

MEKANİK BİR KOLUN BİLGİSAYAR İLE DİNAMİK SİMULASYONU VE BU SİMULASYON ÜZERİNDE ÇEŞİTLİ KONTROL YÖNTEMLERİNİN DENENMESİ

Mehmet BODUR ve M. Erol SEZER
ODTÜ Elektrik ve Elektronik Müh. Böl., ANKARA

ÖZET

Endüstriyel robotların manipülatör kısmını oluşturan mekanik kolların, dinamik denetimini incelemek üzere, üç eklemlili bir manipülatörün dinamik simülasyonu, bilgisayar kullanılarak gerçekleştirilmiştir. PASCAL ile yazılan benzetim (simülasyon) programı, manipülatörün her bağlantısının eylemsizliğini ve coriolis bağdaşmalarını, Lagrange bağıntılarıyla elde etmekte

ve bulunan türevsel denklemleri Runge Kutta yöntemi ile zamana bağlı olarak çözmektedir.

Benzetim programı, üç bağıntılı bir kolun sabit konum ve hız geribeslemeli denetimine uygulanmıştır. CP/M işletim sistemli mikrobilgisayarlarda üç bağlantıdan oluşan bir kol için, bir ardışım 25 saniye sürmektedir.

1. GİRİŞ

Mekanik kollar, teleoperatör uygulamalarındaki gibi bir insan tarafından, ya da iş robotu uygulamalarındaki gibi doğrudan bilgisayar ile denetlenebilen, birbirine eklem yerlerinden (joints) bağlı bağlantılardan (links) oluşan mekanik bir yapıdır. Kolun eklemlerinde, bağlantıları birbirine göre hareket ettirecek uyarğaçlar (actuators) bulunur. Bu uyarğaçlar ya üzerindeki burudan (ya da kuvvet) etkilenmeksizin adım motorları gibi amaçlanan durumu izler; ya da durumdan bağımsız olarak DC motorlar gibi ekleme uygulanacak buruyu ayarlar. Kolun çalışırken uygulayacağı kuvvetler denetim altına alınacaksa, eklemdaki buruyu ayarlayan uyarğaçlar tercih edilir.

Bir kolun dinamik denetimi, uyarğaçların, bağlantıları istenilen konum (position) ve hıza getirmesi için uygulamaları gereken buruyu sağlamasıyla gerçekleşir. Kolun eklemlerine uygulanan kuvvetlere (ya da burulara) bağlı olarak, kolun zaman içindeki hareketinin hesaplanması kol dinamiği (Manipülasyon Dynamics) olarak adlandırılır. Kolun dinamik formülasyonu 1965 yıllarında Kahn ve Uicker tarafından Lagrange yöntemiyle, aynı sıralarda Hooker ve Margulies tarafından Newton-Euler yöntemiyle çözülmüştür (2).

Kolun dinamik benzetimi, çevrim içi ters dinamik çözüm ile ileribeslemeli denetimde, veya mekanik kollar da uygulanabilecek çeşitli denetim algoritmalarının denenmesinde kullanılır. Basitleştirici varsayımlar yapılmamış tam benzetimler, bir ardışım için birkaç saniye bilgisayar (VAX-11) zamanı gerektirir (2). Eklemlerdeki buruların önemsenmeyecek bazı bileşenleri ihmal edildiğinde ardışım süresi 10 ms.nin altına inebilmektedir.

Kola uygulanacak en basit denetim, her eklem için diğer eklemlerden bağımsız, sabit hız ve konum geribeslemesidir. Bu durumda bağlantıların hareketlerinin birbirlerine etkisi ihmal edildiğinden denetimi bozucu bir etkileşim içinde bulunurlar. Bağımsız eklem servo denetimi (Independent Joint Servocontrol) olarak adlandırılabilir bu yöntemde eklemdaki sürtünme ve yerçekim kuvvetlerini denetimi düzgünleştirir (1). Denetimde, her eklem için, diğer eklemlerin hız ve konumları da göz önüne alınırsa, birleşik servo denetim (Servo with Joint Coupling) ortaya çıkar. Birleşik servo denetimde, her eklem, hız ve konum geribeslemesi matrisleri aracılığıyla diğer eklemlerle etkileşir.

Mekanik kolların dinamiği doğrusal değildir. Bu yüzden kolun doğrusallaştırılmış gösteriminin parametreleri konum ve hıza bağlı olarak değişir. Genellikle sabit hız ve durum geribeslemesi, kolun her konumunda kararlılığı sağlayacak biçimde seçilir. Daha iyi bir yol,

parametrelerdeki değişimleri sürekli izleyerek kol hareket ettikçe, ya da kolun taşıdığı yük değişince denetimi yeni parametrelere uyarlamaktır. Bu yöntem uyarlamalı denetim (adaptive control) olarak adlandırılır (4).

Bu çalışmada önce mekanik bir kolun kinematiği anlatılacaktır. Daha sonra bu kinematik kullanılarak Lagrange bağlantılarının, ve kolun dinamik bağlantılarının elde edilişi gösterilecektir. Sonraki bölümlerde, oluşturulan benzetim programının, sabit geribeslemeli birleşik servo denetimde uygulanışı sergilenenecektir.

2. KOLUN KİNEMATİĞİ

Mekanik kol, birbirine oynak eklemlerle (joints) bağlı olan bir dizi bağlantılardan oluşur. Bağlantıların konumu ve yönü (orientation) eklem değişkenlerine (açı ya da uzama) kinematik bağlantılarla bağlıdır. Kinematik bağlantıları homojen koordinat sisteminde (homogenous coordinate system) kullanmak notasyonda kolaylık sağlar. Homojen koordinat sistemlerinde uzaydaki (x, y, z) noktası (x, y, z, 1)^T vektörü ile gösterilir. İki koordinat sistemi arasındaki ilişki bir matris ile gösterilebilir, örneğin (x, y, z), koordinat sistemi (x, y, z)₀ sistemine göre x eksenini boyunca d kadar ötelenmiş ise, bu iki sistem arasındaki T dönüşüm matrisi

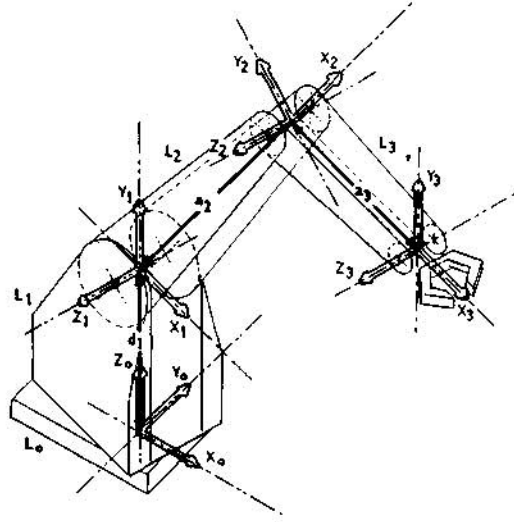
$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (D)$$

olur. (x, y, z), koordinat sistemindeki bir p noktasının (x, y, z)₀ sistemindeki gösterimi olan r vektörü, r = T_p bağlantısından bulunur.

Bir kolun her bağlantısına, o bağlantıyla birlikte hareket eden bir koordinat sistemi eşlenir. Tabana (I₀) bağlı N bağlantıdan (L₁, ..., L_N) oluşan bir kolda, L_j⁺ ile L_j arasındaki eklemi |j| olarak adlandırılır. Bu adlandırmaya göre, L_j'ye eşlenecek (x, y, z)_i sisteminin Z_j eksenini, J_{j-1}'in dönüş ekseninde, X_j eksenini ise Z_{j-1} ile Z_j arasındaki dikme yönünde seçilir. Z_j⁺ ile Z_j arasındaki uzaklık a_j, X_j ile X_j⁺ arasındaki uzaklık d_j; X_{j-1}'den X_j'ye olan açı Q_j, Z_{j-1}'den Z_j'ye olan açı W_j olarak adlandırılırsa, A_j dönüşüm matrisinin genel biçimi (2)

$$A_j = \begin{bmatrix} \cos Q_j & -\sin Q_j \cos W_j & \sin Q_j \sin W_j & a_j \cos Q_j \\ \sin Q_j & \cos Q_j \cos W_j & -\cos Q_j \sin W_j & a_j \sin Q_j \\ 0 & \sin W_j & \cos W_j & d_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

olur. Koldaki i.ninci bağlantının tabana göre dönüşüm matrisi T_j ise, A_j'ye kadarki dönüşüm matrislerinin



ŞEKİL 1. Dirsek eklemli Micromover robot kolun yapısı ve bağlantılarının koordinat sistemleri.

çarpımıdır.

$$T_j = A_1 \dots A_j \quad (3)$$

Bu çalışmada benzetimi gerçekleştirilen Micromover robot kolun yapısı ve bağlantılarına ilişkin koordinat sistemlerinin seçilişi Şekil 1 'de görülmektedir. Şekilde $(x, y, z)_1$, $(x, y, z)_0$ 'dan z_0 boyunca d , kadar kaymış, x_0 ekseninde 90° dönmüş ve y_0 ekseninde Q_1 eklem değişkeni açısı kadar dönmüştür. Bu işlemlere karşılık olan homojen dönüşüm matrisi A_1 şöyledir.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos Q_1 & 0 & -\sin Q_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin Q_1 & 0 & \cos Q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos Q_1 & 0 & -\sin Q_1 & 0 \\ \sin Q_1 & 0 & \cos Q_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Benzer şekilde $(x, y, z)_2$, $(x, y, z)_1$ 'den z_1 ekseninde Q_2 kadar dönmüş ve X_2 yönünde a_2 kadar kaymıştır. Böylece

$$A_2 = \begin{bmatrix} \cos Q_2 & -\sin Q_2 & 0 & 0 \\ \sin Q_2 & \cos Q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos Q_2 & -\sin Q_2 & 0 & a_2 \cos Q_2 \\ \sin Q_2 & \cos Q_2 & 0 & a_2 \sin Q_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

dönüşümü elde edilir. Aynı yöntemle A_3 dönüşümü

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cos Q_3 & -\sin Q_3 & 0 & a_3 \cos Q_3 \\ \sin Q_3 & \cos Q_3 & 0 & a_3 \sin Q_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

olur.

3. LAGRANGE BAĞINTILARI

Lagrange (L), bir sistemin kinetik enerjisi (K) ile potansiyel enerjisi (Pj) arasındaki fark olarak tanımlanır. Enerjilerin kartezyen koordinat sisteminde yazılma zorunluluğu olmadığından, Lagrange kullanmak dinamik denklemleri basitleştirmektedir (1). Kolun i,ninci eklemine uygulanan buru ya da kuvvet (Fj) Lagrange türünden, Oj eklem değişkenini göstermek üzere,

$$F_j = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial Q_j} \quad (7)$$

eşitliğiyle verilir.

3.1. Kolun Kinetik Enerjisi

Kolun j.inci bağlantısının kinetik enerjisi (K_j), bağlantı hacminde her noktanın kinetik enerjilerinin toplamı olarak

$$K_j = \int d k_j = \frac{1}{2} \int \dot{r}_j \cdot \dot{r}_j dm_j =$$

$$\frac{1}{2} \text{tr}(r_j^T \dot{t}_j) \quad (8)$$

biçiminde verilir. Burada, T_j , bağlantının dm_j kütle sine sahip noktasının tabana göre koordinatlarını, r_j ise bu noktanın zamana göre türevini göstermektedir.

Denklem (6)'daki r_j 'ler $(x, y, z)_j$ koordinat sisteminde P_j olarak adlandırılırsa, $r_j = (d^T T_j P_j / dt)$ olacağından

$$K_j = \frac{1}{2} \text{tr} (T_j p_j p_j^T T_j^T) dm_j$$

$$= \frac{1}{2} \text{tr} (T_j (p_j p_j^T) T_j^T) = -j \text{tr} (T_j J_j T_j^T) \quad (10)$$

elde edilir. J_j matrisi, bağlantının eylemsizlik matrisidir. Sonuçta

$$K = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \text{tr} \left(\sum_{m=1}^n \frac{3T_j}{3Q_k} \frac{3T_j^T}{3Q_m} \right) \dot{Q}_m \dot{Q}_k$$

ve

$$K = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n S \text{tr} \left(\sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n \frac{3T_j}{3Q_k} \frac{3T_j^T}{3Q_m} \right) \dot{Q}_m \dot{Q}_k \quad (11)$$

bulunur.

3.2. Kolun Potansiyel Enerjisi

Kolun j.ninci bağlantısının yerçekim alanı içindeki potansiyel enerjisi P_j , bağlantının kütlesi m_j 'ye, yerçekim ivmesi g 'ye ve bağlantının kütle merkezi $r_{jc} = T_j p_{jc}$ 'ye bağlıdır. Böylece,

$$P_j = \bar{P}_j - m_j g^T T_j p_{jc}$$

ve

$$P = \bar{P} - \sum_{j=1}^n m_j g^T T_j p_{jc} \quad (12)$$

olur.

3.3. Eklem Kuvvetleri

Eklemlerdeki buru kuvveti; (7), (11) ve (12) eşitliklerinden

$$F_j = \sum_{k=1}^n \left[\sum_{m=1}^n \text{tr} \left(\frac{3T_j}{\partial Q_k} J_j \frac{3T_j^T}{\partial Q_m} \right) \dot{Q}_k \dot{Q}_m \right. \\ \left. + \sum_{m=1}^n \text{tr} \left(\frac{\partial^2 T_j}{\partial Q_k \partial Q_m} J_j \frac{9T_j^T}{\partial Q_i} \right) \dot{Q}_k \dot{Q}_m \right] \\ - m_j g^T \frac{9T_j}{3Q_k} p_{jc} \quad (13)$$

olarak elde edilir. Bu bağıntılar topluca

$$F = (F_1, \dots, F_n)^T = H \dot{Q} + C \dot{P} + G \quad (14)$$

matris denklemi gösterilebilir. Burada H, C matrisleri ile G vektörünün öğeleri

$$h_{ik} = \sum_{j=1}^n \text{tr} \left(\frac{3T_j}{\partial Q_k} J_j \frac{3T_j^T}{\partial Q_i} \right)$$

$$c_{ik} = \sum_{m=1}^n \sum_{j=1}^n \text{tr} \left(\frac{3T_j}{\partial Q_k \partial Q_m} J_j \frac{3T_j^T}{\partial Q_i} \right) \dot{Q}_m \quad (15)$$

$$G_i = - \sum_{j=1}^n m_j g^T \left(\frac{\partial T_j}{\partial Q_i} \right) p_{jc}$$

olarak tanımlanmışlardır.

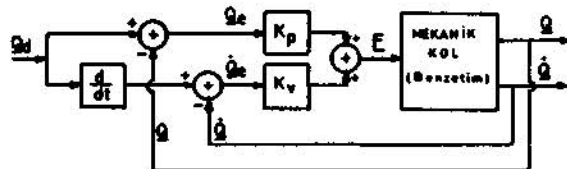
Denklem (14) robotik yazınında Uicker/Kahn biçimli Lagrange denkliği olarak adlandırılır (2). Bu denklem genel olması ve toplu yapısıyla bilgisayar benzetimine çok elverişlidir. Denklemin Runge Kutta yöntemi ile sayısal olarak çözülebilmesi için yeniden biçimlendirilmesi gerekir.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} Q(t) \\ \dot{Q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Q} \\ H^{-1} (C)(F(t) - C(Q, \dot{Q}) - G(Q)) \end{bmatrix} \\ = f(X, t) \quad (16)$$

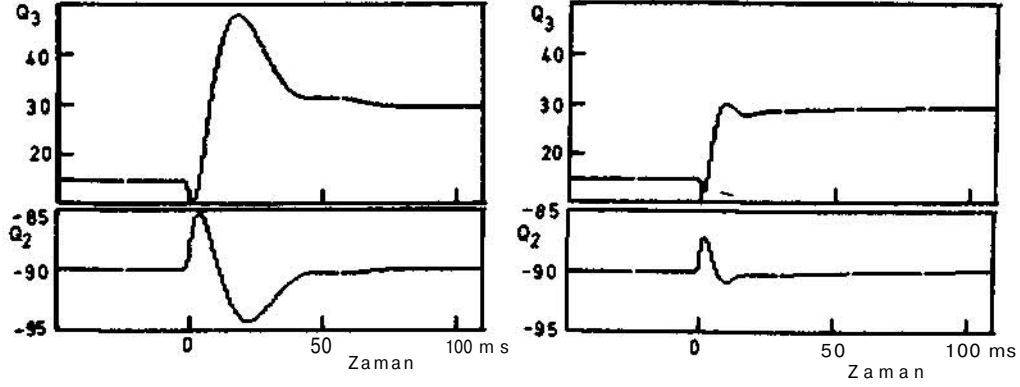
Çözümde $X_0 = (Q(t_0), \dot{Q}(t_0))$ başlangıç durumundan başlanmakta ve A 'lık ardışıklarla $F(t_j)$,

$F(t_{j+1}, y_2)$, $F(t_{j+1}, -)$ vektörleri kullanılarak $X(t_{j+1})$ elde edilmektedir.

Sunulan bağıntılar, CP/M işletim sisteminde çalışan COMPAS PASCAL derleyicisi ile programlanmıştır. Program 3 ana bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde Q kullanılarak T_j , $(3T_j/3Q_j)$, ve $J_j(9T_j/3Q_j)^T$ matrisleri bulunmaktadır. Bu bölüm mekanik kolun yapısına bağlıdır, ikinci bölüm, birincide elde edilen matrisleri kullanarak denklem (16)'daki $f(X, t)$ 'i hesaplamaktadır. H^{-1} ve C matrisleri ile G vektörü burada elde edilmektedir. Üçüncü bölüm Runge Kutta yöntemi ile bir ardışım sonraki 9 eklem açılarını, 9 açısız hızlarını hesaplamaktadır.



SEKİL 2. Sabit geribeslemeli birleşik servo denetimin blok gösterimi



ŞEKİL 3. Sabit geribesleme matrisleriyle elde edilen kapalı döngü basamak tepkeleri. Tepkeler yalnız 3. eklem açısı 15° değiştirilerek ($Q_d = (0^\circ, -90^\circ, 15^\circ)^T$ ten ($0^\circ, -90^\circ, 30^\circ)^T$ a) elde edilmiştir.

a. $p = 10\ 000$, $v = 200$ için; b. $p = 10\ 000$, $v = 400$ için;

4. BENZETİMİN SABİT KONUM VE HIZ GERİBESLEMELİ DENETİME UYGULANMASI

Sabit konum ve hız geribeslemesi, kolun eklem değişkenleri vektörü (O) ile istenen konumu (Q_d) arasındaki konum hatasının (Q_e) sabit K_p matrisi üzerinden; gerçek açısal hız (Q) ile istenen açısal hız (Q_d) arasındaki hız hatasının (Q_e)'da sabit bir K_v matrisi üzerinden eklem kuvveti olarak geribeslemesiyle oluşturulmuştur (Şekil 2.). Bu yöntemde K_p matrisi konum vektöründeki sapmayı, K_v ise kolun hareketinin sönümünü etkilemektedir. Benzetim uygulamasında K_p ve K_v 'nin seçimi için önce denklem (15)'te verilen sistem, O konumunda sabit hızlı bir yörünge ($O = 0$) üzerinde doğrusallaştırılmıştır. Doğrusallaştırma sonucu

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ H^{-1} \end{bmatrix} f \quad (17)$$

$$A_{22} = 0, \quad A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & x \end{bmatrix}$$

bulunmuştur. Denetleç tasarımının kolay gerçekleşmesi için, $A_{21} = 0$ varsayılmıştır. Böylece $K_p = pH$ ve $K_v = vH$ seçilerek kapalı döngü sistemin doğrusallaştırılmış denklemi

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -pI & -vI \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ H^{-1} \end{bmatrix} f \quad (18)$$

ve karakteristik denklemi ($d^2 + vd + p$)³ = 0 elde edilmiştir. Sistemde $d_1, \dots, d_6 = -100$ için $p = 10\ 000$, $v = 200$ ile uygulanan denetimin sonucunda, Şekil 3.a'daki basamak tepkisi bulunmuştur. Konumdaki salınımın söndürülmesi amacıyla v 400'e artırılmış ve $d_{1,2,3} = -375$, $d_{4,5,6} = -26$ yapılmıştır. Bu durumda elde edilen basamak tepkisi Şekil 3.b'de görülmektedir. Bu geribesleme matrisleri için basamak tepkesindeki taşmanın uygun düzeye indiği gözlenerek sonuç yeterli bulunmuştur.

SONUÇLAR

Lagrange bağıntılarını kullanarak birçok bağlantıdan oluşan bir mekanik kolun dinamik benzetimi için bir bilgisayar programı yazılmıştır. Benzetim programı, "Micromover" robot kolun üç bağlantısına uygulanmıştır. PASCAL ile yazılan program CP/M işletimli mikrobilgisayarlarda bir ardışım için 25 saniye gerektirmektedir.

Benzetim programı, kolun sabit konum ve hız geribesleme matrisli servodenetimine uygulanmış; değişik konum ve hız geribesleme matrisleri için kolun basamak tepkisi elde edilerek, tepkede taşmaya yol açmayan uygun sabit geribesleme matrisleri elde edilmiştir. Geribesleme matrisleri kolun konumuna bağlı olduğundan, ilerideki aşamalarda bu matrisleri konum ve yüke uyarlayabilecek uyarlamalı denetim yöntemlerinin denenmesi düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

- (1) Paul, Richard P. Robot Manipülatorü, pp 157-195. MIT Press, USA 1982.
- (2) I. Brady, Michael. Robot Motion. pp 50-64. MIT Press, USA 1982.
- (3) ö. Hüseyin, E. Sezer. Elementary Matrix Algebra and Differential Equations. pp 248-250, Kalite Matbaası, Ankara, 1975.
- (4) Koivo, Antti J. "Adaptive Linear Controller for Robotic Manipulators". IEEE Tr. Automatic Control, Vol AC-28, No:2. pp 162-171, 1983.