ERKE-DURUM İŞLEVLERİ VE ÇOK-DEĞİŞKENLİ ELEKTROMEKANİK DİZGELERİN DEĞİŞİMSEL MODELLERİ

Necdet ŞEN

UDK: 621. 3. 01

ÖZET

Bu yazxda, karmaşık erke-durvm işlevleri kullanılarak elektromekanik dizgelerin kanonik matematik ve vektör-bağlaç çizgesi modellerini elde etmek için birleştirilmiş değişimsel bir yöntem verilmiştir.

SUMMARY

in this paper, by systematically using mixed energy-state functions a unified variational approach is given to determine canoniçal mathematical and vector-bond graph models nf electromechanical systems.

1. GÎRÎŞ:

Genel olarak, genelleştirilmiş devinik dizgelerin araştırılmasında başlıca iki yol vardır.

1. Düz yöntemler ve
2. Değişimsel yöntemler.

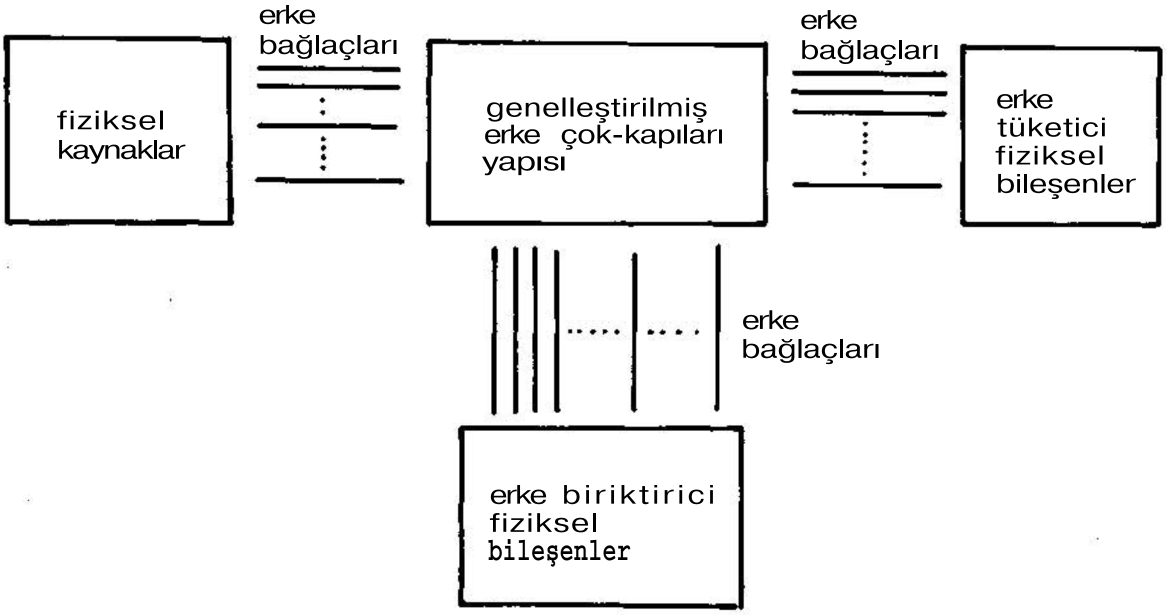
Genelleştirilmiş dizgeler devimbilim açısından, Paynter (*) göstermişti ki, bu her iki yöntem de dizge bileşenlerinin yapı özellikleri ve verilen dizgenin dokusuyla sıkıca ilgilidir. Düz yöntemler, klasik olarak, mekanikteki Nevton yasası ya da D'Alembert ilkesi ve elektroteknikteki Kirchoff yasaları ve sonraları da fiziksel benzeşim düşüncesiyle diğer pek çok devinik dizgelere de uygulanabilmiştir. Kelvin -Maxwell eski tür fiziksel benzeşimi ve Freston-Trent yeni tür (hareketlilik) benzeşimi benimsenmekle düz yöntemler, çok değişkenli devinik dizgelere, akış ve çaba-güç değişkenleri kullanılarak dizgelerin doğrusal çizge modelleri yardımıyla (dokusu) bugün de birçok toplu bileşenli dizgeler için kullanılmaktadır ([2]). Her ne kadar düz yöntemlerde pek çok devinik dizgenin araştırılabilmesi olanakları varsa da, toplam çözüm (tek adımda çözüm) ve özellikle karmaşık yapılı çok-değişkenli devinik dizgeleri inceleyebilme yönünden kısırdır.

Dr. M. Necdet Şen, Karadeniz Teknik Üniversitesi ve Massachusetts Institute of Technology.

Bununla birlikte bazı yazarlar ([3]) karmaşık fiziksel yapılı devinik sistemlerin düz dokusal yöntemlerle çözümlenmesinde diretmişlerdir. Bu yazarlar böylesi dizgelerdeki alt-dizgeleri birer fiziksel bileşen gibi düşünerek "uç-çizge" kavramından yararlanmışlardır. Birçok doğrusal durumlarda gerçekten yararlı olan bu dokusal yöntemin uygulanmasında çoğu zaman güçlükle karşılaşılır. Dizgedeki her bir alt ayrı erke domenindeki yapıların birbirlerinden yalıtılmaları ve ayrı ayrı uç-çizgelerinin araştırılması gerekir. Öte yandan bazı fiziksel dizgelerin tam olarak doğrusal çizgelerle modellendirilememeleri ve verilen karmaşık bir dizgedeki alt ayrı erke domenleri arasındaki bağlaşımın çizgelerle modellendirilme güçlükleri bu türlü bir yöntemin kullanılma olanaklarını sınırlar. Böylece araştırıcı yine geri dönerek, fizikteki erke okuluna başvurmakla, fiziksel erkenin genelliği ve çeşitli fiziksel durumlara dönüşebilme özelliği ve sakinimi özelliklerinin sağladığı nicel olanaklara kavuşmuş olur. Bu düşünce ile yine çözümsel değişimsel mekaniğin sağladığı Lagrange / Hamilton denklemleri ve onların çözümsel esnekliğinden yararlanarak değişimsel hesap kolaylığından yararlanmış oluruz. Özellikle, erke-durum işlevlerinin dizgedeki erkenin fiziksel farklılığını gözönüne almaksızın Hamilton ilkesi ya da benzeri bir başka değişimsel hesap yöntemiyle ('*) tek adımda verilen karmaşık çok-değişkenli devinik dizgenin matematik modeli bulunabilir.

2. ELEKTROMEKANÎK DİZGELER VE ERKE - DURUM İŞLEVLERİ:

Bilindiği gibi elektromekanik dizgeler fiziksel erkeyi bir fiziksel domenden diğerine çeviren düzeneklerdir. Genellikle toplu bileşenli fiziksel yapıları olduğu gibi bazen dağınık bileşenli fiziksel yapıları da içine alabilirler. Böyle dizgeler genel olarak Şekil 1'de görüldüğü gibi bir fiziksel yapıda olurlar.



Şekil 1. Genel bir fiziksel dizge

Şekil l'deki çizelgesel yapının açık olarak düşünülmesiyle, fiziksel bileşenler arasındaki erke/güç alışverişi düşüncesi üzerine dayanan genelleştirilmiş bir "dizge dokusu" kurulabilir. Bu düşünce gerçekten 1961'de M.I.T.'den Henry M. Paynter tarafından bulunan ve kendi adını verdiği '\>ağlaç çizgesi (bond graphs)" yöntemi ile gerçekleştirilmiş ve bugün çağdaş denetim ve dizge kuramı yazınına sağlam bir biçimde yerleşmeye başlamıştır (*2*15). Bağlaç çizgeleri dizgedeki fiziksel bileşenler arasında erke/güç alışverişine dayanan bir doğrusal yapısı olup bir çeşit doğrusal çizge (ya da Euler çizgesi)dir ve akış çizgeleri ve öbek çizgeleri gibi yalın işlemsel çizgelere kolaylıkla çevrilebilir. Öte yandan çok-kapılı yapısı nedeniyle de kolaylıkla bağlaç çizge denklemlerinin yazılmalarıyla sayısal ve işlemsel özelliği nedeniyle de örneksel bilgisayarla benzetim yapabilme olanaklarını vermiş olur.

Şekil l'e bakıldığında görülür ki erke ve güç dengesi denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$H + W_q + W_k = \text{değişmez}$$

$$\frac{dH}{dt} + P_q + P_k = 0 \qquad (1)$$

Gerçekten, (1) denklemleri, Şekil l'deki fiziksel dizge yapısı için birtakım dokusal bağıntıların güç/erke alışverişi düşüncesi gerçekleşmek üzere sağlanabileceği fikrini verir. Bu çözümsel olarak dizge değişkenleri türünden Telieğen teoremi ve dizge dokusu olarak da bağlaç çizgeleri ile gerçekleştirilebilir. Açıktır ki her iki yöntem de akış ve çaba değişkenleriyle geliştirilebilir. Bu değişkenler genel olarak devinik dizge değişkenleri uzayında bir durum-tetrahedronu (*) biçiminde bir-r birleri arasındaki işlevsel bağıntıları da içine almak üzere modellendirilebilir (Şekil 2.1).

Bu çizgeden yararlanarak devinik dizge durum değişkenleri ve işlevleri genelleştirilebilir ve Şekil 2.2'de görülen erke-durum çizgesi çizilebilir. Bu çizgeden görülebildiği gibi dizge değişkenleri, Sekili' deki düşünce temel alınmakla işlevsel olarek modellendirilmiş olmaktadır. Çizgeden de görüldüğü gibi, erke-durum işlevleri ve fiziksel bileşenlerin yapı denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$L(T\ t) = T'(\dot{T}j) - iHv)$: Lagrange işlevi

"C'~t "^

$L'(v_L, \dot{V}) = U'(\dot{C}vç) - TC^)$: Tümler ^grange işlevi

$H(T_C, ^) = T(\backslash) " 1'(i\dot{c})$: Hamilton ^ levi

$H'(v_L, T_C) = T'(\dot{T}) + U'(\dot{v})$: Tümler Hamilton işlevi

(2)

ve

$f_p(v_t, T_{\dot{c}}) = 0$: Sığaç türünden fiziksel bileşen denklemleri

$f_L(v_L, J_{\dot{}}) = 0$: Endüktans türünden fiziksel bileşen denklemleri

$f_p(\hat{p}, \dot{l}) = 0$: Direnç türünden fiziksel bileşen denklemleri

f (v T) = 0 : Bellekli direnç türünden
-TP-L'-C/ (3) fiziksel bileşen denklemleri ([5])

Bununla birlikte elektromekanik dizgelerde durum biraz farklıdır ve dizge değişkenleri uzayının ve dizge bileşenlerinin nicel yapısı elektromekanik erke-dönüştürücüleri nedeniyle Şekil 3'de görülen duruma gelir. Bu duruma göre elektromekanik dizgelerde elektromekanik dizge bileşenleri mekanik konum ve elektrik erke-durum deiîklemlerinin işlevi olarak tanımlanırlar. Şekil 3'deki gibi elektromekanik alanda biriken elektrik ve mekanik erke-durum işlevleri, birbirleri arasındaki işlevsel bağlantılar (Legendre dönüşümleri), zaman türevleri ve durum-gradyenleri yardımıyla bakışımlı işlevsel bir akış çi'zgesiyle sistematik olarak gösterilmiştir.

Elektromekanik alanda biriken erke-durum işlevleri aşağıdaki gibi integral biçiminde yazılabilirler:

$$U_{em}(x,Q) = \int_{0}^{x}\int_{0}^{Q} \{\langle f(x,H),dx\rangle + \langle e(x,n),dn\rangle\} \quad (4.a)$$

$$T_{em}(x,\psi) = \int_{0}^{x}\int_{0}^{\psi} \{\langle \ldots \rangle + \langle \ldots \rangle\} \quad (4.b)$$

Bu işlevlerin diferansiyelleri alınacak olursa,

$$dU_{em}(x,n) = \langle f(x,o),dx\rangle + \langle e(x,a),dn\rangle \quad (5.a)$$

$$dT_{em}(x,\psi) = \langle f(x,\psi),d\psi\rangle + \langle i(x,\psi),d\psi\rangle \quad (5.b)$$

bulunur ve $\underline{x}$, $\underline{q}$ ve $\underline{\Psi}$ ye göre türevleri şöyle olur:

$$\frac{\partial U_{em}}{\partial \underline{x}} \qquad\qquad (6.a) \qquad\qquad \frac{\partial T_{em}}{\partial \underline{x}} = \underline{f}(\underline{x},\underline{\Psi}) \qquad (6.c)$$

$$\frac{\partial U_{em}}{\partial \underline{q}} = \underline{e}(\underline{x},\underline{q}) \qquad (6.b) \qquad\qquad \frac{\partial T_{em}}{\partial \underline{\Psi}} = \underline{i}(\underline{x},\underline{\Psi}) \qquad (6.d)$$

Bu işlevler arasındaki bağlılıklar da Legendre dönüşümleri ile aşağıdaki gibi yanılabilir:

$$U'_{em}(\underline{x},\underline{e}) = \langle \underline{e}, \underline{q}(\underline{x},\underline{e})\rangle - U_{em}(\underline{x},\underline{q}(\underline{x},\underline{e})) \qquad (7.a)$$

$$T'_{em}(\underline{x},\underline{i}) = \langle \underline{i}, \underline{\Psi}(\underline{x},\underline{i})\rangle - T_{em}(\underline{x},\underline{\Psi}(\underline{x},\underline{i})) \qquad (7.b)$$

ve bu işlevlerin mekanik ve elektrik değişkenlere göre gradyenleri alınırsa,

$$\frac{\partial U'_{em}}{\partial \underline{x}} = \frac{\partial \underline{q}(\underline{x},\underline{e})}{\partial \underline{x}} \cdot \underline{e} - \frac{\partial U_{em}}{\partial \underline{x}} - \frac{\partial \underline{q}(\underline{x},\underline{e})}{\partial \underline{x}} \cdot \frac{\partial U_{em}}{\partial \underline{q}} \qquad (8.a)$$

$$\frac{\partial T'_{em}}{\partial \underline{x}} = \frac{\partial \underline{\Psi}(\underline{x},\underline{i})}{\partial \underline{x}} \cdot \underline{i} - \frac{\partial T_{em}}{\partial \underline{x}} - \frac{\partial \underline{\Psi}(\underline{x},\underline{i})}{\partial \underline{x}} \cdot \frac{\partial T_{em}}{\partial \underline{\Psi}} \qquad (8.b)$$

bulunur ve (6) denklemlerindeki sonuçlar (8)de yerlerine konulurlarsa,

$$\frac{\partial U'_{em}}{\partial \underline{x}} = -\underline{f}(\underline{x},\underline{q}(\underline{x},\underline{e})) \qquad (9.a) \qquad\qquad \frac{\partial T'_{em}}{\partial \underline{x}} = -\underline{f}(\underline{x},\underline{\Psi}(\underline{x},\underline{i})) \qquad (9.b)$$

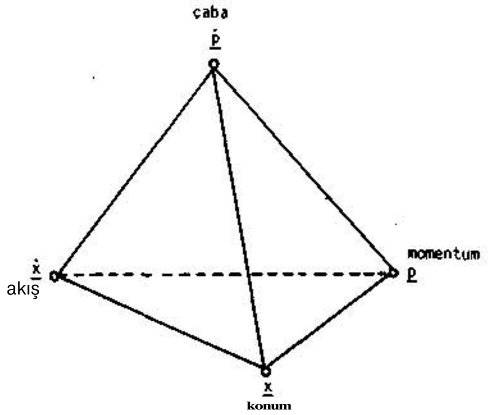
ve yine (7) denklemlerinden de,

$$\frac{\partial U'_{em}}{\partial \underline{e}} = \underline{q}(\underline{x},\underline{e}) \qquad (9.c) \qquad\qquad \frac{\partial T'_{em}}{\partial \underline{i}} = \underline{\Psi}(\underline{x},\underline{i}) \qquad (9.d)$$

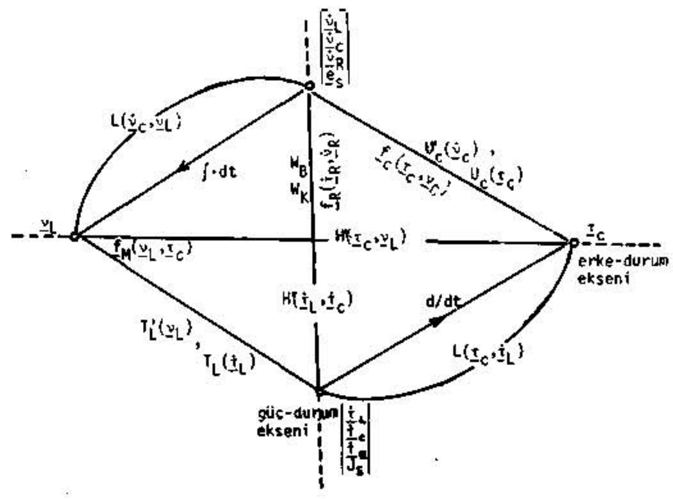
bulunurlar ki bunların hepsi Şekil 3'deki dizge durum-çizgesinde görülmektedir.

3. HAMİLTON İLKESİ VE DEĞİŞİMSEL HESAP:

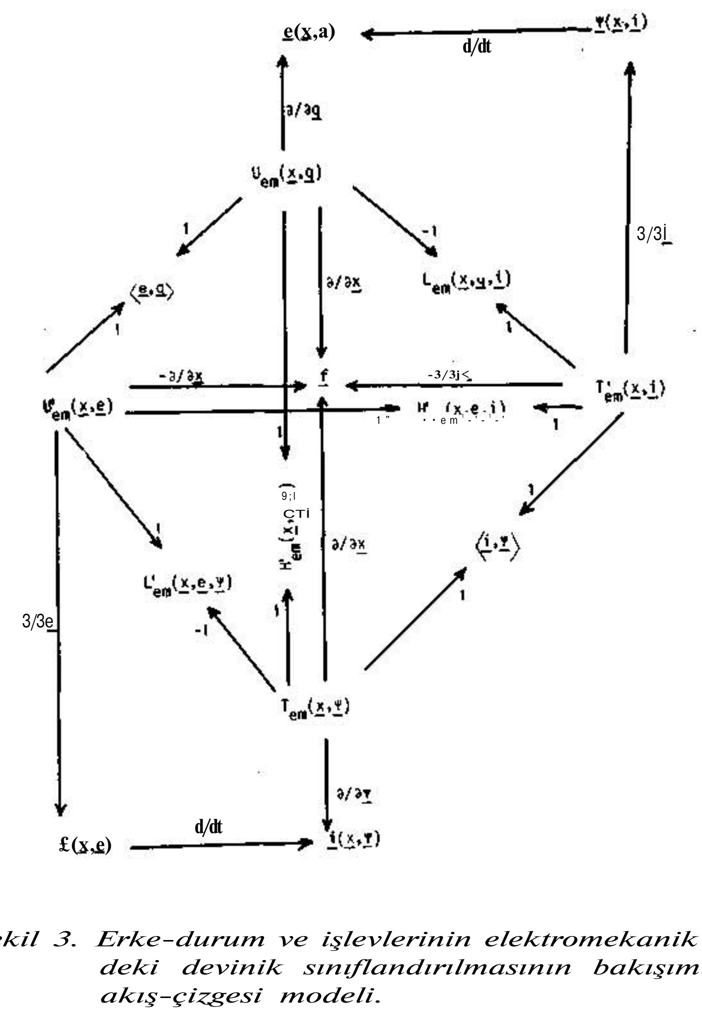
Elektromekanik dizgelerin matematik modellerini bulmak için birçok yazarlar ([6-8]) erke-durum işlevleri kullanarak düz yöntemleri kullanmışlardı. Biz de burada, karmaşık yapılı dizgelerin değişimsel hesap yöntemleri ile modellerini araş-



Şekil 2.1. Devinik durum-tetrahedronu (Paynter)



Şekil 2.2. Genelleştirilmiş devinik durum-tetrahedronu



Şekil 3. Erke-durum ve işlevlerinin elektromekanik dizgelerdeki devinik sınıflandırılmasının bakışımlı işlevsel akış-çizgesi modeli.

tırmak olan eski çalışmalarımız dizisinden ([9–12]) olmak üzere elektromekanik dizgelerin değişimsel yöntemler yoluyla modeli sorununu yukardaki dizge değişkenleri uzayı açısından ele alabiliriz. Değişimsel hesabın birleştirici çözümsel özelliğinden dolayı bu yol daha açık, sağlam ve kolaydır. Şekil 3' den biliyoruz ki elektromekanik dizgelerde elektrik ve magnetik alanda biriken erke-durum işlevleri karmaşık değişkenlerden oluşmuşlardır. Böylece klasik anlam bakımından potansiyel ya da kinetik erke gibi düşünülebilirler, dolayısıyla da bunlar türünden Hamilton ilkesi aşağıdaki gibi iki türlü yazılabilir:

$$\int_{t_1}^{t_2} \{\delta((T'_m(\underline{v}) - U_m(\underline{x}) + T'_{em}(\underline{x},\underline{i}) - U_{em}(\underline{x},\underline{q})) - \langle \underline{f}_k, \delta\underline{x} \rangle + \langle \underline{e}_q, \delta\underline{q} \rangle\} dt = 0 \qquad (10.a)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \{\delta((T'_m(\underline{v}) - U_m(\underline{x}) + U'_{em}(\underline{x},\underline{e}) - T_{em}(\underline{x},\underline{\lambda})) - \langle \underline{f}_k, \delta\underline{x} \rangle + \langle \underline{i}_q, \delta\underline{\lambda} \rangle\} dt = 0 \qquad (10.b)$$

Bu değişimsel işlevsel dizinlerdeki son iki terim dizgenin sakınimli olmayan görüntü-iş terimleridirler ve Hamilton ilkesi burada sakınımsız genel durumlar için yazılmıştır. Görüldüğü gibi elektromekanik dizgenin sakınımlı parçasının Lagrange işlevi aşağıdaki gibi iki türlü yazılmış olmaktadır ki, gerçekte bu biçimde yazılmakla (10.a) ve (10.b) denklemleri sırasıyla elektroteknikteki Kirchoff'un akım ve gerilim yasalarına denk olmuş olurlar.

$$L = (T'_m + T'_{em}) - (U_m + U_{em}) \qquad (11.a)$$

$$L = (T'_m + U'_{em}) - (U_m + T_{em}) \qquad (11.b)$$

Şimdi, (10) denklemlerinin birinci işlevsel değişimleri alınırsa (örnek olmak üzere birinciyi alalım, ikincisi de benzer olarak alınabilir),

$$\int_{t_1}^{t_2} \{\langle (-\frac{d}{dt}\frac{\partial T'_m}{\partial \underline{v}} - \frac{\partial U_m}{\partial \underline{x}} + \frac{\partial T'_{em}}{\partial \underline{x}} - \frac{\partial U_{em}}{\partial \underline{x}} - \underline{f}_k), \delta\underline{x} \rangle + \langle (-\frac{d}{dt}\frac{\partial T'_{em}}{\partial \underline{i}} - \frac{\partial U_{em}}{\partial \underline{q}} + \underline{e}_q), \delta\underline{q} \rangle\} dt = 0 \qquad (12)$$

ve

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T'_{em}}{\partial \underline{v}} - \frac{\partial U_m}{\partial \underline{x}} + \frac{\partial T'_{em}}{\partial \underline{x}} - \frac{\partial U_{em}}{\partial \underline{x}} - \underline{f}_k = 0 \quad \text{:mekanik değişkenlere göre,} \qquad (13.a)$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T'_{em}}{\partial \underline{i}} - \frac{\partial U_{em}}{\partial \underline{q}} + \underline{e}_g = 0 \quad \text{: elektrik değişkenlere göre} \qquad (13.b)$$

(burada elektrik parça kayıpsız olarak nitelenmiştir) bulunur. Yine (10.b) dizininden de aşağıdaki çifteş dizge denklemleri bulunabilir:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial U'_{em}}{\partial \underline{e}} - \frac{\partial T_{em}}{\partial \underline{i}} + \underline{i}_g = 0 \quad \text{: elektrik değişkenlere göre} \qquad (14.a)$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T'_{em}}{\partial \underline{v}} - \frac{\partial U_m}{\partial \underline{x}} + \frac{\partial U'_{em}}{\partial \underline{x}} - \frac{\partial T_{em}}{\partial \underline{x}} - \underline{f}_k = 0 \quad \text{: mekanik değişkenlere göre} \qquad (14.b)$$

Gerek (13) ve gerekse (14) denklemleri, elektromekanik dizgenin ikinci dereceden Lagrange vektör türevsel denklemidir. Bu denklemler evre değişkenleri yöntemi (dönüşümü) kullanılarak[3]) kolayca kanonik biçimlere (Kalman-1 ve -2 biçimi) sokulabilir ve böylece de örneksel ya da sayısal benzetimi yapılabilir. Ama böyle yapacak yerde doğrudan doğruya ve daha sağlam bir yolla kanonik durum modellerini elde edebiliriz. Bu yine klasik mekanikteki kanonik Hamilton denklemlerinin bu soruna uygulanışı ve daha genelleştirilmiş biçimi olacaktır. Bu amaçla Legenre dönüşümleri elektromekanik domende,

$$L\left(\begin{bmatrix}\underline{v}\\ \underline{e}\end{bmatrix}, \cdot\right) = \left\langle \begin{bmatrix}\underline{v}\\ \underline{e}\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}\underline{p}\\ \underline{q}\end{bmatrix}\right\rangle - H\left(\begin{bmatrix}\underline{E}\\ \underline{x}\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}\underline{q}\\ \underline{IL}\end{bmatrix}\right) \qquad (15)$$

olarak yazılır. Bu denklem eğer (10) değişimsel dizinlerinde yerlerine konursa

$$\int_{t_1}^{t_2}\left\{\delta\left(\left\langle \begin{bmatrix}\underline{v}\\ \underline{e}\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}\underline{p}\\ \underline{q}\end{bmatrix}\right\rangle - H\left(\begin{bmatrix}\underline{p}\\ \underline{x}\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}\underline{q}\\ \underline{\psi}\end{bmatrix}\right)\right) + \left\langle \begin{bmatrix}\underline{f}_k\\ h\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}\underline{x}\\ \underline{q}\end{bmatrix}\right\rangle\right\}dt = 0 \qquad (16.a)$$

elde edilerek, değişimsel hesabın dizge değişkenlerine göre sistematik alınışı kurallarına göre (15-16) aşağıdaki kanonik biçimler elde edilmek üzere (16) denklemi yeniden;

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\langle \begin{bmatrix} \left(-\dot{p} - \frac{\partial H}{\partial x} - f_k\right) \\ \left(-\dot{q} - \frac{\partial H}{\partial \Psi} + i_g\right) \\ \left(\dot{x} - \frac{\partial H}{\partial p}\right) \\ \left(\dot{\Psi} - \frac{\partial H}{\partial q}\right) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta \Psi \\ \delta p \\ \delta q \end{bmatrix} \right\rangle dt = 0 \qquad (16.b)$$

ve değişimsel hesabın özelliğinden dolayı bu işlevin integrantı sıfır olacağından,

$$\begin{aligned} -\dot{p} - \frac{\partial H}{\partial x} - f_k &= 0 \\ -\dot{q} - \frac{\partial H}{\partial \Psi} + i_g &= 0 \\ \dot{x} - \frac{\partial H}{\partial p} &= 0 \\ \dot{\Psi} - \frac{\partial H}{\partial q} &= 0 \end{aligned} \qquad (17)$$

ve yine (10.b)deki çifteş "değişimsel dizin için benzer işlemler yapılarak aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\begin{aligned} -\dot{p} - \frac{\partial H}{\partial x} - f_k &= 0 \\ -\dot{\Psi} - \frac{\partial H}{\partial q} + e_g &= 0 \\ \dot{x} - \frac{\partial H}{\partial p} &= 0 \\ \dot{q} - \frac{\partial H}{\partial \Psi} &= 0 \end{aligned} \qquad (18)$$

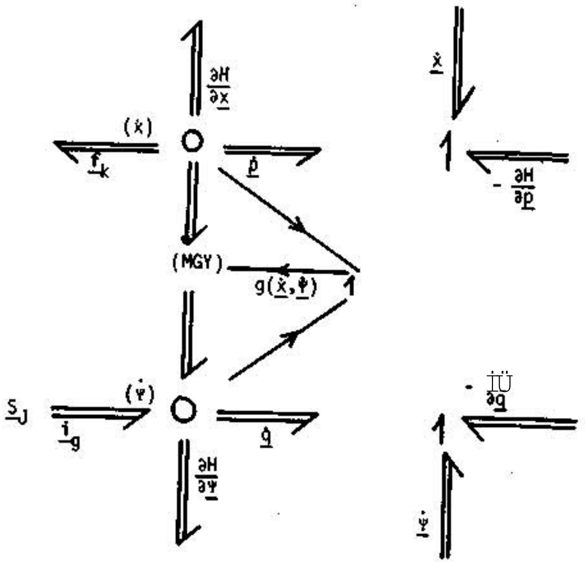
(17) ve (18) denklemleri birinci dereceden kanonik vektör-Hamilton denklemleri olup özellikle doğrusal-olmayan devinik dizgelerin durum modellerini elde etmede pek yararlıdır ve bilgisayar benzetimlemesinde çok kullanışlıdır. Bilindiği gibi bu denklemlerin çeşitli fiziksel ve matematik biçimleri bugün çağdaş denetim ve devinik dizgeler kuramı olduğu kadar çağdaş fiziğin birçok dallarında da başka başka amaçlar için kullanılmaktadır. Biz burada yalnızca elektromekanik dizgelerin matematik modellerinin elde edilmesinde kullanmış oluyoruz.

(17) ve (18) denklemlerinde elektrik kısımda direnç bileşenlerinin olmadığı düşünülmüştür. Dikkat edilirse yine bu denklemler ikinci derece vektör-Lagrange denklemleri, (13) ve (14) denklemlerinde olduğu gibi , yalnızca çevre Ve düğüm denklemleri olarak değil de, karışık biçimde yazılmaktadırlar. Bu özellik , klasik elektrik devreleri durum denklemleri yöntemleri ile bağdaşan bir özelliktir. (17) ve (18) denklemlerinde mekanik parçanın kanonik biçimi aynı kalmasına karşılık, elektrik parçanın biçimleri birbirlerinin çiftesi olmak üzere de akım/gerilim, geril im/akım denklemleri sağlanmak üzere yazılmış olmaktadırlar. Bu denklemlerde her ne kadar klasik biçimlerde Lagrange ve Hamilton erke-durum işlevleri kullanılmışsa da, yeni ve tek tür sakınımsız-Lagrange ve sakınımsız-Hamilton erke-durum işlevleri tanımlanarak t înzer yöntem geliştirilebilir. Böyle bir yöntem, daha önce erke-dönüştürücü bileşenler bulundurmayan devinik dizgeler için elde edilmişti^), buradaysa böyle bir yöntemin geliştirilmesiyle dizge modellerinin elektromekanik, magnetohidromekanik, elektrokimyasal vb. gibi karmaşık yapılı ve fakat erke-dönüşümü bulunduran fiziksel dizgeler için çok ilginç ve yeni sonuçlar bulunabileceğini söyleyebiliriz. Bu aynı zamanda, matematik olarak da, karmaşık yapılı işlevlerin Pontriyagin ve devinik programlama gibi ^eğişimsel hesap yöntemlerine dayanan optimizasyon sorunlarında yeni aşamalar yapacağı açıktır. Bu konu henüz yazında açık kalmış olan bir problem olup, böyle yapmakla geliştirilebilecek olan optimizasyon yönteminin fiziksel bakımdan değer taşıyacağı ortadadır.

4. KANONÎK DENKLEMLERİN VEKTÖR-BAĞLAÇ ÇİZGESÎ MODELLERİ*.

Paynter'in bağlaç çizgesi yöntemini bulması ile özellikle son yıllarda dizge ve denetim kuramındaki genelleştirilmiş dizgelerin modellerini bulma sorunu araştırılmalarında büyük bir aşamaya ulaşılmıştır. (!^) Gerçekte bir çeşit doğrusal çizge olan ve ama dizge bileşenleri arasındaki erke/güç alışverişi temeli üzerine dayanan bağlaç çizgeleri pek genel bir teknik olup, akış çizgeleri, öbek çizgeleri gibi klasik yöntemlerin yalnızca doğrusal durumlara uygulanabilme sınırlarını geride bırakmıştır. Öte yandan verilen bir devinik dizgenin bağlaç çizgesi doğrudan doğruya dizgenin erke/güç akış ve çaba değişkenlerinin dizge üzerindeki dağılımlarına bakılarak çizilebildiğinden akış ve öbek çizgelerinde olduğu gibi ayrıca birtakım çözümsel bağıntılar yazarak bunlar yoluyla adı geçen çizgelerin çizilmesi yoluna gitmeğe de gerek yoktur. Dizgedeki değişkenler bağlaç çizgesinde birlikte görüldüğü için, bağlaç çizgesi üzerindeki bağlantı yapıları (çok-kapılı yapı) denklemleri ve dizge bileşenlerinin yapı özellikleri yardımıyla dizgenin her türlü çözümsel modelleri (çevre, kesitleme, düğüm ya da durum denklemleri) bulunabildiğinden klasik devreler kuramında olduğu gibi bir yığın matris-vektör bağıntılar içinde boğulmağa da gerek yoktur ^»[1f]»»1[5]). Ayrıca akış çizgeleri, öbek çizgeleri arasında bire bir dönüşüm vardır ve böylece klasik yolla örneksel benzetim yapılabilindiği gibi doğrudan doğruya da sayısal bilgisayar dili de yazılabilir (ENPORT[16]). Biz bu bölümde, yeni bir kavram olmak üzere, "vektör-bağlaç"ı tanımlayarak, (17) ve (18) denklemlerini, skalar bağlaç çizgelerindeki erke-kapıları denklemlerini modellendirebiliriz. Böylece elde edebileceğimiz vektör-bağlaç çizgesi , kanonik Hamilton denklemlerini vereceğinden buna "Hamilton-bağlaç çizgesi" diyebiliriz ([17]), (Şekil 4).

Şekil 4'de görülmekte olan 0,1 ve MGY gösterilimleri bağlaç çizgelerindeki erke-çok-kapılarını göstermektedir. MGY, genelleştirilmiş (modüle edilmiş) giratör türünden erke bağlaşmalarını göstermektedir. 0, paralel-bağlantı (ya da 0- bağlantı: çaba değişkenleri değişmez) çok-kapılarını göstermektedir. Yine MTR diye bir genelleştirilmiş (modüle transformatör) çok-kapısı varsa da yukarıda ele alınan sorun için bu özellik görülmemektedir. Ayrıca SCIL'IL) ^a mödülasyon matrisini göstermektedir.



Şekil 4. (17) denklemlerinin kanonik vektör-bağlaç çizgesi: Hamilton bağlaç çizgesi

Açıktır ki, eğer istenitse (*3) ve (**•) vektör-bağlaç çizgeleri modellendirilebilir, buna da"Lagrange-bağlaç çizgesi" demek yerinde olur.

5. SONUÇ

Gerek sakınımlı dizgeler için daha önce değişimsel mekanikten bilindiği gibi ve gerekse çağdaş devinik dizgeler kuramında yapıldığı gibi ([9~12]) Hamilton ve Lagrange denklemlerinin çok değişkenli dizgeler için dokusal olarak vektör biçimde yazılmaları doğrusal olmayan karmaşık yapılı dizgelerin modelleri ve devinik davranışları için genel ve güçlü bir yoldur. Ancak çözümsel işlemlerin çok oluşu dikkat edilmesi gereken en önemli özelliktir. Böylece daha düzgün ve görüye dayanan yöntemlerin kullanılması diğer mühendislik dallarında olduğu gibi bizlerce aranan bir yoldur.
Yukarıda böyle bir yöntemin elde edilişi bağlaç çizgeleri ve değiş imsel hesap yöntemlerinin birlikte genelliklerinden yararlanılması yoluna gidilmiştir. İnanmaktayız ki böylece karmaşık yapılı genel devinik özellikteki dizgelerin modelleri sorunları dizgesel olarak çözülebilir.
Bir örnek olmak üzere bu yol, yukarıdaki yazıda elektromekanik dizgeler için geliştirilmiştir. Yöntemin özellikle bilgisayar benzetimleri için yararlı olacağı inancındayız.

SONSÖZ:

Yazar, M.I.T.'de bulunduğu sürece; gerek bu yazının hazırlanması ve gerek dizge ve denetim kuramında yapmış olduğu pekçok bilimsel verimli irdelemeler için bu konularda büyük uzman Prof. Henry M. Paynter'e ve ayrıca gereken maddi olanakların sağlanması yönünden de UNESCO / UNDP'ye teşekkürü borç bilir.

KULLANILAN GÖSTERİLİMLER:

H	:	Toplam biriken erke, Hamilton erke-durum işlevi
W_k, W_g	:	mekanik kayıp bileşenlerinin ve elektrik kaynakların görüntü-iş işlevleri
P_v, P_g	:	Mekanik kayıp bileşenlerinin ve elektrik kaynakların güç işlevleri
$\dot{p}$, p, $\dot{q}$, q	:	Klasik Lagrange genelleştirilmiş koordinatları
$\dot{v}$, v, $\dot{\tau}$, τ	:	Çaba ve akış değişkenleri ve integralleri
L, L^1, H, H^1	:	Lagrange, tümler-Lagrange, Hamilton, tümler-Hamilton erke-durum işlevleri
T, T^1, U, U^1	:	Kinetik, tümler-kinetik, gizil ve tümler-gizil erke-durum denklemleri
U_{em}, T_{em}, U_{em}, T_{em}	:	Elektrik ve magnetik alanda biriken gizil ve kinetik erke-durum işlevleri ve tümlerleri
e_g, i_g	:	Elektrik gerilim ve akım kaynakları
f_k	:	Mekanik kayıp bileşenleri kuvvet bileşeni
x, v	:	mekanik konum ve hız
q, ψ, p	:	Elektrik yük, kaçak akı ve mekanik momentum
δ	:	Değiş imsel hesap işleci
$<,>$	:	İki vektörün içsel çarpımı gösterilimi

KAYNAKLAR:

(1) *Paynter, H.M.,* Analysis and Design of Engineering Systems , M.I.T. Press, 1961.

(2) *Shearer, H.M.-Murphy, A.T.-Richardson, H.H.,* Introduction to System Dynamics , Addison-VJesley, 1971.

(3) *Koenig, H.- Blackwell, W.A.,* Electromechanical System Theory , McGraw Hill, 1961.

C*) *Pars, L.,* A Treatise on Analytical Dynamics , Heinemann, 1965.

(5) *Chua,* 1.0., "Memristor-the missing circuit element", IEEE Trans.on Circuit Theory, CT-18, 500-511, Eylül 1971.

(6) *White, D.C.- Ifoodson, H.H.,* Electromechanical Energy Conversion , Wiley and Sons, 1959.

(7) *Jfeisel,].,* Electromechanical Energy" Conversion , McGraw Hill, 1965.

(8) *Sarıoğlu, M.K.,* "Enerji Dönüşümü", İstanbul, 1971.

(9) *Şen, N.,* "Variational analysis of dynamical system", Proc. Int. CANCAM 1971, 761-762, Univ. of Calgary, Calgary, Alberta, Kanada.

(!e) *Şen, N.,* "Unified variational analysis of composite systems", Proc. 6th Asilomar Conf. on Circuits and Systems, Pacific Grove, California, 141-144.

C11) *Şen, N.,* "Çok değişkenli karmaşık dinamik sistemlerin birleştirilmiş analizi", Elektrik Mühendisliği, Cilt 17, 198, 341-349, Haziran 1973.

(12) *Şen, N.,* "İşlem dinamiğinde sistem analojisi ve variyasyonel prensipler", Elektrik Mühendisliği, Cilt 16, 189, 50-54, Eylül 1972.

(13) *ffatkins, B.O.,* Introduction to Control Systems , McMillan Pub. Co., 1969.

(Ii+) *Trans. ASME,* Jour.Dynamics, Control and Measurement, Cilt 2, Eylül, 1972.

(15) *Şen, N.,* "Doçentlik Çalışma Disertasyonu", K.T.Ü., Trabzon, 1973.

(16) *Special Manual on ENPORT,* Mech. Engrg. Dept., Univ. of California, 1973.

(17) *Şen, M.N.,* "Bond graph modelling by Hamiltonian analysis", 8th Annual Princeton Conf. on Information and Systems, Mart 28-29, 1974, Princeton University, Princeton, New Jersey, (yayınlanacaktır).

Bu *yazıdaki terimlerin çoğunu Ortadoğu Teknik Üniversitesi Elektrik Bölümünde hazırlanan "Sözlük Taslağı - IH" ten seçtim. Okurlara kolaylık olmak üzere aşağıdaki Türkçe-İngilizce terim dizinini veriyorum. N.Ş.*

SÖZLÜK:

bağlaç çizgesi	:	bond graph
bağlaşma	:	coupling
benzetim	:	simulation
çifteş	:	dual
çizge	:	graph
çözümsel	:	analytic
dağınık	:	distributed
değişimsel	:	variational
devimbilim	:	dynamics
devinik	:	dynamic
dizge	:	system
dizin	:	index
dönüşüm	:	transformation
durum	:	state
erke	:	energy
evre	:	phase
içsel çarpım	:	inner product
işleç	:	operatör
işlev	:	function
öbek	:	block
örneksel	:	analog
sayısal	:	digital
toplu	:	lumped