

Değerli Matematikçiler,

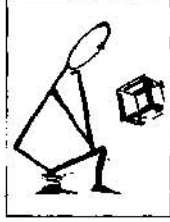
390 sayıda yayınladığımız sorularla ilgili olarak sizlerden 9 ayrı mektup aldık. Değerlendirmemiz sonucunda İstanbul Ümraniye'den Sayın A. Kadir Tozlu'nun 67, 69, 78, 79, 80, 81, 82 ve 83; Mersin'den Sayın O. Nedim Ardoğan'ın 78; yine Mersin'den Sayın Firuzan İnal'ın 80 ve 83 Kars'tan Sayın Ümit Saman'ın 78, 79 ve 80; Bursa'dan Sayın Recep Şeker'in 83; Diyarbakır'dan Sayın Ulvi Acuner'in 78, 79, 80, 82 ve 83; Antalya'dan Sayın Çiğdem Alar (Sayım)'m 79, ve 80; Konya Seydişehir'den Sayın Semir Çiçek'in 69, 78, 79, 80, 81 ve 83; Diyarbakır'dan Sayın Mehmet Tereci'nin Sayın Ulvi Acuner'in 78, 80, 82 ve 83; no'lu sorularımıza doğru çözüm önerdiklerimizi belirledik. Kendilerine armağan kitaplarını en kısa zamanda ulaştırmaya çalışacağız.

Bu arada dergi yayın periyodundaki aksamalardan ötürü elimize 391. sayımızda yayınladığımız sorularımızla ilgili çözümlerimiz de ulaşmakta. Bu çözüm önerilerimizin değerlendirilmesini, çözümleri yayınlayacağımız daha sonraki sayılarımıza bırakıyoruz.

Soğuk kış günlerinden sıcak bahar günlerine yaklaşırken sizleri sorularımızla başbaşa bırakıyoruz.

Not: "ÖZELLEŞTİRME" konusunun yoğun olarak işlendiği sayımızda çeşitli zorunluluklardan dolayı MATEMANTİK köşemiz yer almadı.

MATEMANTİK



Necah
BÜYÜKDURA

S
O
H
B
E
J

PÜF NOKTASI - 2

Daha önceki bir sohbetimizin başlığı yine PÜF NOKTASI idi. Bu sohbetimizde, püf noktası konusunu tekrar ele almak ve uzun boylu matematik hesaplar yaparak çözüm bulmak için uğraşmayı gereksiz kılan, meselenin püf noktasını yakalayarak kolay yoldan çözülebilen problemlere yer vermek istiyorum. Önceki PÜF NOKTASI sohbetimizde de söylediğimiz gibi, püf noktayı yakalama olgusunun problem çözme alanında olduğu kadar bilimsel araştırmalar ve buluşlar alanında da çok önemli rolü olmuştur.

Püf noktayı yakalayabilme, öğrenilebilen ya da öğretilebilen bir yetenek değildir. Tanrı vergisi bir yetenek olmadığı gibi zeka düzeyi çok yüksek olanlara özgü olmak gibi bir kuralı da yoktur. Hiç umulmadık durumlarda, hiç ummadık zamanlarda insana geliveren ilham gibidir. Hollandalı fizik bilgin HUYGENS' in 1670'li yıllarda yapmaya uğraştığı sarkaçsız saat mekanizmasında sarkaç görevini yapacak olan küçük spiral yay'ın (zembereğin) işini görecektir bir materyal ararken domuz kılını kullanmayı düşünebilmesi, Huygens'in birden aklına geliveren bir ilham sonucu olmuştur. Dikiş makinasının icad edilmesi sürecinde, bir türlü çözümlenemeyen bir pürüz, iğne deliğinin iğnenin sivri ucunun olduğu yerde açılması ile giderilmiş ve prototip dikiş makinası çalıştırılabilmişti. Deliğin sivri uçta olması işin püf noktası idi, bunu da makinanın mucidi uzun boylu uğraşlar verdiği ve pek çok kafa patlattığı halde bulamamıştı!.. Püf noktayı, günün birinde rüyasında gördüğünde uykusundan fırlamıştı. Arşimed'in hamamdan "Eureka... eureka.." diye bağırarak fırlaması olayı da, bir sorunun

Hazırlayanlar;

Necah
BÜYÜKDURA

M.Serhat
ÖZYAR

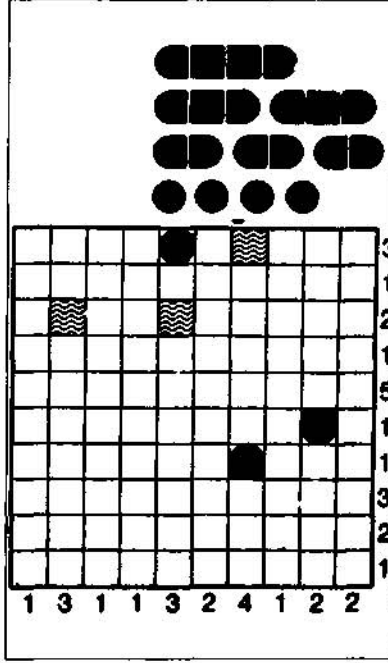
SORU

90

AMİRAL
BATTI - 5

P. GORDON ve M. SHENK

Epeydir yayınlamakta olduğumuz Amiral Battı oyunu ile ilgili bulmacanın bir yenisini veriyoruz. Öncekilerde olduğu gibi, her sıra ve her kolonda dolu olan karelerin sayısı her bir sıranın sağında ve her bir kolonun altında belirtilmiştir. Dolu olan karelerin birkaçı, ipucu olarak şekilde gösterilmiştir. Filodaki 10 parça geminin nasıl yerleştirilmiş olduğunu bulabilir misiniz?



SORU

91

ŞİMŞİR
TARAK

Necah BÜYÜKDURA

Alışageldiğimiz ve günlük yaşamda kullanıp durduğumuz 10 tabanına göre "decimal" sayı sisteminden başka sayı sistemlerinin olduğunu biliyoruz. 2 tabanına göre olan "binary" sayı sisteminde kullanılan rakamlar sadece 0 ve 1'dir. 8 tabanına göre olan "octal" sayı sisteminde 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ve 7 rakamları kullanılır. "Decimal" sistemde 0'dan 9'a kadar olan rakamları kullanıyoruz. 16 tabanına göre olan "hexa-decimal" sayı sisteminde kullanılan rakamlar 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E ve F'dir. Burada, 9'dan sonragerenler harf değil, "hexa-decimal" sistemin birer rakamıdır.

Aşağıdaki SÖZMETİK sorusunda, 11

çözümünde püf noktayı yani bir ilhamt yakalama örneğidir.

Bir de, buhar makinası yapmak için uğraşan bir mucidin, pistonlu silindir bölmesine buharın giriş-çıkışını düzenleyen sürgü düzeneğini piston hareketleri ile senkronize biçimde çalışmasını sağlayacak bir yöntemi bir türlü geliştiremediği anlatılır. Mucit, sürgüye bağlı bir ip (ya da bir çubuk) kullanarak, sürgünün hareketini elle sağlamaktaymış. Sürgünün pistonla senkronizeli biçimde nasıl kontrol edileceğini, 12-13 yaşındaki oğluna da öğretmiş ve buhar makinası çalışırken sürgüyü elle hareket ettiren angaryasını arada bir oğluna yaptırıyormuş. Rivayet edilir ki bu monoton angaryadan usanmış olan çocuk, sürgünün elle çekilip bırakılan ucunu volan tekerleğinin öyle bir yerine bağlamış ki, sürgüyü elle çekip bırakmaya gerek kalmamış ve buhar makinasını çalışır durumda bırakıp oyun oynamaya gitmiş.

Scientific American dergisinin Mart 1955 sayısındaki bir makalede Morris KLINE'in dediği gibi, "..... yaratıcı eylem, mantık ve muhakeme'ye borçlu değildir. Matematikçiler, büyük fikirleri nasıl bulmuş ol-

duklarını anlatırken, buluşu getiren ilhamın yaptıkları iş ile veya konu üzerinde çalışma süreci içinde bulunmaları ile ilişki olmadığını söylüyorlar. İlham, umulmadık anlarda; seyahat ederken, traş olurken, ya da konu ile ilgisi olmayan başka şeyler düşünürken geliyor. Aniden ilhamın gelmesi, daha çok zihnin gevşemiş, rahatlamış olduğu ve muhayyilenin kendi başına bir serbestlik durumunda olduğu durumlarda geliyor..."

Bu sohbetimizde (ve PÜF NOKTASI konusunda bundan sonraki sayılarda yer alacak olan sohbet köşemizde) ele alacağımız sorular, ilk bakışta zor gibi görünür. Alışılmış klasik matematik yöntemle çözmeye kalkışmak gerçekten de zor olabilir. Ama püf noktasını yakalarsanız çözümünü bulmak kolaylaşır. Bu tip soruları (bilmece sorar gibi) arkadaşlarınıza sormak eğlendirici olabilir. Çoğu zaman, soruyu sorduğunuz arkadaşınız epey kafa yorduktan sonra, problemin çok zor olduğunu söyleyerek pes eder. Siz de ona basit olan çözümünü söyleyince tepkisini gülererek gösterir. Her neyse, sohbetimizin konusu olan sorulara gelelim:

SORU: Köşe başındaki sakız makinasına "bin" liralık para atınca, makinanın alt tarafındaki çanağına bilye biçiminde bir adet sakız düşüyor. Makinanın tepesinde de saydam bir küre içersinde değişik renklerde sakız topakları görünmekte. Nesrin hanım, çocukları Ali ve Veli ile birlikte oradan geçerken Ali, "sakız isterim," dedi. Veli de, "Ben de isterim; Ali'ninki ile aynı renk olsun!" Nesrin hanım, "Şimdi bozuk param yok.! Alışverişimizi yapalım; dönüşte size sakız alacağım," diye söz verdi. Dönüşte bir de baktı ki sakız makinasında sadece 4 beyaz 6 kırmızı sakız kalmış. Nesrin hanım, en kötü ihtimalle kaç para harcamayı göze almalı ki çocuklarına (aynı renkte) birer sakız verebilsin?

ÇÖZÜM: Bin lira atıp makinadan aldığı ve Ali'ye verdiği ilk sakız kırmızı ise, bir kırmızı sakız daha düşürmek için Nesrin hanım 5 bin lira harcaması gerekebilir; bu da toplam olarak 6 bin lira eder. Ama ilk sakız beyaz olursa, bir beyaz daha düşürmek için 7 bin lira daha harcaması gerekebilir; bu da toplam 8 bin demektir. Öyle ise, en kötü ihtimalle, Nesrin hanımın 8 bin lira harcamaya hazırlıklı olması gere-

tabanına göre yazılan sayıları içeren bir toplama işleminde sayıların rakamları birer harf ile değiştirilmiş bulunmaktadır. 11 tabanına göre olan sayı sisteminde kullanılan rakamlar 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ve A olduğuna göre, işlemdeki sayıları bulabilir misiniz?

$$\begin{array}{r} \text{K E L} \\ \text{B A Ş A} \\ + \text{T A R A K} \\ \hline \text{Ş İ M Ş İ R} \end{array}$$

SORU 92 ASAL LASA

Jeremiah P. FARREL

Asal olan bir sayının tersi de asal ise, onu lasa tipi asal sayı diye tanımlayalım (13 ve 31 gibi). Aşağıdaki 4x4'lük sihirli karenin her sırasında, her kolonunda ve iki köşegeninde yer alan sayıların tümü asaldır. Üstelik bir köşegendeki 3079 sayısı dışında, diğer sayıların hepsi lasa tipi asal sayıdır. Asal olan 3079'un tersi de asal olsaydı bu sihirli kare, kusursuz bir lasa tipi sihirli kare olacaktı!

1	9	7	9
1	8	7	9
9	0	1	3
3	3	7	1

9703=31x313 (Asal değil)

Tümüyle lasa tipi asal sayılardan oluşturulmuş 4x4'lük kusursuz bir lasa tipi sihirli kare bulabilir misiniz?

kir.

• Doğru değil mi?

• Hayır, doğru değil. Nesrin hanım, en kötü ihtimalle 3 bin lira harcar: İlk sakızı Ali'ye vermez; bekletir. İkinci sakızı satın alır. İki sakız değişik renklerde olursa bir sakız daha alır; aynı renkte iki sakız elde etmiş olur.

SORUYU DEĞİŞTİRELİM:

Makinada 6 kırmızı, 4 beyaz ve 5 mavi sakız olsaydı, aynı renkte iki adet sakız edebilmek için Nesrin hanımın elinde kaç adet bin liralık para olması gerekecekti?

Çözümü 4 olarak bulduysanız, bu defa soruyu şöyle düşünün: Nesrin hanım evde bıraktığı 3. çocuğu Ayşe'yi de getirirse, ve makinada 6 kırmızı, 4 beyaz ve 1 tane da mavi sakız olsa, aynı renkte üç sakız düşürmek için Nesrin hanımın (en kötü ihtimalle) harcayacağı para ne kadardır?

İkinci soru, ilk soru kadar kolaydı ve çözüm mantığı farklı değildi: Püf noktası, en kötü ihtimalin gerçekleşmesi durumunda makinadan sırasıyla düşen bilyelerin renk se-

kansının uzunluğunu görebilmektir. İlk üç sakızın farklı renklerde düşmesi, en kötü ihtimalin sekans uzunluğudur. En kötü ihtimal sekansızın uzunluğuna "n" dersek, burada n=3'tür. Bundan sonra gelecek olan renk ne olursa olsun, aynı renkte iki sakız elde etmek kaçınılmazdır. Buna göre yanıt **(n+1)'dir.**

Sorunun üçüncü şıkkı biraz daha zordur. Nesrin hanımın 2 yerine 3 çocuğu vardır. Sakız makinasında 6 kırmızı, 4 beyaz ve 1 mavi sakız var. Aynı renkte olan 3 sakız bilyesi elde etmek için en çok ne kadar para harcamayı göze almış olmalıdır? Bu yeni durumda, Nesrin hanım için en kötü ihtimal, -peşpeşe yaptığı ilk beş işlemde- 2 kırmızı, 2 beyaz ve 1 mavi sakız düşürmüş olmasıdır. Burada n=5'tir. Bundan sonra gelecek renk ne olursa olsun, aynı renkte 3 sakız elde etmek kaçınılmaz duruma gelmektedir; dolayısıyla YANIT: 6 bin lira'dır. (mavi sakızların sayısı 1'den fazla olsaydı, YANIT: 7 bin lira olacaktı!) Yukarıda da belirttiğimiz gibi, bu basit örneklerde bile püf noktası, en kötü ihtimal sekansının uzunluğunun çözümdeki

önemini sezebilmiş olmakta yatıyor. Bu püf noktayı göremeyip problemi olağan matematiksel yoldan çözmeye kalkıştığınızda: makinadaki 11 adet sakıza 1'den 11'e kadar numara verip bu 11 elemanlı set'in elemanlarından seçilebilecek tüm sekansların listesini çıkardıktan sonra, aynı renkten üç elemanın arka arkaya yer almasından önce en uzun sekansa sahip olanını saptayarak çözüme ulaşabilirsiniz. Fakat listenizde 11!=39.916.800 değişik sekans olacaktı.

Matematiksel genelleme yapmak gerekirse, şunu yazabiliriz: Bilyelerin kaç değişik renkte olduğunu belirten sayı "r" ise, ve her renkteki bilye sayısı en az "k" ise, aynı renkten k tane bilye elde etmek için (en kötü ihtimalle) r(k-1)+1 bilye almak gerekir. Bazı renklerdeki bilyelerin sayısı k'dan az ise, matematiksel genelleminin ne şekil alacağını araştırma işini, meraklı MATEMATİKÇİLER'a bırakıyoruz.

Bu kategorideki problemler değişik kılıklarda sunulabilir. Örneğin: aynı renkte olan 7 adet kart bulabilmek için, 52 kartlık bir oyun kağıdı des-

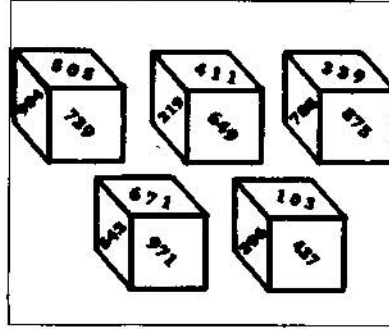
SORU 93 BEŞ ZAR

Benjamin L. SCHWARTZ

Elimizde beş tane özel zar var. Üç basamaklı olan sayılar arasından otuz tanesi gelişi-güzel seçilmiş ve bu sayılardan her biri elimizdeki zarların yüzeylerine yazılmış. Zarların beşi birden atıldığında gelen sayıların toplamına N diyelim... (Aşağıdaki şekilde yapılan bir atışın sonucunu görüyoruz. Bir atışta $N=2029$)

Bu oyunu oynayanlardan biri şöyle bir sav ileri sürdü: "Bu beş-zar oyununda atılması olası toplamlar arasında en azından bir tane N sayısı vardır ki bu sayı birden fazla defa yapılacak değişik zar atışları ile elde edilebilir!" Bu sav doğru mu,

yanlış mı! Doğru diyorsanız, ispatlayın! Eğer Yanlış diyorsanız, ispatlayın!



tesinden en az kaç kağıt çekmek gerekir? (İskambil oyunları terminolojisinde KARO ve KUPA aynı renk değildir; SİNEK ile MAÇA da aynı renk değildir. Oyun kağıtlarında DÖRT AYRI RENK olduğu düşünülmelidir.) Bu örnekte $r=4$ ve $k=7$ 'dir. Genel formüle göre yanıt: $4(7-1)+1=25$ 'tir.

SORU: Ali, aşağıda (ŞekiM)'de görüldüğü gibi, kibrit çöpleri ile oluşturduğu 5 birim karelik şekli, arkadaşı Veli'ye gösterdi ve şöyle dedi: "iki tane çöpün yerini değiştirerek 4 birim karelik bir şekil elde edebilir misin?" Veli biraz düşü-

nünce çözümü buldu. Bu sefer, Veli 12 kibrit çöpü ile, aşağıda (Şekil-2)'de görüldüğü gibi, 3 birim kareden oluşan bir düzenleme yaptı; ve şöyle dedi: Bu 12 çöpü kullanarak 6 birim kare oluşturabilir misin? Veli biraz düşündükten sonra pes etti. Veli'nin bulunduğu çözümü ve Ali'nin pes ettiği sorunun çözümünü, sohbetimizi izleyen MATEMANTİK'çi okurlarımızın bulabileceğini umuyoruz. Gelecek sayıdaki sohbetimizde buluşmak üzere, hoşça kalın der esenlikler dilerim.

NOT: Geçen sayımızdaki rakamsal kök'ler konusundaki sohbetimizde, "zarla oynanan oyunda hedef sayısını birinci oyuncu seçerse, avantajlı durumda olmak için seçeceği hedef sayısının rakamsal kök'ü ne olmalıdır?" diye sormuştuk. Yanıt: "7 olmalıdır." Hedef sayısının rakamsal kök'ü 7 iken, oyuna başlama zarı 2,3 veya 4 olursa birinci oyuncunun kazanması garantidir. (6'da 3) Seçilen hedef sayısının rakamsal kök'üne göre birinci oyuncunun kazanmasını garantileyen İLK ZAR atışları, şöyledir:

Hedef Sayısının rakamsal kök'ü	Kazandıran ilk zar
1	1 veya 5
2	2 veya 3
3	3 veya 4
4	4
5	5
6	3 veya 6
7	2,3 veya 4
8	4
9	YOK

SORU 94 TOPLAMIN BÜYÜK OLANI

Charles W. TRIGG

Dokuz birim kareden oluşan 3×3 'lük bir KARE'nin çevresinde bulunan 8 tane birim karenin her birine, O'dan 7'ye kadar olan rakamların birini öyle yerleştirelim ki her biri üçer rakam içeren sıralarda ve kolonlarda bulunan rakamların toplamı (aşağıdaki şekillerde görüldüğü gibi) hep eşit olsun. Aşağıdaki şekillerde, üçer rakam içeren her sıra ve her kolondaki rakamların toplamı 9'a eşittir. Bu toplamın 9'dan büyük olduğu çözüm (ya da çözümler) varsa, en büyük toplamı veren çözümü bulabilir misiniz?

NOT: Örnek olarak aşağıdaki şekillerde belirtilen ve 9 toplamını veren çözümlerin üçü de, aynı çözümün değişik görüntüleridir. Şekil 1'i 90 derece sola çevirince Şekil 2'yi elde ederiz. Şekil 3 ise Şekil 2'nin yatay eksene göre simetridir. Çözümün (sağa ve sola 90 derece döndürülmüş durumları ve her durumun yatay ile düşey eksene göre simetridi de sayılırsa) 8 farklı görüntüsü elde edilebilirse de, temelde çözüm TEK'tir.

0	4	5
=7-	•zg	3
2	6	1

Şekil 1

5	3	1
4		6
0	7	2

Şekil 2

0	7	2
4		6
5	3	1