

Reaksiyonlu Devrelerin Analizinde Yer Eğrisi Tekniği

Nazif TEPEDELENLİOÖLU
Y. Müh.
O.D.T.Ü.

Ö Z E T:

Makalede kök yer eğrisi tekniğinin bir reaksiyonlu devrede açık çevre transfer fonksiyonu (AÇTF) bilindiği zaman kapalı çevre transfer fonksiyonu (KÇTF) kutuplarının bulunmasında kullanılması anlatılmaktadır.

G İ R İ Ő :

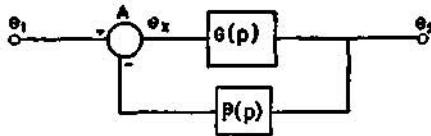
Reaksiyonlu sistemlerin analizinde en çok üzerinde durulan özelliklerden biride sistemin açık çevre kazancını arttırdığımız zaman ne olacağıdır. Çünkü sistemin osilasyon tehlikesi doğrudan doğruya sistemin açık çevre kazancına bağlıdır. Bu soruya cevap vermek için kullanılan çeşitli metotlar vardır. Bu soruya cevap vermek için kullanılan çeşitli metotlar vardır. Bunlardan biri Nyquist kriteri (1) olup bu kriterde açık çevre transfer fonksiyonu (AÇTF) polar koordinatlarda çizilerek fonksiyonun (-1) noktasını içine alıp almadığına bakılır. Eğer (-1) noktası dışarda ise sistem kararlı, eğer içerde ise sistem kararsızdır.

Bu ve bunun benzeri diğer metodların olumsuz tarafı, her kazanç * için ayrı bir Nyquist eğrisi çizmek zorunda kalınması ve bazı hallerde (-1) noktasının içerde olup olmadığının anlaşılmasının çok zor olmasıdır.

İşte «Kök yer eğrisi» metodu, Nyquist kriterinin bu mahzurlarını gidererek reaksiyonlu sistemlerin incelenmesinde büyük faydalar sağlar.

Kök yer eğrisi:

Şekil birde en genel bir reaksiyon sistemi gösterilmiştir. Burada G(p), ileriye transfer fonk-



Şekil: 1

siyonu $\beta(p)$ ise geri besleme fonksiyonudur. Şimdi $\frac{e_1}{e_a}$ kapalı çevre transfer fonksiyonunu bulalım.

$$e_2 = G(p) e_x \quad (1)$$

$$e_x = -e_2 \beta(p) + e_1 \quad (2)$$

Eşitlik (2) yi eşitlik (1) de yerine koyarsak

$$e_2 = G(p) [-e_2/S(p) + e_1]$$

$$\frac{e_a}{e_1} = \frac{G(p)}{1 + G(p) \beta(p)} \quad (3)$$

Ayrıca (A) noktası açıldığı zaman, bizim açık çevre transfer fonksiyonumuzun

$$\frac{e_a}{e_x} = G(p)/i(p) \quad (4)$$

olduğu kolayca görülür.

Şu halde kapalı çevre transfer fonksiyonunun kutupları, açık çevre transfer fonksiyonunun kutuplarına (1) eklendiği zaman elde edilen fonksiyonun kökleridir.

Genellikle,

$$G(p) = \frac{P(p)}{Q(p)}, \quad \beta(p) = \frac{M(p)}{N(p)} \quad (5,6)$$

Seklinde dir. Şu halde

$$G(p) i(p) = \frac{P(p) M(p)}{Q(p) N(p)} = \frac{X(p)}{Y(p)} \quad (7)$$

olur. Eşitlik (7) den kolayca görülür ki X(p) nin kökleri açık çevre transfer fonksiyonunun sıfırları, Y (p) nin kökleri ise aynı fonksiyonun kutuplarıdır. Su halde kapalı çevre transfer fonksiyonunun (KÇTF) kutupları için biz

$$1 + \frac{X(p)}{Y(p)} \quad (8)$$

ifadesi ile ilgileneceğiz.

Genel olarak eşitlik (8) in sıfır olabilmesi için yani KÇTF nin kutupları için

$$\frac{X(p)}{Y(p)} = -1 \quad (9)$$

• Bundan böyle kazanç (eriminden açt* çevre fca-sanct anlaflacaktiT,

eşitliğinin sağlanması lâzımdır. Yani $\frac{X(p)}{Y(p)}$ nin mutlak değerinin (1), açısının ise 180 derece olması lâzımdır. Genellikle

$$X(p) = k Z(p) \quad (10)$$

yazılabilir. Burada (k) frekansa bağlı olmayan bir kazanç çarpanıdır.

İşte kök yer eğrisi (k) nin değişmesi halinde eşitlik (9) u sağlayan (p) değerlerinin çizdiği eğri yani (k) nin değişmesi halinde KÇTF kutuplarının yer eğrisidir.

Şimdi KÇTF nin kutupları üzerinde neden bu kadar durduğumuzu açıklayalım:

Şekil (2) den kolayca görülebilir ki eğer KÇTF kutupları o —ekseni üzerinde ise (gerçek eksen) zaman domeninde sistemimizin S (t) cevap fonksiyonu (•) azalan bir üstel fonksiyon olup azalma zamanı tamamen a tarafından tâyin edilir (4 a).

F(p)		f(t)	
$\frac{1}{p+a}$		e^{-at}	
$\frac{\omega_0}{p \pm j\omega_0}$		Sin (Jüel)	
$\frac{\omega_0}{(p \pm j\omega_0)^2}$		Sincj	

Şekil: 2

Eğer karmaşık kutuplar varsa bunlar bu sefer zaman domeninde (4a) içerisinde genliği üstel olarak sifıra ulaşan bir sinüs eğrisi verecektir.

Son olarak eğer kutuplar (j a) ekseninde iseler bunların S (t) cevap fonksiyonu bir sinüs dalgası olacaktır; yani sistem bir amplifikatör yahut bir kontrol sistemi olmaktan çıkacak bir osilatör haline gelecektir.

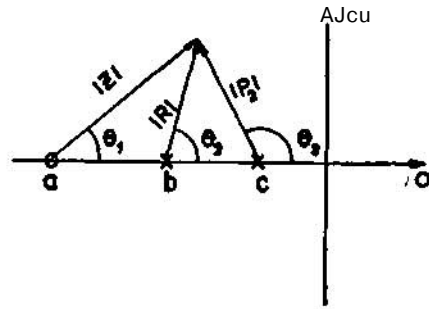
Şimdi yukarıda bahsettiğimiz ışığı altında kök yer eğrisi konusuna gelelim.

örneğin, kapalı çevre kutuplarımızı tâyin eden ifade

$$1 + \frac{k(p+a)}{(p+b)(p+c)} \quad (11) \llcorner$$

olsun, gene $\cdot ? > b > c > \diamond$ olduğunu kabul edelim. Şu halde bizim karmaşık düzlemde açık çevre transfer fonksiyonumuzun kutup ve sıfırları şekil (3) te gösterildiği gibidir.

Şimdi (k) yi değiştirecek KÇTF nin kutuplarının yani denklem (11) in köklerinin nasıl bir



Şekil: 3

yer eğrisi çizdiklerini araştıralım. Kutupların ancak

$$\frac{k(p+a)}{(p+b)(p+c)} = -1 \quad (12)$$

denklemini sağlayan (p) değerleri olduğu hatırlanacak olursa, bu (p) değerlerinin karmaşık düzlemdeki yerlerine, AÇTF nin sıfırlarından çizilen vektörlerin mutlak değerlerinin kutuplarından çizilen vektörlerin mutlak değerlerinin çarpımlarına oranının — 1/K olması lâzım geldiği anlaşılır. Demek ki eşitlik (12) nin sağlanabilmesi için

$$\frac{k |z|}{\prod |P|} = 1$$

1) Ve $\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 = \pi + 2n\pi$
n = 1, 2, 3, ... n olması,

$$2) k = \text{olduğu zaman} \frac{(p+b)(p+c)}{(p+a)} = 0$$

olması

$$3) k = \infty \text{ olduğu zaman} \frac{(p+b)(p+c)}{(p+a)} = \infty$$

olması gerekir.

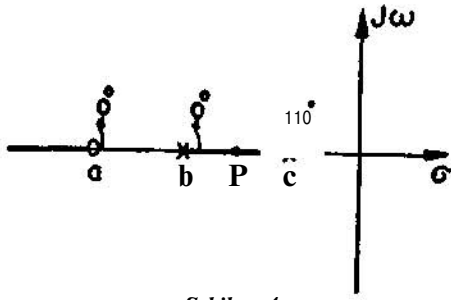
Yukarıda belirtilen şartları şu şekilde ifade edebiliriz:

k, 0 ile ∞ arasında değiştiği zaman,

1) Gerçek eksen üzerinde —eğer varsa — KÇTF nin kutupları, orijinden itibaren sayıldığı zaman ancak tek numaralı (yani birinci, üçüncü, beşinci...) kutup veya sıfırın solunda olabilirler. Bu numaralama işlemi adı geçen noktalar kutup veya sıfır olduklarına bakılmaksızın orijinden itibaren sırayla numaralanacaktır. Örneğin şekil (4) te, kutuplar ancak $|c| < |p| < |b|$ veya $|p| > |b|$ paralığında bulunabilir. Ancak böylece kutup ve sıfırlardan gelen açılarının cebirsel toplamı 180 derece olur.

• g (t) cevap fonksiyonu İngilizce'deki aimpulse responset karşılığı, olarak kullanılmıştır.
• Yani

$$G(p) B(p) = \frac{k(p+a)}{(p+b)(p+c)} \&^{TT}$$



Şekil : 4

2) Yer eğrisi AÇTFnin kutuplarında başlar. (Yani $k = 0$ iken AÇTFnin kutupları ile KÇTFnin kutupları çakışmıştır).

3) Yer eğrisi AÇTF sıfırlarında biter. Unutulmamalıdır ki pratikteki bütün transfer fonksiyonlarında kutup sayısı sıfır sayısından büyüktür. Bu yüzden, bazı sıfırlar sınırlı karmaşık düzlemde olmayıp sonsuzdadırlar.

Şu halde KÇTF kutuplarının bir kısmı $k \rightarrow \infty$ olduğu zaman sınırlı düzlemdeki sıfırlara gelecekler, bir kısım ise sonsuza gideceklerdir. Şimdi eşitlik (12) deki kutupların (Yani eşitlik (12) yi sağlayan (p) değerlerinin) (k) değiştiği zamanki yer eğrisini çizelim.

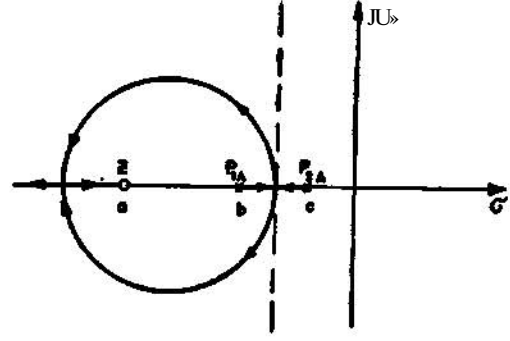
Kural (2) gereğince $k = 0$ iken KÇTF kutupları (bundan sonra bunlardan sadece kutup diye bahsedeceğiz) p_{1A} ve p_{sA} de olacaklardır. Yani

$$P_1 \Big|_{k=0} = -b \quad P_2 \Big|_{k=0} = -c \quad (14)$$

(k) büyüdükçe bunlar (b) ve (c) den ayrılacaklardır. Fakat p_{1A} nm sağma yahut p_{1A} nin soluna gidemezler. Çünkü bu, kural (1) e aykırıdır.

Şu halde bunlar (b, c) aralığında birbirlerine doğru gelecekler ve (k) nin özel bir değeri için «çarpışacaklardır», (k) yi biraz daha büyütürsek, kutuplar eksenden ayrılıp «karmaşık eşlenik» haline geleceklerdir. (Bunların eksenden ayrılmıyacaklarını kabul edersek o zaman (k) büyüdükçe bunların (b, c) aralığında sağa sola gideceklerini kabul edeceğiz demektir ki buda tekrar eski hale dönüş olur, bu da imkânsızdır. Çünkü belli bir (k) değeri için ancak belli bir kutup dağılımı vardır).

Kutupların şekil (5) te noktali olarak gösterilen doğru boyunca gidemeyecekleri de açıktır. Çünkü bu da kural (3) e aykırıdır. Şu halde Bunlar sola doğru dönecekler ve tekrar gerçek eksene doğru ineceklerdir. Fakat bunlar (a, b) aralığına inemezler çünkü bu kural (1) aykırıdır. Şu halde (a, c) aralığına ineceklerdir ve bunlardan biri sağa yani AÇTF sıfırına, diğeri de sola yani AÇTFnin sonsuzdaki sıfırına doğru gidecektir.



Şekil: 5

Dikkat edilirse hiçbir hesap yapmadan bu sistemin; kazanç ne olursa olsun osilasyon yapmıyacağı sonucuna vardığımız görülür. Çünkü kutuplar hiçbir zaman ($j\omega$) eksenine gelmemektedirler.

Yukarda bahsettiğimiz üç kural şekil (3) te gösterilen AÇTF kutup - sıfır dağılımının belirttiği KÇTF kutuplarının yer eğrisini çizmek için yeterliydi.

Şimdi başka kutup-sıfır dağılımlarının da yer eğrilerini çizebilmek için daha başka kurallar vereceğiz.

4) Bir AÇTF kutup sıfır dağılımı, ($\sigma > 0$) eksenin çok yükseklerinden bakıldığı zaman sayısı fazla kutup sayısına eşit, yeri ise eşitlik (15) ile bulunan bir kutup kümesi olarak düşünülebilir. (Şekil 6).

$$d = \frac{\sum_{i=1}^n d_i - \sum_{j=1}^m x_j}{n - m} \quad (15)$$

ki burada

d : kutup kümesinin orijinden uzaklığı

n : kutup sayısı

m : sıfır sayısı

d_i : i'inci kutbun orijinden uzaklığı

x_j : j'inci sıfırın orijinden uzaklığıdır.

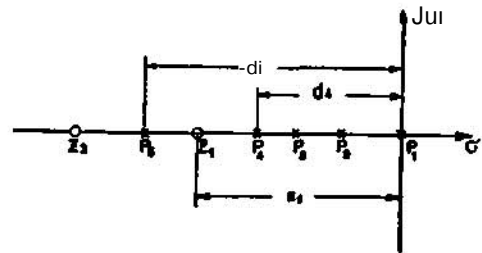
Örneğin : eşitlik (15)i şekil (6) ya uygularsak, burada

$n = 5, m = 2$ olduğundan

$$d = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 - (x_1 + x_2)}{3}$$

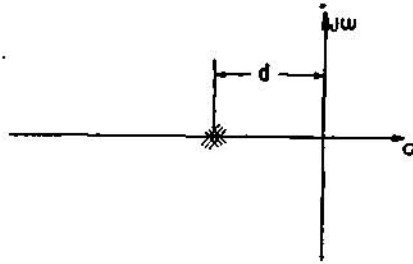
olur.

Şu halde şekil (6a) daki kutup sıfır dağılımı



Şekil: 6a

çok büyük (k) değerleri için şekil (6b) gibi dü-



Şekil: 6b

şünülebilir. Bu aynı zamanda çok büyük (k) değerlerinde şekil (6a) daki kutup-sıfır dağılımının

$$\frac{1}{(p+d)^3}$$

olarak düşünülmesi demektir.

Şu halde eğer biz,

$$1 + \frac{1}{(p+d)^3} = 0 \quad (16)$$

denkleminin köklerinin (k) değiştiği zamanki yer eğrisini çizebilirsek fazla kutup sayısı üç olan bütün gerçel eksen kutup-sıfır dağılımlarının çok büyük (k) değerleri için davranışlarını biliyoruz demektir.

Yukarda belirtilen yer eğrisini çizmek için aşağıdaki kuraldan faydalanmak gereklidir:

5) Genel olarak,

$$\frac{k}{(p+d)^n} \quad (d \text{ gerçel ve pozitif})$$

gibi bir kutup dağılımının yer eğrisi, eğimleri

$$\theta = \frac{180 + N \cdot 360}{n} \quad (17)$$

eşitliği ile belirtilen ve a ekseni üzerinde (-d, 0) noktasından çıkan doğrulardır. Bu eşitlikte,

θ : doğrunun pozitif yönde ölçülen, (saat yönünün tersi) a ekseni ile yaptığı açı,

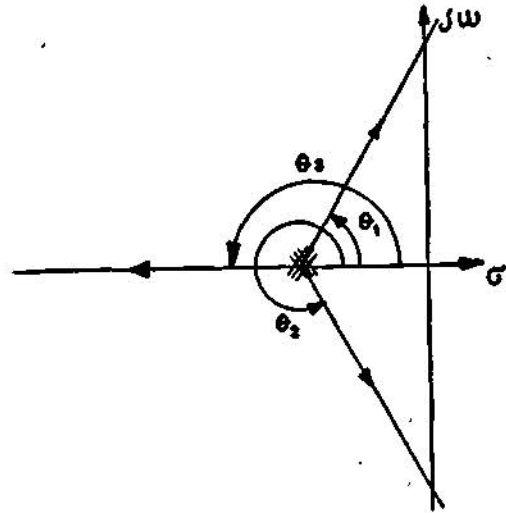
n: kutup sayısı,

N: 0, 1, 2, 3, 4, ... n

dir, şu halde şekil (6b) de dağılımı gösterilen

$$1 + \frac{k}{(P+d)^3} = 0$$

fonksiyonunun (k) değiştiği zamanki yer eğrisi şekil (7) deki gibi olacaktır. Eşitlik (17) den şekil (7) deki θ₁, θ₂, θ₃ açılarını hesaplayalım.



Sekil: 7

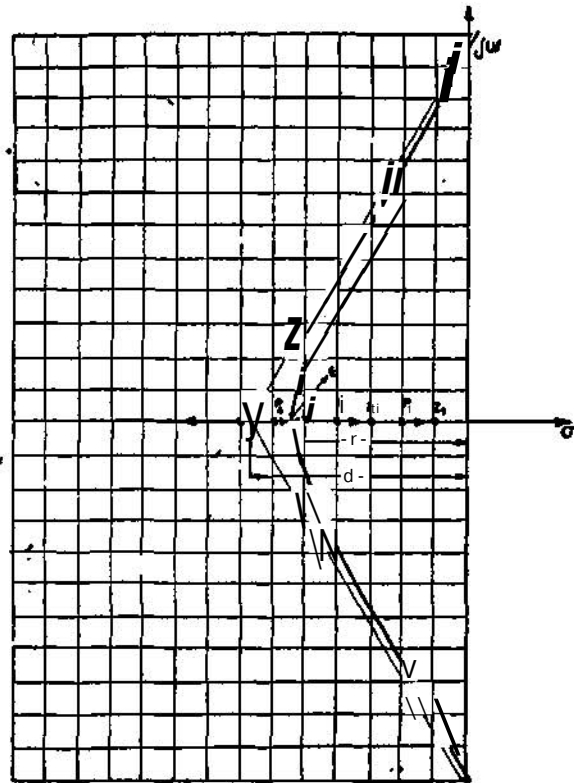
$$N = 0 \text{ için } \theta_1 = \frac{180}{3} = 60^\circ$$

$$N = 1 \text{ için } \theta_2 = \frac{180 + 360}{3} = 240^\circ$$

$$N = 2 \text{ için } \theta_3 = \frac{180 + 720}{3} = 540^\circ (180^\circ)$$

dir.

Kural (5) in çok açık oluşu dolayısı ile ispatını vermiyoruz.



Sekil: 8

Şu halde kural (4) re kural (5) in bir sonucu olarak, şekil (6 a) daki gibi genel bir n kutup m sıfır ($n > m$) dağılımı, çok büyük (k) değerleri için şekil (6 b) deki gibi düşünülerek şekil (7) deki gibi yer eğrisi çizilebilir. Buda şekil (6) daki dağılımın yer eğrisinin asimtotlarını verir.

örnek :

$1 + \frac{k(p+1)(p+3)}{(p+2)(p+4)(p+5)(p+6)p+7}$ veriliyor. Bunun k, o ile w arasında değiştiği za manki yer eğrisini çizelim. Tek numaralı kutup veya sıfırın solu mümkündür. Şu halde gerçel

$$+ 180 \frac{e}{r-3} - + 180 \frac{e}{r-1} = 180$$

$$\frac{1}{r-5} + \frac{1}{r-4} + \frac{1}{r-2} = \frac{1}{7-r} + \frac{1}{6-r}$$

$$+ \frac{1}{r-3} + \frac{1}{r-1}$$

(r) nin 5 ile 6 arasında bulunduğu bilindiğine göre, başlangıç için $r = 5.5$ koyarak,

$$\frac{1}{0.5} + \frac{1}{1.5} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{1.5} + \frac{1}{0.5} + \frac{1}{2.5} + \frac{1}{4.5} \quad 0.286 = 0.622$$

$r = 5.4$ ü deneyelim,

$$\frac{1}{0.4} + \frac{1}{1.4} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{1.6} + \frac{1}{0.6} + \frac{1}{2.4} + \frac{1}{4.4} \rightarrow 3.61 = 2.428$$

$r = 5.46$

$$\frac{1}{0.46} + \frac{1}{1.46} + \frac{1}{3.46} = \frac{1}{1.54} + \frac{1}{0.54} + \frac{1}{2.44} + \frac{1}{4.44} \rightarrow 3.14 = 3.14$$

eksen üzerinde $(-1,-2)$, $(-3,-4)$, $(-5,-6)$, $(-7,-10)$ aralıkları mümkündür. Şu halde (k) sonsuza giderken,

- -2 deki kutup -1 deki sıfıra gelecek,
- -4 teki kutup -3 teki sıfıra gelecek,
- soldaki üç kutup ise şekil (6 b) deki gibi hareket edeceklerdir.

Eşitlik (15) i kullanarak kümenin yerini bulalım :

$$d = \frac{2+4+5+6+7-1-3}{3} = \frac{20}{3}$$

$(-5, -6)$ aralığındaki çarpışma noktasını hesabedelim :

Çarpışmadan biraz sonra kutuplar gerçel eksen den e kadar ayrıldıkları zaman, bu noktaya bütün kutup ve sıfırlardan gelen açıların cebirsel toplamı 180 derece edecektir. Şu halde,

$$- \left(\frac{e}{7-r} + \frac{e}{6-r} + \frac{e}{r-5} \right) + \left(\frac{e}{r-4} + \frac{e}{r-2} \right) +$$

Şu halde $r = 5.46$ köktür. (Çarpışma noktasının bulunduğu yerdir).

Çarpışma noktası yer eğrisi üzerinde bir nokta olduğuna göre eşitlik (13) ün nokta için sağlanması gerekir. Böylece,

$$\frac{k | z_1 | | z_2 |}{| P_1 | | P_2 | | P_3 | | P_4 | | P_5 |} = 1$$

Çarpışma noktası için,

$$z_1 = 5.46 - 1 = 4.46$$

$$z_2 = 5.46 - 3 = 2.46$$

$$p_1 = 5.46 - 2 = 3.46$$

$$p_2 = 5.46 - 4 = 1.46$$

$$p_3 = 5.46 - 5 = 4.46$$

$$p_4 = 6.00 - 5.46 = 0.54$$

$$p_5 = 7.00 - 5.46 = 1.54$$

Şu halde, çarpışma noktasındaki kazanç değeri

$$k_c = \frac{(3.46) (1.46) (4.46) (6.54) (1.54)}{(4.46) (2.46)}$$

$k_c = 1.71$ bulunur.

İm eksenini ile kesişme noktası:

Asimtot ja_1 eksenini,

$$\sigma = \sqrt[2]{\frac{20}{3}} = 11.55 \text{te keser. Yaklaşık ola-}$$

rak yer eğrisinin de $\rho >$ eksenini burada kestiğini kabul edersek,*

$$k_{30} \ddot{o} \frac{I P_1 I \dot{I} P_1 I P_2 I \dot{I} P_4 I P_5 I}{|z_1| |z_2|} \text{ olur.}$$

$$I P_1 I \cdot = \sqrt{1.55^2 + (2)^2} = 11.75$$

$$I P_1 | = \sqrt{1.55^2 + (4)^2} = 12.2$$

$$I P_2 I = \sqrt{(11.55)^2 + (5)^2} = 12.6$$

$$I P^* I = \sqrt{(11.55)^2 + (6)^2} = 13$$

$$\dot{I} P_1 I = \sqrt{(11.55)^2 + (7)^2} = 13.5$$

$$|z_1| = \sqrt{(11.55)^2 + (1)^2} = 11.55$$

$$|z_2| = \sqrt{(11.55)^2 + (3)^2} = 11.9$$

$$k_{30} \sim \frac{(11.75) (12.2) (12.6) (13) (13.5)}{(11.55) (11.9)}$$

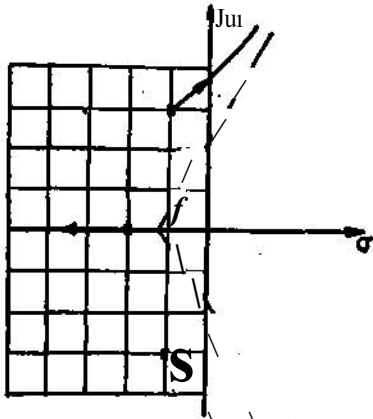
Ki $\wedge 230^\circ$ bulunur.

6) Karmaşık AÇTF kutup - sıfır dağılımı:

Bu türlü dağılımlarda da kural (4) ve kural (5) uygulanabilir. Yalnız yer eğrisinin duyarlı bir şekilde bulunması için karmaşık eşlenik AÇTF kutuplarından, $k=0$ + s olduğu zaman KÇTF kutuplarının hangi açı altında çıktıklarının bulunması faydalıdır.

Örnek:

Şekil (9) da gösterilen kutup - sıfır dağılımının



Şekil: 9

(sıfırlar sonsuzda) (k), sıfır-sonsuz arasında değiştiği zamanki yer eğrisini bulalım :

$$d = \frac{1 + 1 + 2}{3} = 1.33$$

$$\theta_1 = \frac{180}{3} = 60^\circ$$

$$0, \leftarrow \frac{180 + 360}{3} = 240^\circ$$

$$\theta_2 = \frac{180 + 720}{3} = 540^\circ (180^\circ)$$

Çıkış açısı:

KÇTF kutbu PJ den e kadar ayrıldığı zaman,

$$\theta_{P_1} = 90^\circ \quad \theta_{P_2} = 45^\circ$$

$$\theta_{P_1} + \theta_{P_2} + \theta_{P_3} = 180^\circ$$

$$\theta_{P_1} = 180 - (\theta_{P_2} + \theta_{P_3}) = 45^\circ$$

Böylece KÇTF kutuplarının yer eğrisi şekil (9) daki gibi olacaktır.

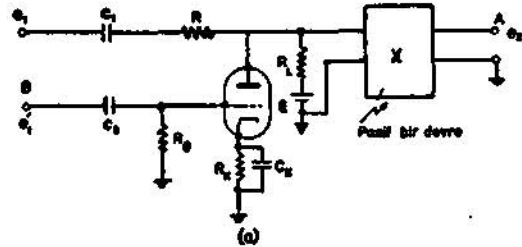
Artık hemen hemen bütün kutup-sıfır dağılımlarının yer eğrilerini çizebilecek duruma gelmiş bulunuyoruz.

Uygulama:

Yukarda bahsettiğimiz gibi yer eğrisi tekniği, bir- AÇTF kutup - sıfır dağılımı verildiğinde sistemin kazancı arttırıldığı zaman, reaksiyon halinde sistemin osilasyon yapıp yapmayacağı, sistemin geçici rejim cevap fonksiyonunun ne olduğunu tâyine yarar.

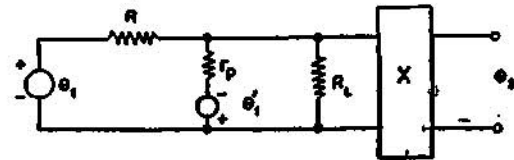
Burada, bir «faz kaydırmak» osilatörün incelenmesinde kök yer eğrisi tekniğinin nasıl kullanıldığını göreceğiz.

Şekil (10) da gösterilen amplifikatör devresi basit devre indirgemesi ile şekil (10 d) de

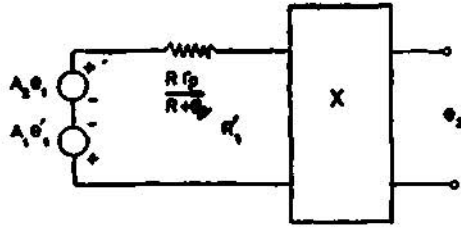


Şekil: 10a

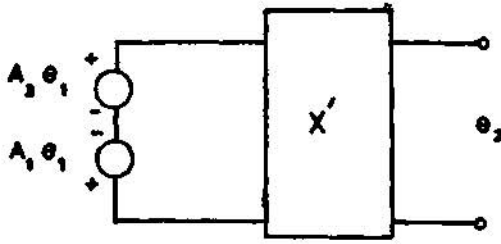
gösterilen duruma getirilebilir. Şekil (10 d) de, şekil (10 c) deki R_2 pasif devrenin içine sokul-



muş ve pasif devre transfer fonksiyonu X' ile gösterilmiştir. Şimdi şekil (10 a) daki A noktası ile B noktasını birleştirdim. (Yani devreye reaktans)



Şekil: 10c



Şekil: 10i

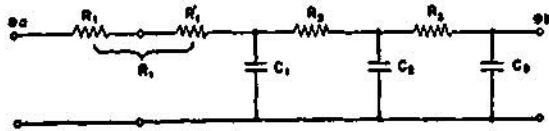
siyon uygulayalım.) Aynı zamanda $C_2 - R_2$ kupa-
laj devresinin pasif devremizi yüklediğini ka-
bul edelim. (•) Böylece,

$$e_2 = X'A_2 e_1 - X'A_1 e_3$$

$$e_2 = \frac{X'A_2 e_1}{1 + X'A_1} \quad (19)$$

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{X'A_2}{1 + X'A_1}$$

bulunur. Şimdi X' dört uçlu devresinin şekil (11)
de gösterilen devre olduğunu kabul edelim. Bu



Şekil: u

devrenin transfer fonksiyonu muhtelif yollarla
kolayca bulunabilir. Transfer fonksiyonu,

$$X' = \frac{\hat{e}_2}{e_1} = \frac{\omega_1 C_1 C_2}{p^3 + k_1 p^2 + k_2 p + k_3} \quad (20)$$

ki burada,

$$k_1 = \omega_1 + \omega_2 + \hat{\omega}_3 + C_1 C_2 + \omega_{23}$$

$$k_2 = \omega_1 C_1 C_2 + \omega_2 C_2 + X_x C_1 + C_3 \omega_3$$

$$k_3 = \omega_1 C_1 C_2$$

Elektroteknik Mühendisliği 86

$$\omega_1 = \frac{1}{R_1 C_1} \quad \omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2} \quad \omega_3 = \frac{1}{R_3 C_3}$$

$$\omega_{23} = \frac{1}{R_2 C_2 + R_3 C_3} \text{ dir.}$$

Eğer özel olarak,
 $C_1 = C_2 = C_3 = C$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R \rightarrow \text{ma} \hat{a} \frac{1}{RC}$$

alınırsa,

$$X' = \frac{e_2}{e_1} = \frac{\omega_0}{p^3 + 5\omega_0 p^2 + 6\omega_0^2 p + \omega_0^3}$$

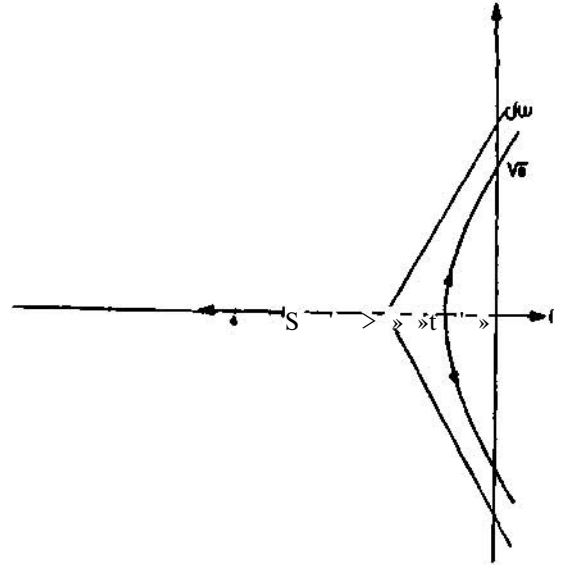
Şu halde eşitlik (19) ile belirtilen KÇTF nin
kutupları aşağıdaki eşitlikteki gibidir:

$$1 + \frac{A_1 \omega_0}{p^3 + 5\omega_0 p^2 + 6\omega_0^2 p + \omega_0^3} = 0 \quad (22)$$

Eşitlik (22) şöyle yazılabilir:

$$1 + \frac{A_1 \omega_0}{(p + 0.2\omega_0)(p + 1.55\omega_0)(p + 3.25\omega_0)} = 0 \quad (23)$$

Eşitlik (23) le belirtilen KÇTF nin kutuplarının
A, değiştiği zamanki yer eğrisi şekil (12) de gös-



{Tekil: 12

terilmiştir. Asimtotların a ekseni ile yaptığı açı-
lar eşitlik (17) ile,

$i_r = (0^\circ \quad 0_a \ll 240^\circ \quad e_r = 180^\circ$
olarak bulunurlar. Asimtotların a ekseni üzerin-
de kesiştikleri nokta eşitlik (15) ile,

• Bu kolaylıkla gerçekleştirilebilecek bir yaklaşı-
ktır. Çünkü B_2 nin bir megohm mertebesinde
olduğu hatırlanmalıdır.

$$d = \frac{5}{3} \text{ olarak bulunur.}$$

Yer eğrisinin j_a eksenini ile kesişme noktası: Eşitlik (22) nin her iki tarafı

$$p^3 + 5\omega_0 p^2 + 6\omega_0^2 p + \omega_0^3$$

ile çarpılırsa,

$$P'' + 5\omega_0 p^2 + 6\omega_0^2 p + (1 + A_1) \omega_0^3 = 0 \quad (24)$$

bulunur.

Bu denklemin iki kökünün j_m eksenini üzerinde olması demek, bu denklemin

$$(p + a)(p^2 + p) = 0$$

$$(a > 0, p > 0 \text{ ve gerçel})$$

denkleminde özdeş olması demektir.

Şu halde,

$$p^3 + 5\omega_0 p^2 + 6\omega_0^2 p + \omega_0^3 = 0 \quad (25)$$

$$P^3 + \omega_0 P^2 + \omega_0^2 P + \omega_0^3$$

böylece,

$$5\omega_0 = \alpha$$

$$6\omega_0^2 = \beta^2$$

$$(1 + A_1) \omega_0^3 = \gamma^3$$

Yani, kökler j_w eksenini

$\omega = \sqrt[3]{\gamma}$ a o da keserler, bu kökleri $j_{,,}$ eksenini üzerine koyan AÇTF kazancı (şekil 10) daki triyotlu amplifikatörün kazancı),

$$A_1 = \frac{\omega_0^3}{\omega_0^3} - 1 = \frac{5\omega_0^3}{\omega_0^3} - 1 = 2.9$$

$$A_1 = 2.9 \text{ dur.}$$

Şu halde biz amplifikatörümüzün kazancının 2.9 a ayarlayıp şekil (10) daki A noktasını B noktası ile birleştirecek bir osilatör elde ederiz. Osilatörün osilasyon frekansı ise,

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{6\omega_0} \text{ olur.}$$

Sonuç:

Bu kısa yazımızda yer eğrisi metodu hakkında yeteri kadar fikir vermeye çalıştık. Okuyucular daha fazla bilgi için referans listesini verdiğimiz kitaplardan faydalanabilirler.

Ayrıca bu teknik sadece reaksiyonlu devrelerin analizinde kullanılmakla kalmayıp, örneğin yüksek dereceli denklemlerin çözümünde de kullanılabilir. Bu tekniği de ilerdeki yazılarımızda vereceğiz.

REFERANSLAR:

1. *Servomechanism and Regulating System Design Volume I*
H. Chesnut, B. W. Mayer
John Wiley and Sons Inc.
Second Edition 1962
2. *Transients in Linear systems*
Gariner, Barnes
3. *Introduction to Network Synthesis*
Van Valkenberg
John Wiley and Sons 1960
4. *Transform Methods in Linear System Analysis*
John A. Aseltine
Mc. Graw-Hill Book Co. Inc. 1960.

Bu yazıda teknik imkânsızlıklar dolayısıyla ω yerine \hat{i} basılmıştır.

ELEKTRİK MÜHENDİSİ ALINACAK

Teşekkülümüz merkez teşkilâtında 4/10195 sayılı kararname şümulüne giren işlerde istihdam edilmek üzere yevmiye ile Elektrik yüksek mühendis ve mühendisleri alınacaktır.

Fiili askerlik görevini yapmış, meslek ve branşları ile ilgili işlerde en az üç yıl çalışmış olmaları şarttır. İngilizce ve Almanca bilenler tercih olunacaktır.

isteklilerin hâl tercümelerini ekleyecekleri dilekçeleriyle Genel Müdürlüğümüze müracaatları ilân olunur.

TÜRKİYE DEMİR VE ÇELİK İŞLETMELERİ GENEL MÜDÜRLÜĞÜ