Bu sayımızda, şu anda ABD Florida Teknoloji Enstitüsü'nde öğretim üyeliği yapmakta olan Nazif Tepedelenlioğlu'nun 1962 yılında dergimiz için kaleme aldığı ve 72. sayımızda yayınlanan "Boole Cebiri ve Anahtarlı Devrelere Tatbiki" başlıklı yazıyı yayınlıyoruz.

SAHA

Bir sayı sistemini kullanmadan yani, onunla işlemler yapmadan önce o sayı sisteminde hangi çoklukların (quantities) kullanılacağını, hangilerinin sahanın dışında bırakılacağını kararlaştırmak lâzımdır.

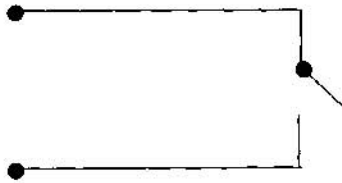
Meselâ reel sayılar sistemini ele alalım. Bu sisteme sadece "reel" dediğimiz sayılar dahildir ki bunların da özellikleri bir takım tariflerle belirtilir. Bunun yanında kompleks sayılar sistemi reel sayıları içine aldığı gibi, bunun yanında, "reel sayılar sahasında" bulunmayan bir takım başka sayıları da ihtiva eder (3 + J5 gibi).

işte biz de BOOLE CEBİRİNE başlamadan, onun sahasını belirteceğiz.

Boole cebiri ile sadece iki sayı üzerinde işlem yapacağız (0 ve 1). Yani nasıl reel sayılar ile işlem yaparken j2 gibi sayıları nazar-ı itibara almıyorsak burada da 0 ve 1'den gayrisi ile alâ-kadar olmayacağız.

Şu halde bu, bizim pratik problemleri çözerken değer atfettiğimiz kemiyetlerin 0 ve 1'den gayri değer alamayacaklarına delâlet eder. (Meselâ bir keyfiyetin var olmasına 1, yok olmasına 0 değeri verilebilir.)

Burada bir misâl verelim:



(Şekil: 1)

Şekil 1'deki A anahtarı ya açıktır ya

da kapalıdır. Şu halde bu anahtarın "kapalı olma değeri" 1 ise, "açık olma değeri" 0 dir. Yahut anahtar kapalı iken $A = 1$, açıkken $A = 0$ dir.

İŞLEMLER

Boole cebirinde sadece "toplama" ve "çarpma" işlemleri yapacağız.

AKSIYOMLAR:

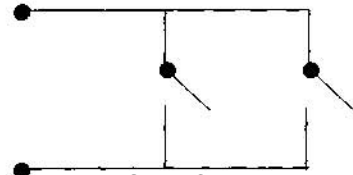
a) Toplama işlemi ("veya işlemi", "paralel işlem")

$$0 + 0 = 0$$

$$1 + 1 = 1 \text{ (2 sayısı sahamıza dahil değildir.)}$$

Şimdi bu aksiyomlara misâller verelim:

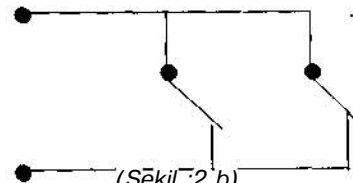
Devrenin kapalı olması keyfiyetini 1 ile gösterirsek:



(Şekil: 2 a)

Şekil 2 a da 2 anahtarda "0" değerini taşıyor.

Kolayca görüleceği gibi bu bir açık devredir. Yani $0 + 0 = 0$ (0 veya 0 eşit sıfır)

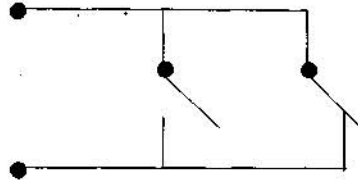


(Şekil: 2 b)

ODATARİHİNDE

Nazif
TEPEDELENÜOĞLU

Şekil 2 b de iki anahtarda birdirler ve devre kapalıdır. Yani $1 + 1 = 1$ (1 veya 1 eşit bir)



(Şekil: 2 c)

Şekil 2 c de ise bir anahtar 0 dir, öbürü 1 dir ve gene kolayca görüleceği gibi devre kapalıdır. Dolayısıyla $0 + 1 = 1$ (0 veya 1 = 1)

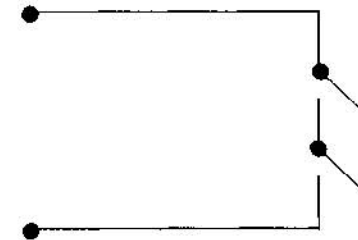
b) Çarpma ("ve işlemi", "Seri işlem")

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 1$$

$$1 \times 1 = 1$$

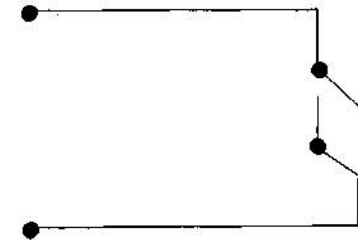
Misal:



(Şekil: 3 a)

Şekil 3 a da iki anahtarda sıfırdır. Dolayısıyla devre 0 dir.

$$0 \times 0 = 0 \text{ (0 ve 0 eşit 0)}$$



(Şekil: 3 b)

Şekil 3 b de anahtarlardan biri 1 diğeri 0 dir. Ve devre de 0 dir.

$$0 \times 1 = 0 \text{ (0 ve 1 eşit 0)}$$

Nasılki cebir işlemlerinde kullandığımız çoklukların yanında, bazı değişken çoklukları göstermek üzere harfler kullanıyorsak, burada da bir

takım değişkenler kullanacağız. (Meselâ : aynı şartlar altında kapanması ve açılması lâzım gelen anahtarlara "A" anahtarı, başka şartlar altında aynı hareketi yapması lâzım gelenlere "B" anahtarı diyeceğiz. Ve yukarıda da bahsettiğimiz gibi eğer A, bir anahtar gösteriyorsa \bar{A} (A değil) de A anahtarı ile tamamiyle zıt hareketleri yapan anahtar gösterecektir.

Bir değişkende aşağıdaki aksiyomları yazabiliriz:

$$A + 0 = A \quad A \times A = 0$$

$$A \times 0 = 0 \quad (\bar{\bar{A}}) = A$$

$$A + 1 = 1 \quad A + A = A$$

$$A \times 1 = A \quad A \times A = A$$

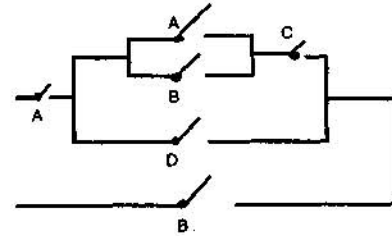
$$A + \hat{A} = 1$$

Eğer birden fazla değişkenimiz varsa aşağıdaki bağıntıları da ilâve edebiliriz:

$$(A + B + C) = (\hat{A}) (\bar{B}) (\bar{C})$$

$$(A \ B \ C) = \hat{A} + \bar{B} + \bar{C}$$

Şimdi yukarıda söylediklerimizi bazı anahtar devreleriyle pratikleştirmeye çalışalım.



(Şekil: 4)

Şekil 4 deki devre Boole cebri şöyle ifade edilebilir:

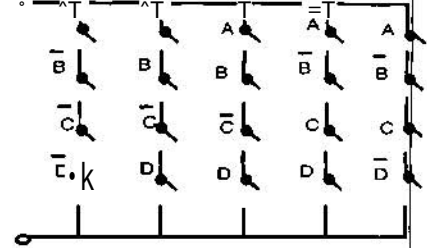
$$AD + C(A + B)B = \hat{C}$$

Aşağıda da belirteceğimiz gibi Boole cebrinin anahtar devrelerine tatbikinin gayesi, mümkün olduğu kadar az anahtar kullanmaktır.

Meselâ aşağıdaki misali gözönüne alalım:

$$\hat{C} = \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D}$$

Bu anahtar sistemi kısaltılmadan Şekil 5 a da gösterilmiştir. Fakat birinci ve sonuncu terimleri ABD, ikinci ve üçüncüleri BCD parantezi ne alırsak:



(Şekil: 5 a)

$$\hat{C} = ABD(\bar{C} + C) + BCD(\bar{A} + A) + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D$$

$$\hat{C} = AB\bar{D} + BCD + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D$$

$$\hat{C} = \bar{B}(AD + \hat{A}CD) + B\bar{C}D$$

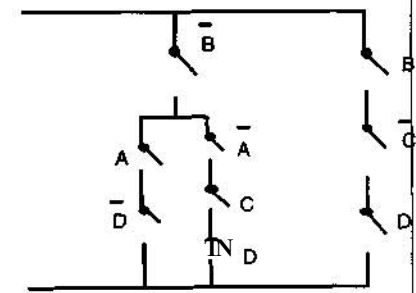
Bu devre Şekil 5 b de gösterilmiştir. Bu suretle yukarıda 20 anahtar kullanılırken şimdi 9 anahtar kullanıyoruz.

Boole cebrinde, bütün çarpanlara ayırma kaideleri doğru olduğu gibi aşağıda verdiğimiz iki işlemde faydalıdır.

$$f(A,B,D) = A f(1,B,C,D) + \bar{A} f(0,B,C,D)$$

$$f(A,B,C,D) = A + f(0,B,C,D)$$

$$\hat{A} + f(1,B,C,D)$$



(Şekil :5 b)

Bu bantlardan birincisi standart toplam ikincisi ise standart çarpım olarak bilinir ki burada $f(A, B, C, D)$, A, B, C ve D'nin bir fonksiyonudur.

Meselâ:

f (A, B) = $\overline{AB} + \overline{AB}$ olsun bu ifadeye standart çarpım tatbik edersek,

$$\overline{AB} + \overline{AB} = A + \overline{B} + 1B)/A + (1\overline{B} + \overline{OB}) = (A + B) (\overline{A} + \overline{B}) \text{ bulunur.}$$

$$\text{gerçekten de } (A + B) (\overline{A} + \overline{B}) + A\overline{A} + B\overline{B} / B\overline{A} + B\overline{B} \text{ tr.}$$

$$= \overline{AB} + B\overline{A}.$$

Şimdi Boole cebirini kullanacağımız basit bir misali göz önüne alalım.

Elimizde 4 tane olay olsun A, B, C ve D olayları. Meselâ bunlar dört demiryolu (peronu) olan bir istasyondaki raylarda trenlerin olup olmadığını gösterebilir. Yani meselâ birinci peronda tren varsa A = 1 yoksa A = 0 olsun, ikinci peronda varsa B = 1 yoksa B = 0 olsun.

Aynı zamanda bir bazı işletme zaruretleri dolayısıyla birinci ikinci peronlar boş, üçüncü dördüncü peronlar dolu iken önümüzdeki kontrol tablosunda bir ışığın yanmasını isteyelim ve bunun gibi aşağıda belirteceğimiz 5 halde de aynı ışık yansın.

Şimdi aşağıdaki doğruluk tablosunu inceleyelim (Şekil 6)

No	A	B	C	D	ÇIKIŞ
1	0	0	0	0	1
2	1	0	0	0	0
3	0	1	0	0	1
4	0	0	1	0	1
5	0	0	0	1	1
6	1	1	0	0	0
7	1	0	1	0	0
8	1	0	0	1	0
9	0	1	1	0	0
10	0	1	0	1	1
11	0	0	1	1	1
12	1	1	1	0	0
13	1	0	1	1	0
14	1	1	0	1	0
15	0	1	1	1	0
16	1	1	1	1	0

(Şekil: 6)

Rayların boş veya dolu olmasının 16 muhtemel kombinasyonu sol tarafta gösterilmiştir. Meselâ üçüncü sıra sadece B rayının treni olduğuna 16 ncı sıra ise bütün rayların dolu olduğuna delâlet etmektedir. Çıkış kısmında hizasında (1) olanlar bizim, lambanın yanmasını istediğimiz haller, (0) olanlar ise yanmamasını istediğimiz hallerdir. Yani şu halde birinci, üçüncü, dördüncü, beşinci, onuncu ve onbirinci hallerden herhangi birisinde işaret tablomuzdaki lambamızın yanmasını istiyoruz.

O halele esas problem en az anahtar kullanarak bu performansı yapacak devreyi hazırlamaktır.

Şu halde doğruluk tablomuzdan aşağıdaki ifadeyi yazacağız.

$$\text{Ç} = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D$$

(Bu devre kısaltılması şekil 7 a da gösterilmiştir.)

Burada Ç, (Çıkış istediğimiz haller) eşittir:

(A değil) ve (B değil) ve (C değil), (D değil) olduğu zaman veya (A değil) ve (B) ve (C değil) ve (D değil) olduğu zaman, veya ilh...dır.

(Çarpmanın "ve işlemi", toplamanın "veya işlemi" olduğu hatırlatılır)

Bundan sonra Ç'yi kısaltacağız:

$$\text{Ç} = \overline{A}\overline{B}\overline{C}(D + \overline{D}) + \overline{A}\overline{B}C(D + \overline{D})$$

$$+ \overline{A}B\overline{C}(D + \overline{D})$$

$$\text{Ç} = \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C}$$

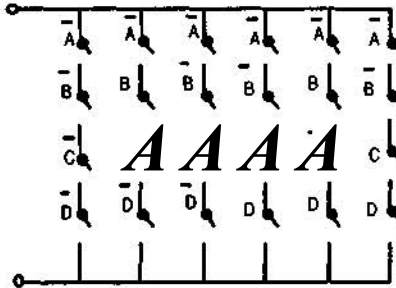
$$\text{Ç} = \overline{A}\overline{C}(B + \overline{B}) + \overline{A}B\overline{C}$$

$$\text{Ç} = \overline{A}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C}$$

$$\text{Ç} = \overline{A}(\overline{C} + B\overline{C})$$

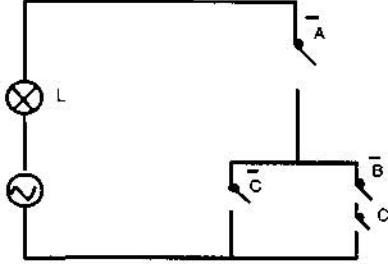
DOLAYISIYLA Ç = $\overline{A}(\overline{C} + B\overline{C})$ BULUNUR.

(Şekil: 7 b)



(Şekil :7 a)

A anahtarının A rayında tren yokken kapanan, varken açılan, C anahtarının C rayı için, B'nin B rayı için aynı şekilde hareket eden, C anahtarının ise C rayında tren varken kapanıp, yokken açılan bir role olduğu düşünülürse şekil : 7 b deki devrenin istediğimiz bütün hallerde (L) lambasını yakacağı kolayca görülebilir.



(Şekil :7 b)

"BOOLE" Cebrini kullanmasaydık, bu devre 24 anahtardan mürekkep olacaktı (Şekil 7 a) ve A, B, D, \bar{D} anahtarlarına hiç ihtiyacımız olmadığını görmek pek kolay olmayacaktı, kaldı ki yaptığımız misâl çok basit bir misâldir. Bu usulün "Computer" gibi binlerce röleye ve "Multivibrator"lere ihtiyaç gösteren bazı "Logic (Mantık)" devrelerinde kullanıldığı düşünülürse, sağladığı ekonominin ve kolaylığın değeri çok daha iyi anlaşılır.

Literatür

- 1) Boolean Algebra: Sikorski ROMAN
- 2) Boolean Algebra: Higonne RENE
- 3) Boolean Algebra: Kappos Demetrios ANDREOU
- 4) Strukturtheorie der Nahrscheinlichkeitsfeder und Räume.

HALİL KOKSAL

Odamızın 640 sicil nolu üyesi Halil KÖKSAL'ı kaybettik.

AİLESİNE, YAKINLARINA VE ODAMIZ TOPLULUĞUNA BAŞSAĞLIĞI DİLERİZ.



SÜLEYMAN ALTAN
(15528)

Odamızın 15528 sicil nolu üyesi Süleyman ALTAN'ı kaybettik.

AİLESİNE, YAKINLARINA VE ODAMIZ TOPLULUĞUNA BAŞSAĞLIĞI DİLERİZ.



Orhan AYYILDIZ
(18768)

Odamızın 18768 sicil nolu üyesi Orhan AYYILDIZ'ı bir trafik kazasında kaybettik.

AİLESİNE, YAKINLARINA VE ODAMIZ TOPLULUĞUNA BAŞSAĞLIĞI DİLERİZ.



SUAT SEZAI GÜRÜ
(1954-)

TMMOB MAKİNA MÜHENDİSLERİ ODASI GENEL SEKRETERİ SUAT SEZAI GÜRÜ'YÜ BİR TRAFİK KAZASI SONUCU KAYBETTİK.

AİLESİNE, YAKINLARINA VE MAKİNA MÜHENDİSLERİ ODASI TOPLULUĞUNA BAŞSAĞLIĞI DİLERİZ.

TMMOB Elektrik Mühendisleri Odası