MATEMANTIK

Değerli Maiemantıkçılar,

Geçtiğimiz sayıdan bu yana elimize sekiz Matemantıkçının mektubu ulaştı. Bu çözümlerden doğru olanları gönderenlerin listesi şöyle: 45. sorumuza Sayın Semir ÇİÇEK (Seydişehir) ve Sayın Veli YALIN (Konya); 46. sorumuza Sn. Zeki ÜNVER (İsparta) ve Sn. S. ÇİÇEK; 47. sorumuza Sn. Mehmet TERECİ (Diyarbakır), Sn. Abdülkadir TOZLU (İstanbul), Sn. M. Sedat ALPAKUT (Samsun) ve Sn. V. YALIN doğru çözüm göndermişler. Doğru olan bu çözümler dışında, Sn. Osman TÜRKKAN'ın (Kırşehir) Sn. V. YALIN'ın ve Sn. Ayşe İMAMOĞLU'nun (Trabzon) 46. sorumuza; Sn. ATOZLU'nun ve Sn. M. TERECİ'nin 44. sorumuza ve yine Sn. A. İMAMOĞLU'nun 47. sorumuza gönderdiği çözüm önerileri de elimize ulaştı.

Sorularımızı doğru olarak çözmüş bulunan Matemantıkçılara gönderdiğimiz bu ayki kitap ödülü ise İletişim Yayınları'nın Cep Üniversitesi Serisinden yayınlanmış bulunan ve Francis BALLE ve Gerard EYMERY'nin yazmış olduğu "Yeni Medyalar" başlıklı kitap.

Sn. V. YALIN'ın ve Sn. Z. ÜNVERin göndermiş olduğu güzel Matemantık sorularını önümüzdeki sayılarda değerlendireceğiz. Kendilerine teşekkür ediyor, yeni soru önerilerinizi bekliyoruz.

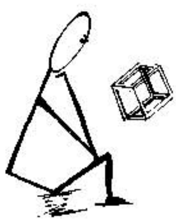
Sayfamızı izleyen ve ilgilerini esirgemeyen sizlere, ilginiz ve katkılarınız için teşekkürler.

Sunabildiğimiz soruları çeşitlendirmek ve sizlerle daha etkili bir diyalog ortamı kurabilmek amacı ile MATEMANTIK sayfamızın içinde, "MATEMANTIK SOHBET" başlığı altında bir köşe başlatmaya karar verdik. Bu köşede de mantık, zeka ve buluş yeteneği ile çözülebilecek bilmece/bulmaca çeşitleri ele alınacak ve bu konularda göstereceğiniz olası tepkilere de yer verilecektir. Dediğimiz gibi amacımız, siz Matemantıkçılarla diyalog kurmak ve konularımızı çeşitlendirmek.

Kimi zaman, ilginç olan bilimsel makale, kimi zaman bilgisayar programlama problemleri, kimi zaman oyun konusunda söyleşiler, tartışmalar yer alacak "Sohbet" köşemizde.

İlginizi, tepkilerinizi, MATEMANTIK SOHBET köşemizde bulmayı arzu ettiğiniz konulan belirten isteklerinizi, yeni çözüm önerileri ve soruları da içeren mektuplarınızı bekliyoruz.

MATEMANTIK SOHBET



Sevgili Matemantıkçılar,

Elektrik Mühendisliği Dergisi'nin 357. sayısından başlayarak 27 sayıdır (3.5 yılı aşkın bir süredir) sizlerin de katkılarıyla hazırladığım Matemantık köşesini bu sayıdan başlayarak Necatı BUYÜKDURA'yla birlikte hazırlayacağım. Sn. BÜYÜKDURA'nın katkılarıyla Matemantık sayfalarını genişletiyor ve çeşitlendiriyoruz. Önceden olduğu gibi bundan sonra da siz değerli Matemanükçılann görüş, öneri ve katkılarınızı bekliyoruz.

Sn. BÜYÜKDURA'yı köşemize düzenli olarak gönderdiği çözümleri ve özgün Matemantık sorularıyla tanıyorsunuz aslında. Ben, bu sayfalarda, bir kez daha kendisinin ülkemizin en önemli "Matemantık sorusu üreticilerinden birisi" olduğunu ve özgün çalışmalarının Türkiye sınırlan dışında da yankı yaptığını vurgulamak ve bu mütevazi köşemizi birlikte hazırlama önerimize olumlu yanıt vererek bizleri onurlandırdığı için sizlerin adına kendisine teşekkür etmek istiyorum.

M. Serhat ÖZYAR

SORU 51 — TERS PİSAGOR ÜÇLÜLERİ OLUŞTURALIM MI?

Arnon BONEH

$a^2 + b'^2 = c^2$ eşitliğini sağlayan üç pozitif a.b.c tamsayısını "ters (reciprocal) pisagor üçlüsü" olarak tanımlayabiliriz. (Örneğin 156, 65, 60 sayıları böyle bir üçlü oluştururlar).

Bu özelliğe sahip üçlülerden, toplamları (a+b+c toplamı) en küçük olanını bulunuz.

SORU 52 — ÇOMAR'IN DÖRT GÜNÜ

Necah BÜYÜKDURA

Çomar, Göl kenarındaki beş yazlık evin koruyucusu olan bir bekçi köpeğidir. Bu evler, birbirlerine bitişik ve alçak çitlerle ayrılmış birer bahçe içindedir. Çomar'm kulübesi, 1. evin yanında idi. Evlerden birine gitmek için aradaki evlerin bahçelerinden geçiyordu. Örneğin, 3. eve gitmek için, 1. evin bahçesine girip oradan 2. evin bahçesine ve oradan da 3. evin bahçesine geçiyordu. 4. evin bahçesinde iken, 1. evde olan birisi Çomar'ı çağırsa, 3. ve 2. evlerin bahçelerinden geçip 1. evin bahçesine giriyordu.

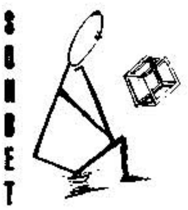
Her sabah, evlerin birinden, biri çıkıp Çomar'ı çağırır, ona yiyecek verirdi. Biraz sonra başka bir evden Çomar'ı çağırıp yiyecek verirler ve kısa aralıklarla diğer evlerden de onu çağırıp yiyecek verirlerdi. Bu süreç her gün tekrarlanır ve Çomar ona verilen son yemeği bitirdiğinde, oracıkta uzanıp bir güzel uyku çekerdi.

Son dört gün içinde 2 ilginç rastlantı oldu. ŞÖYLE Kİ:

1. Bu beş evde oturanlar, her gün DEĞİŞİK BİR SIRAYLA Çomar'a yiyecek verdiler.

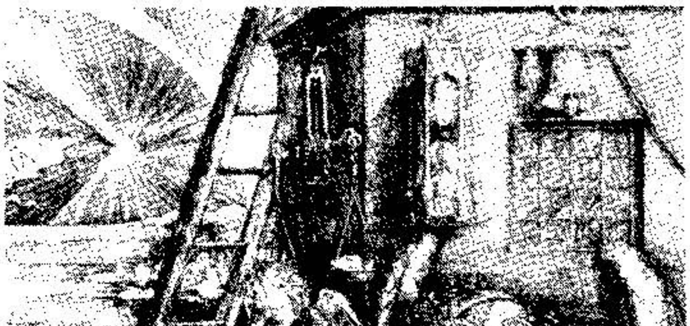
2. Çomar'ın her sabah, verilen yemekleri yemek için yaptığı gidiş-gelişler sırasında, her bahçeye kaç kez girdiğini veren SAYI, (her ev için) FARKLIYDI.

MATEMANTİK — SIHIRLI KARELER



Matemantık türünden bilmece/bulmaca alanında yaygın olarak "sihirli kare" adıyla bildiğimiz bulmacalar, l'den n^2'ye kadar olan tamsayıların n x n boyutlarında bir kare şeklinde yerleştirilmesiyle elde edilir. Karenin her satırında, her kolonunda ve iki köşegeninde yer alan sayıların toplamlarının hep aynı olması kuralı geçerlidir. Sabit toplamın $1/2\, n(n^2+1)$'e eşit olduğu bellidir. Sayıların l'den başlaması gerekmez. Karenin kenarı n ise, n^2 sayıda elemanı olan herhangi bir aritmetik dizinin sayılarıyla da sihirli kareler yapılabilir. Aşağıda, 4. ve 5. dereceden sihirli kareler için ikişer örnek verilmiştir.

Sihirli karelerle uğraşmanın tarihi epey eskidir. Hiristiyanlıktan önceki çağlarda, Çinlilerin sihirli kareler ürettikleri biliniyor. Çin kaynaklı olan sihirli kareler, 15.ci yüzyıl başlarında İstanbul'da (Constantinople'da) yaşamış Bizanslı Moschopulus tarafından Avrupa'ya tanıtıldı.



Albert DÜRER Melancholy (1514)

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

ŞEKİL 1 *U4

15	10	3	6
4	[illegible]	16	9
14	11	2	7
1	8	13	12

ŞEKİL 2.

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

ŞEKİL 3. f1-5

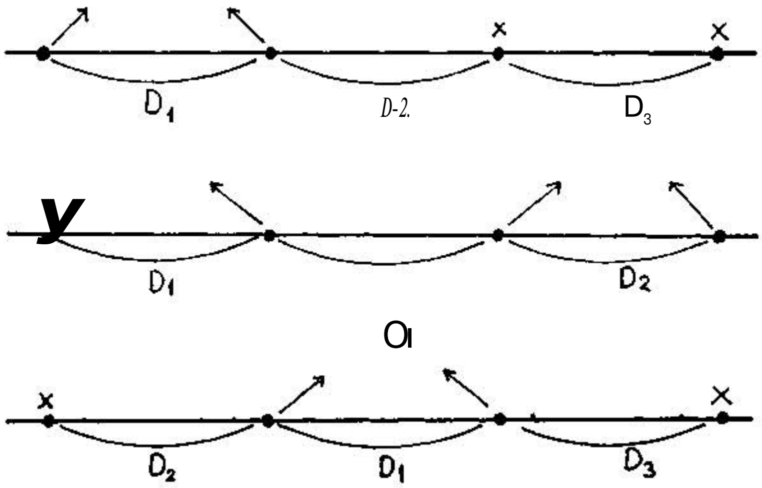
31	43	00	12	24
42	04	11	23	30
03	10	22	34	41
14	21	33	40	02
20	32	44	01	13

ŞEKİL <N . 5

Son dört günün her birinde, bu h ş evde oturanlar, HANGİ SIRA İLE, Çomara yiyecek vermiş olabilirler?

ÇÖZÜM 44 TELGRAFIN TELLERİNE KUŞLAR MI KONAR?

John HERBERT



Dört kuşu ayıran uzaklıkların D_1, D_2 ve D_3 olduğunu varsayalım. ($D_1<D_2<D_3$). Kendisine bakmakta olan komşusuna bakan kuşları oklarla gösterelim. Oklarla gösterilmeyenlere de x (çarpı) işareti koyalım. Buna göre, soru "rasgele seçilen bir kuşun okla temsil edilme olasılığfnı

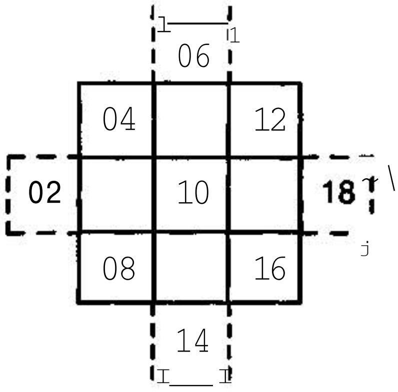
Ünlü Comelius Agrippa (1486-1535), astrolojinin uğraş konusu olan 7 gök cismi Güneş, Merkür, Ay, Venüs, Mars, Jüpiter ve Satürn'e izafe ettiği, 3'den 9'a kadar derecelerden) 7 tane sihirli kare düzenledi.

Orta çağlarda dünyayı dehşetli korkulara düşüren veba salgınlarında, gümüş plaka üzerine kazılmış sihirli karelerin, vebaya karşı koruyucu etkisi olan "MUSKA" niteliğinde olduklanna inanılırdı.

Ünlü Alman ressam ve gravürcü Albert DÜRER'in 1514'te yaptığı. "Melancholy" isimli gravüründe (yukarda, şekil l'dekinin aynı olan) bir sihirli kare bulunmaktadır. Alt sıranın ortasında (15) ve (14) sayıları, gravürün yapım tarihi olan 1514 yılını simgelemektedir.

Sihirli karelerin matematiksel analizleri, 17. yüzyılda Fransa'da başlamış, izleyen dönemlerde giderek yaygınlaşmış ve "StHIRLÎ KARELER" oluşturmak için izlenecek olan yöntemler, (karelerin kaçıncı dereceden olduklanna bağlı olarak) saptanmış ve tanımlanmış bulunmaktadır.

Yukanda ilk paragrafta, aritmetik dizilerin ardışık elemenlanndan (örneğin: 2,4,6,8.. gibi bir dizinin elemanlanndan) 3. dereceden bir sihirli



Şekil 5

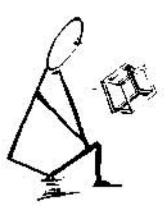
04	14	12
18	10	02
08	06	16

Şekil 6

karenin oluşturulmasıyla ilgili büyümemi, İsparta'dan Zeki ÜNVER göndermiş.

Şekil 5'de görüldüğü gibi, orta sıranın soluna ve sağına, orta sütununun da üstüne ve altına ek kareler ilave edilir, aritmetik dizinin elemanlan (şekildeki gibi), sırayla çaprazlama

HATEIMNTIK



olarak yerleştirilir. Eklenen (çıkıntılarda yer alan) karelerdeki sayılar, "KARŞILARINDAKİ BOŞ KARELERE" yazılınca çözüm bulunmuş olur (Şekil 6). N=3'ten büyük derecelerde "SIHÎRLÎ KARE" oluşturma yöntemlerinin biraz daha karmaşık olduğunu, bu konudaki başka bir SOHBET yazısında göreceğiz.

Sihirli kareler sadece aritmetik dizilerin ardışık elemanlarıyla sınırlı değildirler. Ardışık olan (veya olmayan) asal sayılardan oluşturulmuş pek çok örnek vardır. Bunlar arasında, ilginç olan bir kaç örnek aşağıda sunulmuştur.

8. ve 9. şekillerdeki sihirli karelerde asal sayılar kullanılmıştır. Bunların ilginç özelliği, 107'den 457'ye kadar olan 61 tane ardışık asal sayıyı, 25+36=61 olarak iki gruba ayınp, 1. grupta, 107'den 239'a kadar olan 25 ardışık asal sayı ile 5. dereceden sihirli kare yapılabilmiş olması ve üstelik geriye kalan, 2. gruptaki, 241'den 457'ye kadar ardışık asal sayılarla da, 6. dereceden bir sihirli kare yapılmış olmasıdır. Bu ilginç özelliği daha da ilginç yapan bir şey

bulmamızı istemektedir. Dizilişin soldan veya sağdan olması birşey farkettirmeyeceğine göre, bu uzaklıkların dağılımında ve dört kuşun dizilişinde üç ayrı seçenek vardır. Bu seçeneklerin üçü de eşit olasılığa sahiptir. Şekilde bu üç diziliş seçeneği de gözükmektedir.

Her seçenekte dört kuştan toplam oniki kuş vardır. Bunlardan sekizi okla, dördü çarpıyla gösterilmiştir. Rasgele seçilen bir kuşun okla temsil edilme olasılığı ,fl 9

1_

b) (n-1) uzaklık olacaktır: D^ D_2, ... Dp^ uzaklık n tane kuşu ayıracaktır. S kümesi, (n-1) uzaklıkla ayrılabilecek n kuşun olabilecek dizilişlerini göstersin. Genelde, S içindeki olası dizilişlerin sayısı $\frac{(n-1)!}{2}$ olacaktır; bu dizilişlerdeki toplam kuş sayısı da

$\frac{n!}{2}$ 'dir.

Okla temsil edilenlerin sayısı için kuşlar arasındaki uzaklıklar anahtar teşkil eder. Okla temsil edilenlerin sayısını bulmak için kural şöyle özetlenebilir:

Dj uzaklığı yalnızca, D; kendisinden büyük uzaklıklara komşuysa bir çift ok üretir (oluşturur). Yapılacak bir analiz, S kümesinde kendinden büyük uzaklıklara komşu olan Di uzaklıklarının sayısının

$$\frac{(n-3)!}{2} \sum_{k=1}^{n-2} (k^2+k)$$

olduğunu gösterir. Bu ifade de ğ-in- nl dirgenebilir. Bu tür her uzaklık bir çift ok üreteceğine göre, S kümesindeki ok sayısı $n \geq 3$ koşuluyla ü! olacaktır. 3

Sonuçta, rasgele seçilen bir kuşun okla temsil edilme olasılığı, kuşların sayısından (n'den) bağımsız olarak

$\frac{n!/3}{n!/2} = \frac{2}{3}$ olacaktır.

Not: Bu sorumuza ilişkin çözüm gönderen Matemantıkçılar, sorudaki "her kuş, kendisine en yakın olan kuşa (komşusuna) dönüp baktığına göre" ifadesinin "kendisine en yakın olan" kısmını dikkate almadan soruyu çözmüşler ve istenen sonucu elde edememişlerdir. Bu, göreli olarak zor sorumuza çözüm gönderen tüm Matemantıkçılara uğraşlarından ötürü teşekkür ediyoruz.

daha var: 107'den 457ye kadar olan 61 tane ardışık asal sayıdan önce gelen (37 ile 103 aralığındaki) 16 ardışık asal sayı ile de 4. dereceden sihirli kare (şekil 7) yapılabilmesidir.

A.W. Johnson, Jr.'e göre, ardışık asal sayılar ile yapılabilecek en küçük boyutlu sihirli kare 4. derecedendir. Bunlardan dört tanesi bilinmektedir. Bilinen bu dört tane sihirli karenin biri şekil 7'de, bir diğeri de şekil 10'da gösterilmiştir. Ardışık 9 asal sayı ile 3. dereceden sihirli karenin olup olamayacağı bilinmemektedir.

Asal sayılarla yapılan sihirli kareler arasında çok ilginç olan bir başka örnek, şekil 11'de görülüyor. Çok sayıda olan 4 basamaklı asal sayıların, ardışık olmayan 64 tanesi ile yapılan bu sihirli karenin bir özelliği iç içe konulmuş üç ayrı sihirli kareyi içeriyor olmasıdır. 64 asal sayının hepsini kullanarak 6. dereceden sihirli kare yapılmıştır. Dış kenarlar boyunca yer alan çerçeve durumundaki 28 birim kareyi atarsak, içte kalan (6x6'lık) kare ise, 6. dereceden bir sihirli karedir. Bu karenin de dış kenarlarında yer alan 20 sayıyı atarsak, en içteki (4x4'lük) kare de bir sihirli karedir.

Bu ilginç sihirli karenin, yine çok ilginç olan bir başka özelliği var. Bu özelliğin ne olduğunu bulabilir misiniz? ipucu olarak, 9500'ün sihirli bir sayı olduğunu, kulağınıza 30 kez fısıldayabilirim. Arayın, bulursunuz. Bol şanslar.

Bir başka "MATEMANTIK SOHBET"inde sihirli kareler konusuna yine döneceğiz. Çeşitli örneklerini ele alarak, karelerdeki "sihir"i irdeleyecek ve değişik türlerde "SIHİRLİ KARE" oluşturma yöntemlerini açıklayıp tartışmaya çalışacağız.

Necah BÜYÜKDURA

41	71	103	61
97	79	47	53
37	67	83	89
101	59	43	73

107	229	181	239	109
233	131	191	137	173
149	139	223	127	227
179	199	113	211	163
197	167	157	151	193

4943	4999	5003	4951
4933	4973	4969	5021
5011	4967	4987	4931
5009	4957	4937	4993

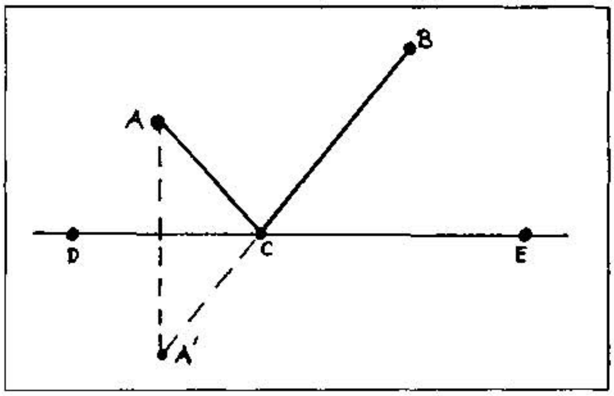
251	389	311	449	347	353
313	359	293	373	379	383
397	271	419	263	401	349
269	317	367	421	283	443
439	307	277	337	409	331
431	457	433	257	281	241

2621	2477	2039	1289	3251	1583	3533	2207
3257	1361	3491	2393	2333	2963	1709	1493
2609	1811	2837	2087	2687	1889	2939	2141
2777	2819	2753	1823	1223	3701	1931	1973
2351	2879	1049	3527	2927	1997	1871	2399
1283	2339	2861	2063	2663	1913	2411	3467
1559	3041	1259	2357	2417	1787	3389	3191
2543	2273	2711	3461	1499	3167	1217	2129

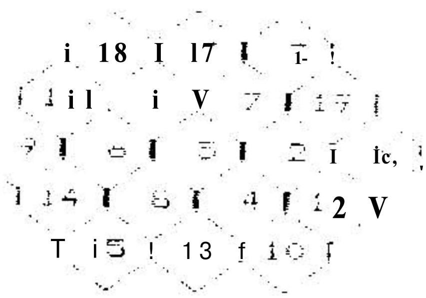
ÇÖZÜM 47 EN KISA YOL HANGİ NOKTADAN?

Aşağıdaki şekilde: (DE) doğrusunu "SİMETRİ EKSENİ" olarak düşünür-sek, (A)nın bu eksene göre simetriği (A') noktasıdır. (BA') doğru parçasının (DE) doğrusunu kestiği nokta (C) olsun.

(B) ile (A') arasındaki "EN KISA YOL", (BA') doğru parçası olduğuna ve -simetriden dolayı- (CA) - (CA') olduğuna göre, (C) noktası, istenilen noktadır.



ÇÖZÜM 48 SİHİRLİ PETEKLER



Not: 382. sayımızda yayınladığımız ve bize üyemiz Sn. Abdülkadir TOZLU'nun İstanbul'dan gönderdiği "Sihirli Petekler" başlığıyla sunduğumuz bu soruyla ilgili Sn. Necah BÜYÜKDURA bir uyarıda bulunarak, aynı sihirli peteklerin Cumhuriyet gazetesinin Bilim-Teknik Eki'nin 12 Mayıs 1990 tarihli 165. sayısında "Sihirli Altıgenler" başlığıyla yayınlandığını belirtti, öte yandan, yaptığımız araştırmada bu bulmacanın ilk defa İngiltere'de yayınlanmakta olan haftalık popüler bilim dergisi New Scientisfin 27 Ocak 1990 tarihli sayısındaki bulmaca köşesi ENİGMA'da 548. numaralı soruyla birlikte yayınlandığını bulduk. Soruyu hazırlayan ise ünlü Matemantıkçılardan Kenneth ARMSTRONG.

Köşemize Mektup gönderen Matemantıkçılara önemli not:

1) Çözüm gönderiyorsanız, hangi sayıda yayınlanan kaçıncı soruya gönderdiğinizi ve çözüm yolunuzu açıkça belirtiniz.

2) Soru önerisi yapıyorsanız, sorunun -eğer kendiniz hazırlamadıysanız ve kaynağını biliyorsanız- kaynağını ve açık bir şekilde ifade edilmiş çözümünü mektubunuza ekleyiniz. Eğer kendi yapıtınız ise böyle olduğunu açıkça belirtiniz.

3) Zarfın üzerine "Elektrik Mühendisliği Dergisi, Matemantık Köşesi" ibaresini mutlaka yazınız.

4) Hem zarfın üzerine hem de mektubunuza isminizi ve açık adresinizi mutlaka yazınız. Eğer EMO üyesi iseniz EMO sicil numaranızı eklemeyi unutmayınız.

5} Mektubunuza tarih atmayı ihmal etmeyiniz.

Metin
YAKAR

Odamız 10229 Sicil Nolu üyesi
Metin YAKAR'ı kaybetik.

AİLESİNE YAKINLARINA VE ODAMIZ
TOPLULUĞUNA BAŞSAĞLIĞI DİLERİZ.

M.Bülent
DAYIOĞLU

Odamız 4986 Sicil Nolu üyesi
M.Bülent DAYIOĞLU'nu kaybetik.

AİLESİNE YAKINURINA VE ODAMIZ
TOPLULUĞUNA BAŞSAĞLIĞI DİLERİZ.