ÜDK: 512.8:621.3.01

üçlü Mâtrisel Çarpımın Elektriksel Modeli ve Uygulama Alanı

Yazan :
Eren H. BAŞARAN
Elek. Y. Müh.
Lefkoşe

Üçlü matrlsel çarpım şu şekilde verilmiş olsun:

[AJ . [A] . [A_2] = [Y] (D

Biz [Y] matrisinin m'yincl satın ile n'yinci sütununa tekabül eden Y_{mn} elemanını, [Aj], [AL ve [A_2] matrisinin elemanları cinsinden bulmak istiyelim: Y_{mn} elemanı mâtrisel çarpım yoluyla bulunurken, çarpım; İşlemine, [A,] matrisinin yalnız m'yinci satınndakl elemanlar, [A_2] matrisinin İse yalnız n'yincl sütunundaki bütün elemanlar girmektedir. Ayrıca, [A] matrisinin ise bütün elemanları çarpım işlemine katılmaktadır!

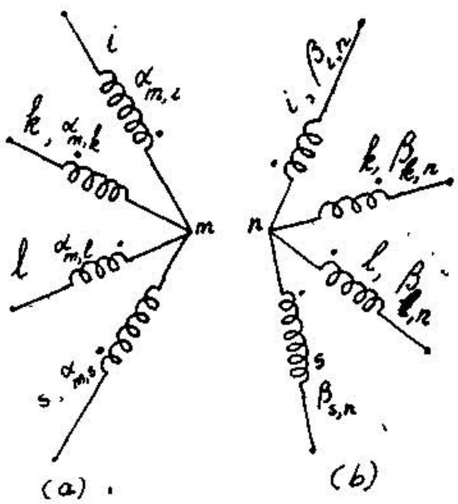
İşlemleri basitleştirmek için, [Aj] matrisini dört sütunlu, ve [A_2] matrisini ise dört satirli bir matris olarak ele alalım. Böylece, [A] matrisi dört satır ve dört sütunlu bir kare matris olmak zorunda kalır. Şimdi, [AJ . [A] . [A_2] üçlü çarpım matrisini elemanları cinsinden açıkça yazalım. (Matris elemanlarmdaki birinci indisler; elemanın bulunduğa satın, ve ikinci indisler; elemanın bulunduğu sütunu göstermiş olsun.)

\oc <y & ; os
i n,(. «1,* /»;(/, s

A_{ti}	$A_{A,}$	A_{ll}	A_{SI}	β
4*	A_{kk}	A_{lk}	A_{sk}	$\beta_{k,n}$
Δ_{il}	A_{kl}	A	4/	i
A_{is}	A_{4}	$A_{/s}$	A_{ss}	$\beta_{s,n}$

Matrlsel çarpım kurallarınca, bu üçlü matrisin çarpımı yapılabilir, ve Y_{mn} elemanının eşitliği elde edilir. Fakat, şekil (l"a)'dakl gibi [A,] matrisinin m'yincl satın için bir model, ve [A_,] matrisinin n'yinci sütunu için Şekil (lb)'dekl gibi bir model kurabiliriz. Model üzerindeki

«m'I ' ÜWk^p «m'I ' «m's ^ve 0,'n ' PVnPzn ' & h
katsayılanna, işleri basitleştirmek için, Turan katsayıları diyelim. Aynca, şekil (la)'da (i, k, 1, s) ise m düğümüne bağlı Indüktanslann numaralannı göstermiş olsun. Yine, şekil (lb)'de (i, k, 1, s) ise n düğümüne bağlı Indüktanslann numaralarını göstermiş olsun. Böylece devreden bakarak Y_{mn} ifâdesini ıbu'.mak için, matrise! çar-



pim sonucuna ve modele bakarak, anlamlandınlmasından elde edilen kural şu oluyor: Y elemanının eşitliğini bulmak için, n düğümüne bağh indüktansların Turan katsayjlan ile, m düğümüne bağlı Indüktanslann Turan katsayıları çarpılır ve bu terimler yazılır. Bu terimleri, [A] matrisinin elemanlanyla da çarpmak gerekecektir. Gerek üçlü mâtrisel çarpımın sonucuna ve gerekse şekil (l)'deki modellere bakılırsa, Turan katsayılan çarpımına, çarpım şeklinde gelecek olan [A] matrisinin elemanlannın bir sıra izlediği görülecektir.

Görülen ve izlenen sıra şu oluyor :

örneğin : 1. n düğümüne bağlı i indüktans elemanının p^ Turan katsayısını <m düğümüne bağlı i indüktans elemanının $_{am',i}$ Turan katsayısı ile çarpımına, çarpım şeklinde gelecek olan [A] matrisinin elemanı

A_M oluyor.

2. Yine n düğümüne bağlı i indüktans elemanının $p_{,,n}$ Turan katsayısını, m düğümüne bağlı k indüktans elemanının Turan katsayısı ile çarpımına, çarpan şeklinde gelecek olan [A] matrisinin elemanı A_{lk} oluyor. Böylece, yalnızca msdellere bakarak' üçlü mâtrisel çarpım yazılabilmiş oluyor. Şimdi bu kuralları hatırda tutarak, ve modellere .bakarak Y_{mn} ifâdesini şu şekilde yazabiliriz :

$$
\begin{aligned}
\Gamma y_{mn} = {} & (\beta_{i,n}\cdot\alpha_{m,i})\cdot\Delta_{ii} + (\beta_{i,n}\cdot\alpha_{m,k})\cdot\Delta_{ik} + (\beta_{i,n}\cdot\alpha_{m,l})\cdot\Delta_{il} + (\beta_{i,n}\cdot\alpha_{m,s})\cdot\Delta_{is} \\
& + (\beta_{k,n}\cdot\alpha_{m,i})\cdot\Delta_{ki} + (\beta_{k,n}\cdot\alpha_{m,k})\cdot\Delta_{kk} + (\beta_{k,n}\cdot\alpha_{m,l})\cdot\Delta_{kl} + (\beta_{k,n}\cdot\alpha_{m,s})\cdot\Delta_{ks} \\
& + (\beta_{l,n}\cdot\alpha_{m,i})\cdot\Delta_{li} + (\beta_{l,n}\cdot\alpha_{m,k})\cdot\Delta_{lk} + (\beta_{l,n}\cdot\alpha_{m,l})\cdot\Delta_{ll} + (\beta_{l,n}\cdot\alpha_{m,s})\cdot\Delta_{ls} \\
& + (\beta_{s,n}\cdot\alpha_{m,i})\cdot\Delta_{si} + (\beta_{s,n}\cdot\alpha_{m,k})\cdot\Delta_{sk} + (\beta_{s,n}\cdot\alpha_{m,l})\cdot\Delta_{sl} + (\beta_{s,n}\cdot\alpha_{m,s})\cdot\Delta_{ss}
\end{aligned}
$$

SONUÇ:

Üçlü matiisel çarpımın modeli çizilebilir ve modele bakarak üçlü matrlsel çarpım sonucu yazılabilir. Elektrik devrelerinde; burada tanımlanan Turan katsayıları, (+1, —1, 0) değerlerini almaktadır. Turan katsayısının + 1 olması akım işaret yönünün düğüme doğru, ve —1 olması akım yönünün düğümden öteye olduğunu ve sıfır olması da düğüme bağlı elemanın olmadığını gösteriyor (*). (Bunun kabul edilen bir referans olduğu unutulmamalıdır.) Şekil (l)'dekl modeller, m ve n düğümüne bağlı kuplajU indüktans elemanlarından oluşmuş olarak gösteriliyor. Fakat, m ve n düğüm yerine, çevre olarak da alınabilir. Aynca, m ve n düğümündekl mügterek elemanlar birleştirilerek de bir model kurulabilir. Eğer, MI ve n modelde çevre olarak ele alınırsa, m'yinci çevrenin Turan katsayıları; (Elektrikte eleman akım yönleri), çevre akımı İle aynı yönde İse (+1), zıt yönde iste (—1) değerini alacaktır.

Bu yazıda, [A] matrisinin elemanlarını, [L]-ı indüktans ters matrisinin elemanlarının sıralanış tarzına benziyecek şekilde düzenlendiği önemle hatırlatılır!...

Şimdiye kadar açıklananlarla, kuplajh halde Düğüm - Admitans Matrisi, (*) ve Kesitleme - Admitans Matrisi, (») [L.]-[1] indüktans ters matrisinin kofaktörleri cinsinden devreden bakılarak kolayca yazılabilir. Bir elektrik devresinde iki, üç, dört ve ilâh. kuplajlı indüktanslann bulunması halinde; ikili, üçlü, dörtlü ve İlâh. indüktans ters matrisine tekabül eden [A] matrisinin elemanlarının tabloları hazırlanabilir. Böylece, kuplajlı halde Admitans Matrisi hesaplanması için harcanacak zaman minimuma indirilmiş oluyor.

Ayrıca, Kuadratik Formların anlamlandırılmasında, geometrik eğik eksen yoluna *(*)* başvurulacağına, yukarıda açıklanan elektriksel model metoduna da başvurulabilir.

Duyuru :

Elek. Y. Müh. Hâmit ÇAÇUR'un yardım ve teşvikleri olmadan bu çalışma en son Igekllne ulaşamazdı.

Referans :

1. Prof. (Dr. Tarık özker «Devre Analizi Ders notları», l.T.U.
2. Eren H. Başaran, Hâmlt Çaçur «KuplajU halde Düğüm • Admitans Matrisinin devreden bakılarak kofaktörler cinsinden yazılması için önçabşma» 1963, yayınlanmamıştır.
3. Eren H. Başaran «Kuplajlı halde Kesitleme - Admitans Matrisinin devreden bakılarak kofaktörler cinsinden yazılması» 1966, yayınlanmamıştır.
4. E. A. Guillemin «The Mathematics of Circuit Analysis,» 1959, John Wlley and Sons.