

# Temelband sistemlerinde sayısal iletim

Mehmet BİNAL  
ve  
Daryo NAVARO

## ÖZET

"Temel band" iletimi imlerin verici tarafından iletim ortamı üzerinden doğrudan doğruya alıcıya aktarılmasıdır.

Bu yazıda sayısal imlerin "temel band" da iletimi üzerinde durulmuş, bu konuda karşılaşılan başlıca sorunlar incelenmiştir.

## SUMMARY

"Base band" transmission is the transfer of the signals from sender to the receiver directly through channel.

In this article the transmission of digital signals in "base band" is studied, and the main problems encountered are investigated.

## 1. GİRİŞ

Bu yazıda sayısal temelband iletimine ilişkin sorunlar üzerinde durulmuştur. Sayısal iletim düzenlerinde önemli olan, bilgiyi taşıması için üretilen ayırık-im elemanlarıdır. Sayısal imler (işaretler) de bir grup ayırık-im elemanlarından oluşur. Ayırık-im elemanı tarafından taşınan bilgi simge, bir grup ayırık-im elemanı tarafından taşınan bilgiler ise mesaj olarak tanımlanır (1) (2).

Sayısal im iletimi belirli bir sıraya göre ardışıl olarak yapılıyor ise, bunu gerçekleştiren düzenlere "seri düzenler" adı verilir. Genel olarak, seri düzenlerde im elemanları sabit bir hızla iletilir ve alıcı ile vericinin sürekli olarak eşzamanlı olarak çalıştığı varsayılır.

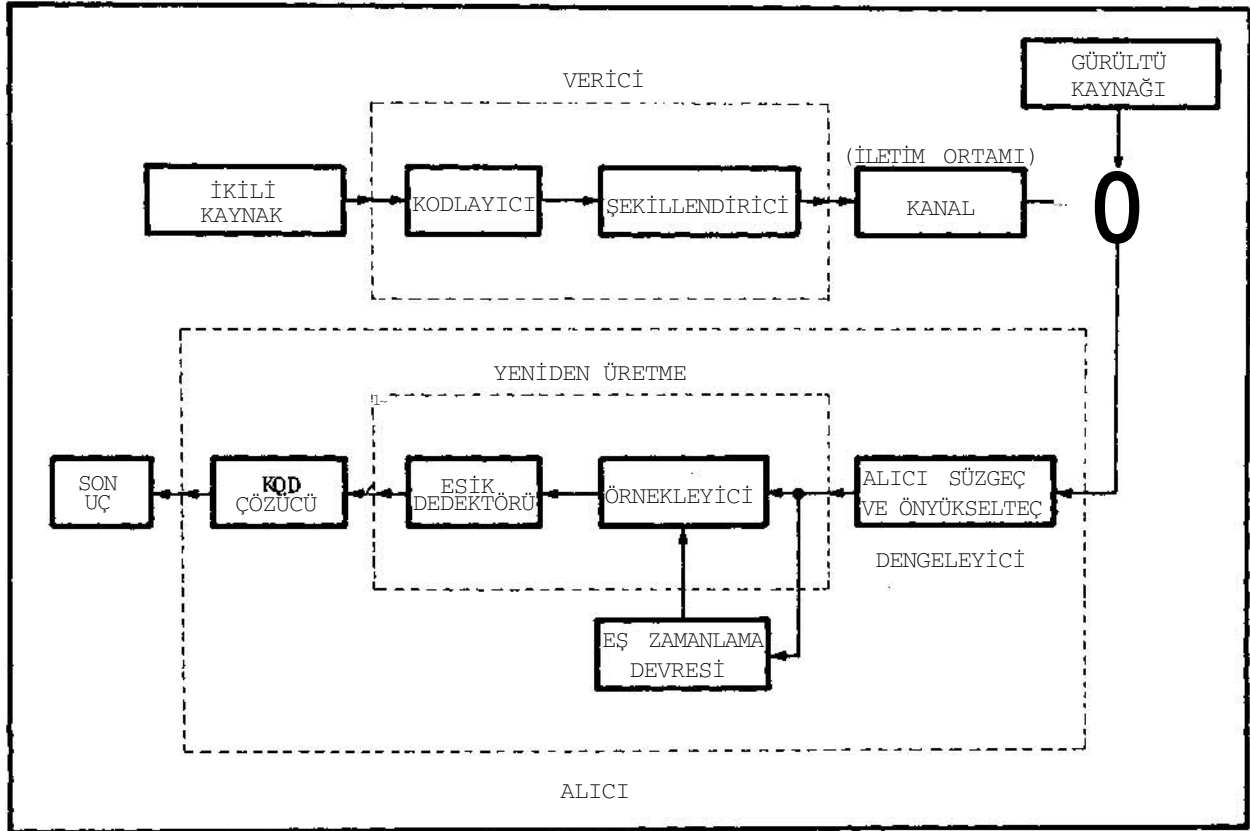
Alıcı ve verici arasında oluşturulan bağlantıya "kanal" adı verilir. Yukarıda adı geçen sayısal imlerin verici tarafından doğrudan kanala gönderilip, alıcı tarafından seçilip alınması işlemine "Temelband iletimi" denmektedir. Başka bir deyişle, Temelband İletimi, imlerin belli bir taşıyıcıya bindirilmeksizin biçimlendirilerek bir iletim ortamından gönderilmesi işlemidir.

### 1.1. TEMELBAND SİSTEMLERİNDE SAYISAL İM İLETİMİNİN TEMEL KAVRAMLARI

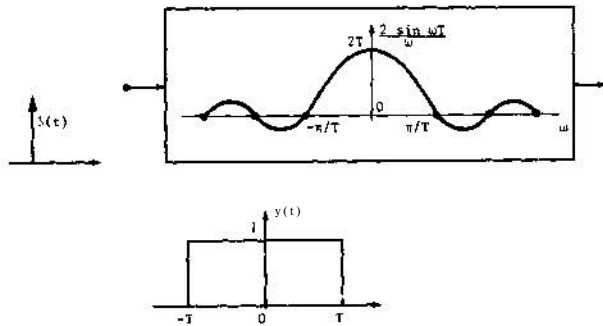
Şekil Vde bir sayısal iletim düzeninin işleyiş şeması gösterilmiştir. Bu şemada görüldüğü gibi, verici, kanal ve alıcı dışında kaynak, gürültü kaynağı ve "son uç" birimleri yer almaktadır. Kaynak bir bilgi üretici olarak tanımlanabilir. Bu üreteç, T zamanının tam katlarında, L elemanlı bir ayırık uzaydan belli bir olasılık kuralına göre  $a_n$  genliklerinden birine karşılık gelen bir impuls üretir, özel olarak, L uzayının eleman sayısını 2 ile sınırlandırarak, üretilen impulsların eşit olasılıklarla 1 ve -1 genlikti olarak üretildiğini varsayalım. Bu tür kaynağa özel olarak "ikili-bilgi" kaynağı adı verilebilir. Bilgi kaynağınca üretilen impulslar kanala verilmeden önce, o kanalın özelliklerinin bilinmesi gerekir. Bu yazının dördüncü bölümünde geniş biçimde açıklanacağı üzere bu özelliklere uyum sağlayacak şekilde çeşitli kodlama yöntemleri geliştirilmiştir. İmpuls'lar bu yöntemlerden birine uygun olarak kodlanarak iletim ortamından iletilirler (4), (8).

Kodlayıcının ardında ise, kodlanmış impuls dizisini fiziksel anlamı olan sayısal im elemanlarına çeviren "biçimlendirici" devre bulunur. Bu devre, impuls cevabı istenilen sayısal işarete karşılık gelen bir süzgeç devresidir. Örneğin, frekans cevabı  $T [\sin(\omega T)]/(\omega T)$  olan bir süzgece uygulanan kodlayıcı çıkışı kanala dikdörtgen darbe biçiminde işaretler gönderilmesini sağlar (Şekil 2).

Mehmet BİNAL, TÜBİTAK  
Daryo NAVARO TÜBİTAK



Şekil 1. Sayısal İletişim sisteminin seması



Şekil 2.  $2 \sin \omega T / \omega$  süzgecinin Impuls cevabı

Bijimlendirici çıkışında elde edilen sayısal imler iletim ortamına verilir. İletim ortamının doğrusal (linear) ve bandının sınırlı olduğu varsayılır. Bu yazının giriş kısmında belirtildiği üzere, bu frekans bandı temelbandtır ve dolayısıyla, Şekil 3'te görüldüğü gibi, sayısal imin frekans spektrumu 0 Hz'den belirli bir (f) frekansına kadar yayılır. Oysa bir taşıyıcı aracılığıyla yapılan iletimde, taşıyıcı frekansın her iki yanında aynı spektrum taşınmış olarak yer alır.

Şekil 1'den görüldüğü üzere, iletim ortamına dış etkiler nedeniyle toplamsal olarak bir gürültü işareti karışmaktadır. Fiziksel olarak, bu gürültünün hat boyunca değişik yerlerden sisteme karışmasına karşın, modellemizde kolaylık sağlaması açısından, bunun tümünün ka-

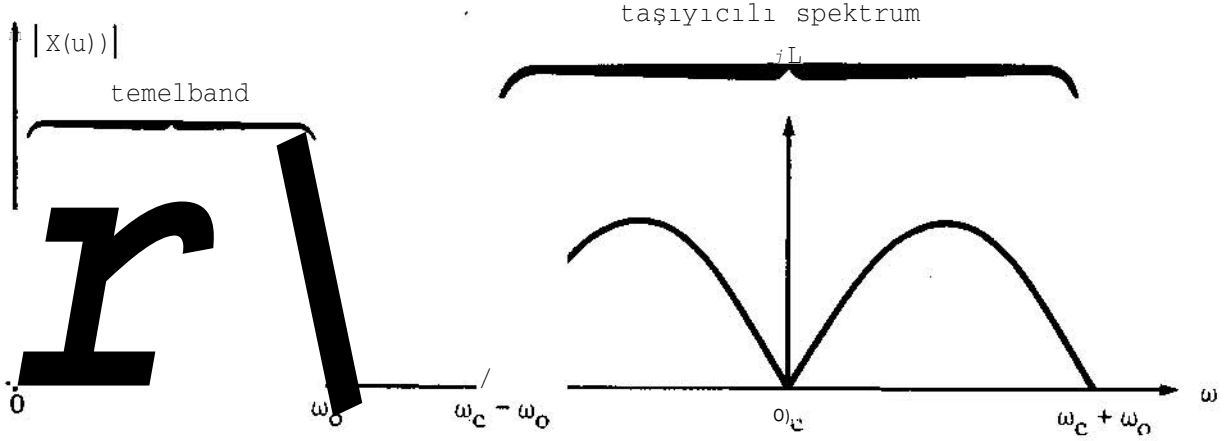
nal ortamından sisteme girdiği varsayılacaktır.

Alıcı ise, bir önyükselteç, bir alıcı filtresi (süzgeci), örnekleyci, eşik dedektörü ve karar devresiyle kod çözücünden oluşur, önce zayıflayarak gelen işaretin önyükselteçte genliği artırılır. Alıcı süzgeci iem band-dışı gürültüleri bastırır, hem de im istenen oicimi verir. Örnekleyci ise, vericiyle eşzamanlı olarak imin en uygun yerlerinden örnekler alır ve bunu eşik dedektörüne gönderir. İmin genliği belirli eşik gerilimleri ile karşılaştırılarak, bu imin hangi genlik değerine daha yakın olduğuna karar verilir. Bu karar sonucu elde edilen darbe dizisi kod çözücünden geçirildikten sonra son uca aktarılır. Son uçta alınan işaret gürültüsüz ortamda iletim yapıldığında kaynakta üretilen işaretin aynı olacaktır.

Gerçek temelband iletim düzenlerinde eşzamanlılığın sağlanabilmesi için bazı özel devreler kullanılır. Bu devreler iletim ortamından gelen işaret içinden simge iletim frekansını çıkartarak bulunurlar (3).

Çok uzun iletim ortamlarında kanal üzerine belirli aralıklarla, bir alıcı verici çiftine eşdeğer olan "tekrarlayıcılar" (repetörler) yerleştirilir. Bu tekrarlayıcılar kanalda zayıflayarak gelen imi yeniden üreterek kanala verirler.

Genel olarak, elemanları yukarıda açıklandığı gibi olan temelband düzenlerinin tasarımında çeşitli ölçütlerin (kriterlerin) belirlenmesi gerekir.



Şekil 3. Sayısal İşaretin Temel bandda ve Taşıyıcılı Sistemdeki Spektrumların karşılaştırılması.

## 2. TEMELBAND İLETİM DÜZENLERİNİN TASARIMINDA GÖZÖNÜNE ALINACAK ÖLÇÜTLER

Bilgi iletiminde amaç, kaynaktan üretilen bilginin son uçtaki alıcıya hatasız olarak aktarılmasıdır. Oysa, bunu sağlayabilmek için herşeyden önce iletim ortamının gürültüsüz olması gerekir. Gerçekte, gürültüden kurtulmak olanak dışıdır. Dolayısıyla, öncelikle davranışı hakkında ancak istatistiksel bilgimiz olan gürültü işaretlerinin etkisini incelemek gerekir. Gönderilen imi bozan gürültü gelişigüzel değişen bir büyüklük olduğundan, alıcı devrelerinin tasarımında olasılık kuramından yararlanılması gerekir.

Bunun dışında, iletim ortamının bandının sınırlı olması nedeniyle imler zaman ekseninde yayılıp değişikliğe uğrarlar. SUII^T olarak, zamanda yan yara J uluna:! ibaretlerin birbirini etkilediği görülür, buna kısaca "Simgeler Arası Girişim" adı verilir. Eğer band sınırsız genişletilebilirse bu girişim önlenilebilecektir. Ancak uygulamada bu özelliğe sahip kanalların gerçekleştirilebilmesi herşeyden önce ekonomik olmamaktadır. Ayrıca, temelband iletimi düzenlerinde etkin olan ısı gürültü gücü frekansla orantılı olarak artacağından, hata oranı da artabilecektir.

O halde, band genişliğinin seçiminde, mümkün olan en az gürültü ve en az imgeler-arası girişim olmasını sağlamak üzere bir en iyi çözüme varmak gerekir. Bu çözüme varmada, öncelikle gürültünün bozucu etkisinin ve hatanın oluşumunun incelenmesi gerekecektir.

### 2.1. İM/GÜRÜLTÜ ORANI VE HATA OLASILIĞI

Gürültünün incelenmesinde ve bozucu etkisinin tanımlanmasında, im gücünün gürültü gücüne oranı, en anlamlı bir ölçüttür. Hata olasılığı da bu orana bağlı olarak bulunabilir.

Herşeyden önce, temel band iletiminde karşılaşılan gürültünün türünü ve istatistiksel özelliklerinin bilinmesi gerekir. Bu verilerden yararlanarak ayrıca fiziksel gerçeklerden uzaklaşmaksızın geliştirilecek kuramsal bir model aracılığıyla tasarımda, bize yardımcı olacak ölçütlerden bazıları ortaya konulabilir.

İncelememizde eşeksenli (koaksiyal) kablo üzerinden iletimde en etkin gürültü olan ısı gürültü üzerinde durulacaktır. Çiftli kablolarda iletimi sınırlayan en önemli etken ise çaprazkarışım gürültüsüdür ve bu konu dizideki diğer bir yazıda ele alınmaktadır. Bunun dışında gürültünün aşağıdaki özelliklere sahip olduğu varsayılacaktır:

1. Gürültü bir toplamsal gürültüdür. Daha açıkçası, verici çıkışındaki işaret  $g(t)$  ise, alıcı tarafa varan işareti

$$2.1. \quad y(t) = g(t) + n(t)$$

olur ki, burada  $n(t)$  gürültü imini göstermektedir.

2. Gürültü imi,  $g(t)$  den istatistiksel olarak tamamen bağımsızdır:

$$2.2. \quad P\{n(t_0)/g(t_0)\} = P\{n(t_0)\}$$

3. Gürültü işareti, genel anlamda durağandır. Başka bir deyişle, beklenen değeri ve "otokorelasyonu" zamandan bağımsızdır:

$$2.3. \quad R_n(T) = E \quad n(t) \cdot n(t+r)$$

Bir işaretin güç spektrumu onun otokorelasyon fonksiyonunun Fourier dönüşümü olduğundan, (bk. Ek. 1)

$$2.4. \quad N(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_n(T) \exp(-j\omega T) dT$$

yazılabilir.

Yutardaki varsayımlar ve tanımlardan hareketle, gürültünün sistem üzerine etkileri incelenebilecektir.

Bilindiği gibi, ısı gürültü beyaz Gauss Gürültüsü olarak kabul edilebilir. Bu ise, ele alınabilecek en basit gürültü süreçlerinden biri olduğundan ve ayrıca buna ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonu bilindiğinden, yapılacak işlemler bir ölçüde kolaylaşmış olacaktır.

Yukarda sıralanan özelliklere ek olarak, Gauss türünden gürültünün ayrıca aşağıdaki özellikleri de vardır:

1. Gauss türü bir işaretin filtreden (süzgeçten) geçirilmesi bunun olasılık yoğunluk fonksiyonu üzerine bir etki yapmaz. Oysa ki, başka tür olasılık yoğunluk fonksiyonları için bu özellik geçerli değildir.

2. Bu gürültünün güç spektrumu  $N(f)$  ile gösterilir, gürültü işareti süzgeç çıkışındaki işaretin güç spektrumu:

$$2.5. N_x(f) = N(f) |H(f)|^2$$

olacaktır.

3. Gauss türü gürültünün olasılık yoğunluk fonksiyonu

2.6.  $p(n) = [1/\sqrt{2\pi\sigma^2}] \exp[-(n-\bar{n})^2/2\sigma^2]$  biçimindedir. Burada  $\bar{n} = E\{n\}$  gürültünün beklenen değeri ve  $\sigma^2 = E\{n^2\}$  gürültünün varyansdır.

Alıcıya ulaşan imlerin genlikleri örnekleme anlarında bir eşikle karşılaştırılacaktır. Burada iki genlik değeri olan imleri gözönüne aldığımız için, eşik genliği bu iki değer arasında bir yerde olacaktır. Eşik genliği  $E$  ile gösterilir ve ideal eşzamanlamanın sağlanıp, simgeler-arası girişimin sıfır olduğu noktada örnekleme yapıldığı varsayılır.

$$g(t_0) \begin{cases} p_0 \text{ olasılığı ile } g_1(t_0) \\ (1-p_0) \text{ olasılığı ile } g_0(t_0) \end{cases}$$

olacaktır. O halde, yukarda açıklandığı üzere

$g_0(t_0) < E < g_1(t_0)$  olacaktır. Bu duruma ilişkin hata olasılığı ise:

$$2.7. P[e] = P_0 P[y(t_0) - k < E/g(t_0) = g_1(t_0)] + (1-p_0) P[y(t_0) - k > E/g(t_0) = g_0(t_0)]$$

dır. Burada  $P[e]$  hata olasılığını, kalıcıdaki önyükselteç kazancını göstermektedir.

Alıcıya gelen im

$$y(t) = g(t) + n(t)$$

biçiminde olduğundan, bir  $t_f$  anında,  $n(t_f) = y(t_f) - g(t_f)$

$$2.8. P[e] = P_0 P[n(t_0) < E - g_1(t_0)] + (1-p_0) P[n(t_0) < E - g_0(t_0)]$$

olacaktır. Şimdi birer  $\gamma$  ve  $\beta$  değişkenleri aşağıdaki gibi tanımlayıp,

$$\gamma = \frac{M/2 \cdot [g_1(t_0) + g_0(t_0)]}{n(t_0) [g_1(t_0) - g_0(t_0)]}$$

bu ifadeler  $P[g]$ 'de yerine koyulduğu zaman

$$2.9. P[e] = P_0 P[\beta < (\gamma - 1/2)] + (1-P_0) P[\beta > (\gamma + 1/2)]$$

elde edilecektir. Öte yandan,  $p(n)$  yani gürültünün olasılık yoğunluk fonksiyonu bilindiğinden  $p(\beta)$ 'yi yukarıdaki bağlantıdan yararlanarak tanımlayabiliriz: Bu durumda hata olasılığı;

$$2.10. P[e] = P_0 \int_{-\infty}^{\gamma-0.5} p(\beta) d\beta + (1-P_0) \int_{\gamma+0.5}^{\infty} p(\beta) d\beta$$

olacaktır.

Burada, hata olasılığının minimum değerini bulmak için  $\gamma$ 'ya göre türev alınır, sonuç 0'a eşitlenirse,

$dP(e)/d\gamma = 0$  ve  $P_0 P(\gamma - 0.5) \sim (1 - P_0) P(\gamma + 0.5) = 0$  bulunur.  $p(n)$  Gauss türü, sıfır ortalamalı ve  $d^2$  varyanslı bir olasılık yoğunluk fonksiyonu olduğundan,

$$P(\beta) = [1/(\sigma\sqrt{2\pi})] \exp\{-\beta^2/(2\sigma^2)\}$$

$$\text{ayrıca, } \sigma^2 = a/[g_1(t_0) - g_0(t_0)]$$

ifadeleri kullanılarak yukarıdaki denklem  $\gamma$ 'ya göre çözüldüğünde,

$$2.11. \gamma = \sigma^2 \ln[(1 - P_0)/P_0]$$

bulunur.

O halde, bu değeri sağlayan  $\gamma$  ile sistem tasarlanırsa, hata olasılığı minimum olacaktır. Eğer  $P_0 = 1 - P_0$  ise, daha açıkçası  $g_1(t_0)$  ve  $g_0(t_0)$  işaretlerinin gönderilme olasılıkları eşit iseler, bu durumda optimum eşik genliği nominal im genliklerinin ortalamasına eşit olacaktır.

Vericiden eşit olasılıklı ve istatistiksel bağımsız olarak üretilen sayısal imlerin  $N_0$  Watt/hz spektral yoğunluklu Gauss türü bir gürültüyle bozulduğunu varsayalım.

Yukardaki tartışmaların ışığı altında, hata olasılığı  $P[e]$  basit olarak aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$2.12. P[e] = P_0 \int_{-\infty}^{\gamma-0.5} p(\beta) d\beta + (1-P_0) \int_{\gamma+0.5}^{\infty} p(\beta) d\beta$$

Gauss eğrisinin eksenel simetrisinden yararlanılarak ve

$p_0 = 1/2$  olduğu gözönünde tutularak,

$$P[e] = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\beta) d\beta$$

bulunur. Gerekli değişken dönüşümleri yapılarak,

$$2.13. P[e] = (1/2) \operatorname{erfc}(v/2(T))$$

olacaktır ki, burada  $\operatorname{erfc}$  hata fonksiyonunun ve  $V$ 'de,  $g_1(t_0) - g_0(t_0)$  farkını göstermektedir. Bu hata fonksiyonu için hesaplanmış çeşitli tablolar yazında vardır. Bunlardan bakılarak  $P[e]$  değerleri bulunabilir.

Vericide iki genlikli işaretler üretilmekte olduğundan, örnekleme anında karşı tarafta alınan genliğin karışma değeri,

$$2.14. \bar{i}^2 = v^2/4$$

olacaktır. Bir sonraki bölümde görüleceği gibi, toplam iletim sisteminin karakteristiği Nyquist koşulunu sağlamak üzere kaldırılmış kosinüs (Raised Cosine) olacaktır, bu durumda kanala verilecek güç

$$2.15. P_s = I^2/T$$

olacaktır. Yukardaki ifade bir öncekinde yerine koyulduğunda, güç ifadesi

$$2.16. P_s = V^2/(4T)$$

biçimini alır. Buradan,  $V^2 = 4P_s T$  bulunur. Gürültü  $N_0$  yoğunluklu Gauss türü olduğundan  $\sigma^2 = N_0$  olacaktır.

Demek ki, hata olasılığı;

2.17.  $P[e] = (1/2) \operatorname{erfc} \{ [(2P_s T)/N_0]^{1/2} \}$  dir. Görüldüğü gibi, hata olasılığıyla imin gürültüye oranı  $P_s/N_0$  arasında bir ilişki bulunmaktadır. Bu ilişkiden yararlanarak, im-gürültü oranları için bir eğri çizilebilir. Bu eğri ŞekiU'te verilmiştir. (1), (2), (3).

Uygulamada, im gürültü-oranını bulmak için bazı bağıntılar verilebilir, örneğin,

$$2.18. (P_s/N_0)d/3 = (10.65 + 11.42 \log_{10} x) d/3$$

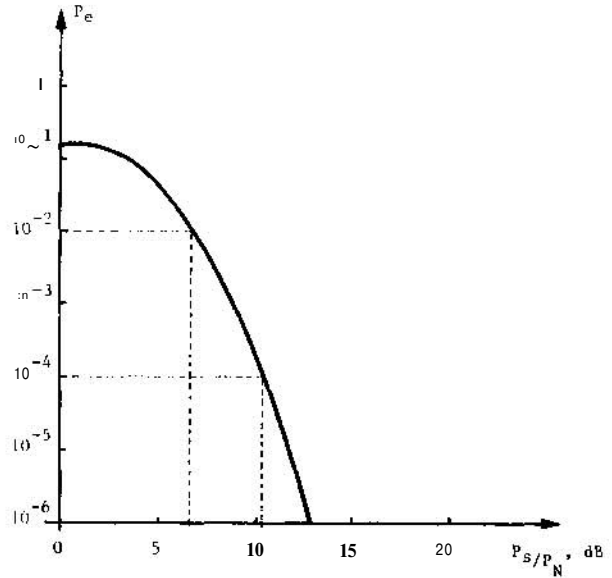
yazılabilir.

Burada,  $P[e] = 10^{-x}$  'tir.

## 2.2. İLETİM BANDININ SINIRLI OLMASININ ETKİLERİ

İletim ortamı olarak kullanılan kanal, girişine uygulanan imleri bir değişime uğratarak çıkışına aktarmaktadır. O halde, bir iletim düzeni tasarımlarken, bu kanalın fiziksel özelliklerinin bilinmesi gerekir. Bu özelliklerden, elek-

triksel açıdan, en önemli kanalın transfer fonksiyonudur (Bkz. Ek-1).



Şekil 4. i ki seviyeli I sar et için hata oranının işaret/gürültü oranı ile değişimi.

Eğer 5(t) impulsu gözönüne alınan kanalın girişine uygulanırsa, bu kanalın çıkışında bir k(t) işareti elde edilecektir. O halde, kanal s(t) impulsunu bir k(t) fonksiyonuna dönüştürmektedir. Impuls fonksiyonunun örnekleme özelliğinden yararlanarak, (4).

$$2.19. f(t) = f(t) * \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \delta(t - T) d\tau$$

yazılabilir. Bu ifade  $f(t)$ 'nin impulsların sürekli toplamı (yani entegrali) biçiminde yazılabileceğini gösterir. O halde, kanalın impuls cevabı  $k(t)$  olduğundan ve ayrıca, gözönüne alınan sistem zamanda değişmeyen doğrusal bir sistem olduğundan;

$$2.20. y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) M(t - T) d\tau$$

dir. Bu ifade ise,  $g(t)$  ile  $k(t)$ 'nin konvülusyonudur (katlanma). O halde, işaretlerin Fourier dönüşümleri kullanılarak,

$$2.21. Y(j\omega) = G(j\omega) \cdot K(j\omega)$$

yazılabilir.  $K(j\omega)$  transfer fonksiyonuna hem alıcı ve hem de vericideki süzgeçler katılır ve toplam iletim düzeninin transfer fonksiyonu  $H(j\omega)$  ile gösterilirse,

$$2.22. H(j\omega) = G_A(j\omega) \cdot G_V(j\omega) \cdot K(j\omega)$$

olacaktır. Burada  $G^A(j\omega)$  alıcıdaki,  $G_V(j\omega)$  vericideki süzgeçlere ilişkin transfer fonksiyonlarıdır.  $H(j\omega)$  transfer fonksiyonunun ters Fourier dönüşümü  $h(t)$  örnekle-

me kuramına göre  $1/2 W$  sn zaman aralıklı örneklerle tanımlanmış olsun, öyle ki,  $H(j\omega)$  transfer fonksiyonu da  $\pm W$  bandı ile sınırlı olsun.

Buna göre,

$$2.23. H(j\omega) = \begin{cases} (1/2c_0) \cdot \text{Sh}(n/(2c_0)) \cdot \exp(-j\omega n / 2c_0) & |\omega| \leq 2\pi W \\ 0 & M > 2TTW \end{cases}$$

ve

$$2.24. h(t) = 2h(n/2c_0) \cdot [\sin 7r(2a^* - n)] / [\pi(2\omega t - n)]$$

olacaktır. Bu ifadede görülen  $1/2 W$  sn'lik zaman aralığına, "NYQUIST" aralığı adı verilir. Ya  $U_a$ ,  $1/2T$  Hz frekansa "NYQUIST" frekansı denir. (Burada;  $W=2\pi f$  ve  $f=1/T$ 'dir).

Daha açıkçası,  $h(t)$  bir saniyede  $2W$  adet örnekle tam olarak gösterilebilir. O halde, sistemin tasarımında kullanılacak iletim hızının alt sınırı Nyquist hızıdır (1), (2).

Ancak, bu şekilde Nyquist frekansı ile sınırlı bir karakteristiği arandığında karşımıza gerçekleştirilmesi mümkün olmayan dikdörtgen biçiminde bir karakteristik çıkar. Daha açıkçası,

$$2.25. |H(j\omega)| = \begin{cases} T & , \omega < 7r/T \\ 0 & , |\omega| > TT/T \end{cases}$$

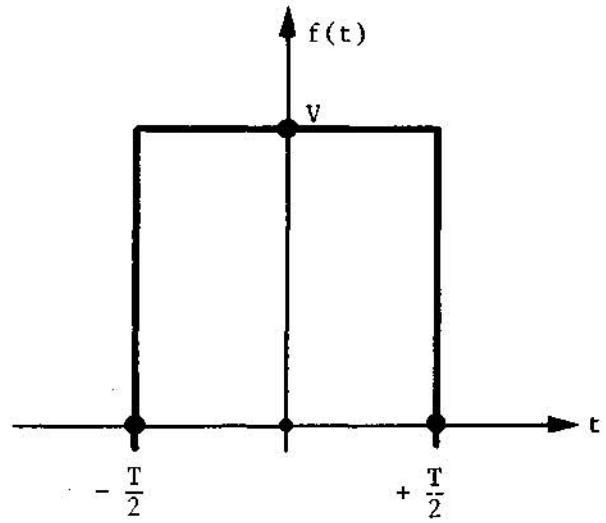
olacaktır.

Yulardaki gibi bir  $H(j\omega)$  transfer fonksiyonunun ters Fourier dönüşümü  $[\sin(7rt/T)] / (7rt/T)$  olup, genlik zarfı  $1/t$  ile teğetsel olarak azalır. Dolayısıyla transfer fonksiyonundaki süreksizlik zaman cevabının yayılmasına neden olmaktadır. O halde, frekans cevabındaki bu süreksizlik yumuşatıldığında zamanki yayılmanın bir miktar önüne geçilebilecektir. Ayrıca, yukardaki frekans karakteristiğinin doğrusal fazlı olarak gerçekleşmesi de mümkün olmaz ve zamanlamanın çok hatasız olarak yapılması gerektiğinden böyle bir karakteristiğin zaman hatasına dayanıklılığı hiç yoktur.

Nyquist kriterinin uygulamada değişik bir yorumu ile,  $H(j\omega)$ 'nin  $2r/Vde$  sınırlanmasından yararlanarak, aşağıdaki bir koşul öne sürülebilir:

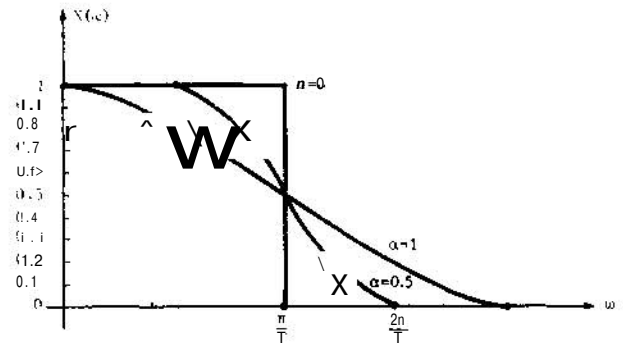
$$2.26. H(j\omega) = H_x(\omega) + jH_y(\omega)$$

$H_x(j\omega)$  grafiği dikdörtgen olan bir fonksiyon  $1/T$ 'ye göre tek simetrlili gerçel (reel) bir fonksiyondan oluşsun.  $H_y(j\omega)$  ise  $1/T$ 'ye göre çift simetrlili herhangi bir fonksiyon olsun. Bu durumda işaretler arası girişiminin



Şekil 5. İdeal darbe

kaldırılması sağlanabildiği gibi uygun fonksiyonlar seçildiğinde zaman yayılması da oldukça azaltılabilir. Bu tür fonksiyonların (Raised Cosine) yükseltilmiş kosinüs karakteristikleri oldukça geniş incelenmiş ve en çok kullanılan gerçekleştirilebilir karakteristik olmuştur. Şekil—6' da görülen çeşitli yükseltilmiş kosinüs karakteristikleri düz bir kısım ve  $nT$  etrafında tek simetrisi olan sinüsoidal formda bir biçimden oluşur (4).



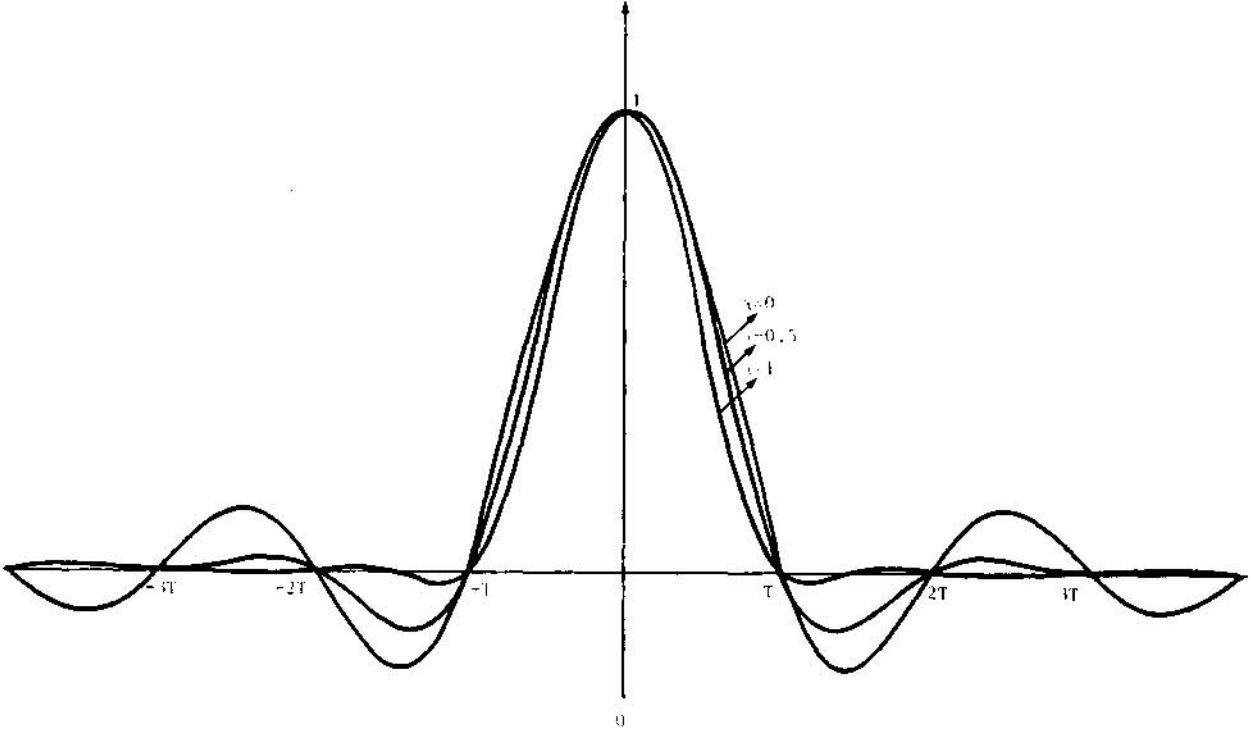
Şekil 6. (Raised Cosine) Yükseltilmiş kosinüs darbesinin Ck parametre olmak üzere frekans karakteristiği.

$$2.27. H(j\omega) = \begin{cases} T & , 0 < \omega < 7r/T(1-a) \\ T/2 \{ 1 - \sin [T/2 \alpha (\omega - \pi/T)] \} & 7r/T(1-a) \leq \omega \leq \pi/T(1+a) \end{cases}$$

Burada,  $a$  Nyquist bandını geçiş miktarının Nyquist bandına oranını veren bir parametredir. Bu transfer fonksiyonunun ters Fourier dönüşümü ise; (Şekil—7),

2.28.

$$h(t) = (\sin(\omega t r)) / (\omega t / T) \cdot (\cos(\omega t r / T) / (1 - 4\omega^2 t^2 y^2))$$



Şekil 7. (Raised Cosine) Yükseltilmiş kosinüs darbesi ( $\alpha$  parametre olmak üzere)

olur. Görüldüğü üzere,  $h(t)$ 'nin genliği  $1/t^3$  ile teğetsel olarak azalır. %100 yükseltilmiş kosinüs darbesinin  $T$ 'nin yarım katlarında da sıfırları oluşur. « küçüldükçe gerekli band genişliği azalacaktır, ancak bu durumda da kanal eşlemesi ve eşzamanlama daha güçleşecektir.

Sonuç olarak, düzenin bütününün impuls cevabının yukarıda ifadesi verilen  $h(t)$  biçiminde olması gerekmektedir. Oysa, gerçek iletim düzenlerinde girişte impulslar yoktur, bunun yerine  $(\text{sinc}(\omega T/2))/(\text{co}T/2)$  frekans karakteristikli dikdörtgen darbeler bulunur. Dolayısıyla toplam karakteristik  $H(j\omega)$  olacağından dönüşüm işleminde bu düzeltmenin yapılması gerekecektir.

### 2.3. SİMGELER ARASI GİRİŞİM VE GÖZ DİYAGRAMLARI

Bu bölüme kadar yapılan incelemede, ayırık-imlerin kendinden önce gelen imlerin yayılması nedeniyle ortaya çıkan bozulması gözönüne alınmamıştır. Oysa, tasarım yapılırken bu bozulmanın da önemle üstünde durulması gerekir.

Bir osilaskopta yatay eksen (zaman ekseni) imleşme hızına eşzamanlanırsa ve düşey eksene de alıcı girişindeki im uygulanırsa, ekranda "göz diyagramları" denilen eğri aileleri elde edilir. Osiloskop imleşme periyodu ile eşzamanlı olduğundan, ekranda bütün olurlu imler belirgin olarak gözükcektir. İmleşme süresinin tam ortasında imimiz en yüksek ya da en alçak değerlerden geçeceğinden (ikili imler için) bu ikisi arasındaki bölge açık ola-

rak gözükcektir. Ortaya çıkacak herhangi bir bozulma bu aralığın azalmasına neden olacaktır. O halde, göz açıklığının incelenmesiyle kanal da ortaya çıkacak bozukluklar kolayca görülebilecektir. Ancak sistemin uygulanan imi ne biçimde etkilediği göz diyagramlarından kolayca görülmesine rağmen tasarımı yaparken bu olayın matematiksel bir anlatımına gereksinim vardır. Ayrıca, göz diyagramlarını elde etmek için kullanılan im dizileri sonlu olduğundan tam olarak en kötü durumu gözlemlemek olmayabilir. Dolayısıyla, tam bir matematiksel ifade bulmak güçtür. Buna rağmen, bazı sınır değerlerinin belirlenmesi açısından bu çalışmaya gerek duyulur.

#### Alıcıdaki işaret:

$$2.29. y(t) = \sum_n a_n g(t - nT) + \eta(t)$$

şeklinde olacaktır. Burada  $a_n$ , (1) ya da (0) olarak simgeyi gösterir,  $TJ(t)$  ise gürültüdür. Herhangi bir  $kT + t_0$  anında alıcıdaki işaret

$$2.30. y(kT + t_0) = \sum_n a_n g(kT - nT + t_0) + \eta(kT + t_0)$$

dir.  $y(kT + t_0) = y_k$ ,  $g(kT - nT + t_0) = X_{k-n}$

ve  $TJ(kT + t_0) = TJ_k$  olarak gösterilirse,  $t_0$  iletim ortamındaki gecikmeyi göstermek üzere,

$$2.31. y_k = \sum_n a_n g_{k-n} + \eta_k$$

bulunur. Bu ifade açılınca;

$$2.32. \quad y_k = g_k a_k + \sum_{n \neq k} a_n g_{k-n} + \eta_k$$

elde edilir. Buradaki  $\sum_{n \neq k} a_n g_{k-n} + \eta_k$  ifadesi simgeler

arası girişimi göstermektedir. Daha açıkçası k aralığındaki işarete öteki aralıklardaki işaretlerin eklediği bozulmalar bu şekilde yazılabilecektir. 77 k'nın sıfır olduğunu varsayalım, örnekleme anlarında ardışıl imlerin genlik değerleri birbirini etkileyeceğinden bir bozulma görülecektir. İkili imler söz konusu olduğuna göre,  $a_k = \pm 1$  olacaktır.

$g_0 = 1$  varsayılırsa,

$$2.33. \quad y_0 = a_0 + \sum_{n \neq 0} a_n g_{-n}$$

elde edilecektir. Görülür ki,  $a_0$  işaretine eklenen terimler g'nin önceki değerlerine bağlı olarak değer almaktadır.

Bu bozulmanın alacağı en büyük değer;

$$\sum_{n \neq 0} |g_n|$$

olabilir. Eğer  $g_n$  1 / t'den daha çabuk sönerse, bu toplam yakınsayacaktır. Buradan simgeler arası girişimin bir sınır değeri bulunmuş olacaktır.

İletim ortamından N simgeden oluşan bir mesajın iletiildiği varsayılırsa doğal olarak ikili imler kullanıldığına göre  $2^N$  olası değerlerde imler arası girişim olacaktır. g(t) imlerinin de zamanda sınırlı olduğu varsayılarak, bir  $t_0$  anından önce K ve ayrıca  $t_0$  anından sonra K aralığında-

ki, genlik değerleri incelenir. Dolayısıyla,  $2^{2K}$  'a»ıl de-ğerin incelenmesi gerekecektir.

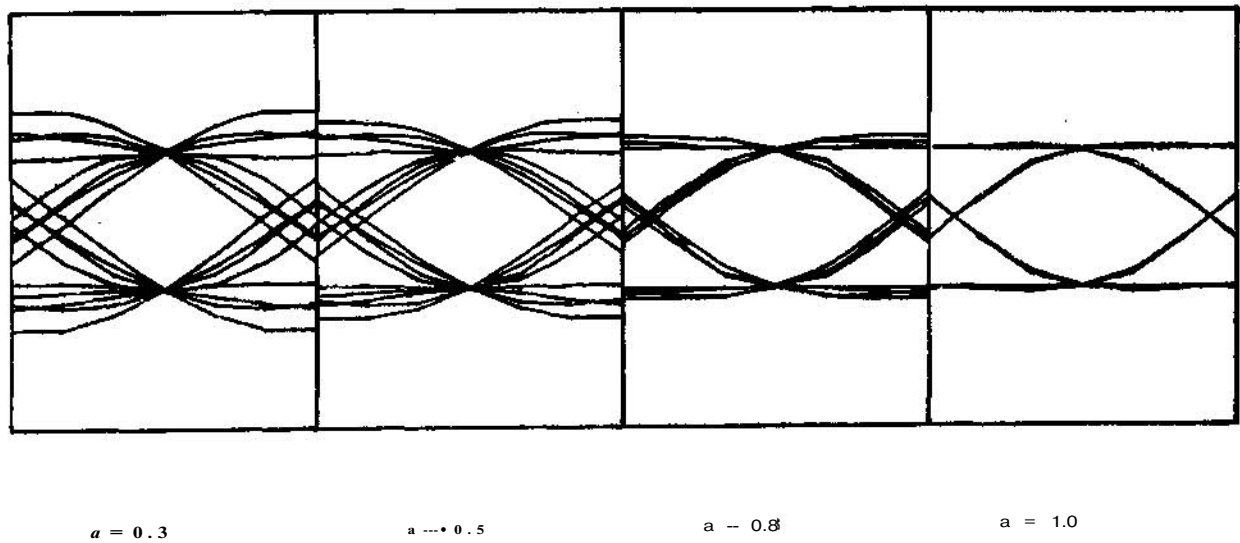
Eğer iletim ortamı mükemmel olsa idi, göz diyagramının en açık olduğu noktada alınacak örnekler maximum ya da minimum değere karşı düşecekti. Oysa, ortamdaki bozulmalar nedeniyle ve gürültünün eklenmesi sonucu örnekleme anındaki genlik değerleri genellikle en büyük (maks) değerden az, enaz (min) değerden de fazla olacaktır. Bu ise, alıcıdaki kararın hatalı alınmasına neden olabilecektir.

Şekil 8'den de görüldüğü gibi, en iyi örnekleme anı gözün en açık olduğu yer olmaktadır. O halde, göz diyagramları sistemin özelliklerini belirleme açısından oldukça bilgi verici bir ölçüt olmaktadır. Ayrıca, sistemin zamanlama hatasına olan bağışıklığı da örnekleme hızı değiştirildiğinde göz açıklığının aldığı şekle bakıp incelenebilir. İm bozulmasının en fazla olduğu, örnekleme anındaki göz açıklığı ile belirlenir ve bu açıklığın yarısı olan aralık da gürültü açıklığı olarak tanımlanır.

Bugün uygulamada kullanılan alıcıların birçoğu zamanlama bilgisini imlerin sıfır geçişine bakarak çıkarmaktadır. Bu durumda, göz diyagramlarının sıfır geçişlerindeki bozulmalar da çok önem kazanır.

Uygulamada hiç gürültü olmayan bir kanal bulunsa bile, yeterli bir iletişim ortamının oluşturulabilmesi için en az % 50 bir göz açıklığına gerek vardır. Ancak, eklenen gürültü ve öteki bozucu etkilerle birlikte bu değer daha da artabilecektir.

Yukarıda da belirtildiği gibi, örnekleme anında alıcıdaki işaretin genliği;



Şekil 8.1 kili darbelerin oluşturduğu göz diyagramları ( tparametre olmak üzere).



$$2.34. y_0 = a_0 g_0 + \sum_{n \neq 0} a_n g_{-n}$$

olacaktır.  $a_n$  ve  $g_{-n}$ 'nin aynı işaretli olduğu bir bilgi dizisi gönderildiğinde, işaretler arası girişim en fazla olacaktır. Demek ki, en fazla bozulma =  $d \sum_{n \neq 0} |g_n|$  olacaktır.

Burada da  $d$ , 0 ve 1 seviyeleri arasındaki gerilim farkıdır.

Bozulma normalize edilmiş olarak yazılırsa:

$$2.35. y_0 - g_0 [a_0 + 1/g_0 \sum_{n \neq 0} a_n g_{-n}]$$

olur.

$$2.36. D = 1/g_0 \sum_{n \neq 0} S_n$$

denilirse, en büyük bozulma =  $D$   
göz açıklığı =  $1 - D$

biçiminde ifade edilebilecektir.

Buraya kadar ki incelemelerde gürültü gözönüne alınmamıştır. Kuşkusuz, göz açıklığının gerçek değerini bulmak için bilgi sırası bilinmelidir. Yukardaki hesaplar en kötü değerlerden gidilerek yapılmıştır. Dolayısıyla, uygulamada göz açıklığının, hesaplanandan daha iyi olması beklenebilir. Ancak gürültü de sistemi etkileyeceğinden, her zaman beklenen sonuç alınmayabilir.

Gürültünün dağılımının bilindiği durumlarda, her zaman için göz açıklığı hata olasılığının sınırının bulunmasında kullanılabilir. Gerçekte elde edilen değerlerle oldukça uyum sağlayan Gauss türü gürültünün sistemi etkilediği düşünülürse, matematiksel yaklaşım oldukça basitleşecektir.

Yukarda  $N$  simgeden oluşan bir mesaj için  $22N$  olası değerlerin incelenmesi gerektiğine değinilmiştir. Eğer bu  $2^{2k}$  olurlu dizinin (i) dizisinin olduğunu varsayarsak ve bu durumda hata olasılığı  $P_{ej}$  ile gösterilirse, toplam hata olasılığı,

$$2.37. P_e = \sum_{i=1}^{2^k} P_{ei} \cdot P(i)$$

olacaktır.  $P(i)$ , i. dizisinin olma olasılığıdır. Oysa,

$$2.38. P_{ej} = P[|D(i) + T_{j_0}| > g_0 \cdot d]$$

yazılabilir. Gürültünün Gauss türü sıfır ortalamalı ve  $a^2 = \frac{2}{N}$

varyanslı bir gürültü olduğu varsayılırsa,

$$2.39. P_e = Q(t(g_0 d - D(i)) / a_n) + Q[(g_0 d + D(i)) / a_n]$$

olacaktır. Burada

$$2.40. Q[x] = \int_{x/a_n}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-y^2/2) dy$$

dır. Dolayısıyla her i. sıranın eşit olasılıkla oluştuğu varsayılarak

$$P_e = \sum_{i=1}^{2^k} P_{ei}$$

$$2.41. P_e = (1/2^{2k}) \sum_{i=1}^{2^k} P_{ei}$$

bulunur.

### 3. TEMELBAND SİSTEMLERİNİN TASARIMI

Tasarım sırasında Seki 1-1'de yer alan sistem bileşenlerini daha yakından incelemek durumu ile karşı karşıya kalırız. İletim ortamının, yani kanalın, kendine özgü bazı teorik ve pratik özellikleri vardır. Temelde bütün sistem parametrelerini etkileyen bu özelliklerin oldukça ayrıntılı incelenmesi gerekir (3).

#### 3.1 TASARIM YÖNTEMİ

##### 3.1.1. TEKRARLAYICI KARAKTERİSTİĞİ

Şekil (9)'da görülen bir tekrarlayıcıyı gözönüne alalım. Yukarıda açıklandığı üzere bu tekrarlayıcı bir alıcı-verici çiftinden oluşmaktadır. Tasarımın temel sorunu belirli bir  $1/T$  sembol hızı, tekrarlayıcı mesafesi ve hata oranı için gerekli tekrarlayıcı çıkış seviyesi saptamaktır. Bu parametreler, sayısal iletim sistemi tasarlayıcısının teknik olarak sistemin yapılabilir olup olmadığına karar vermesi için kullanacağı en önemli ölçütlerdir.

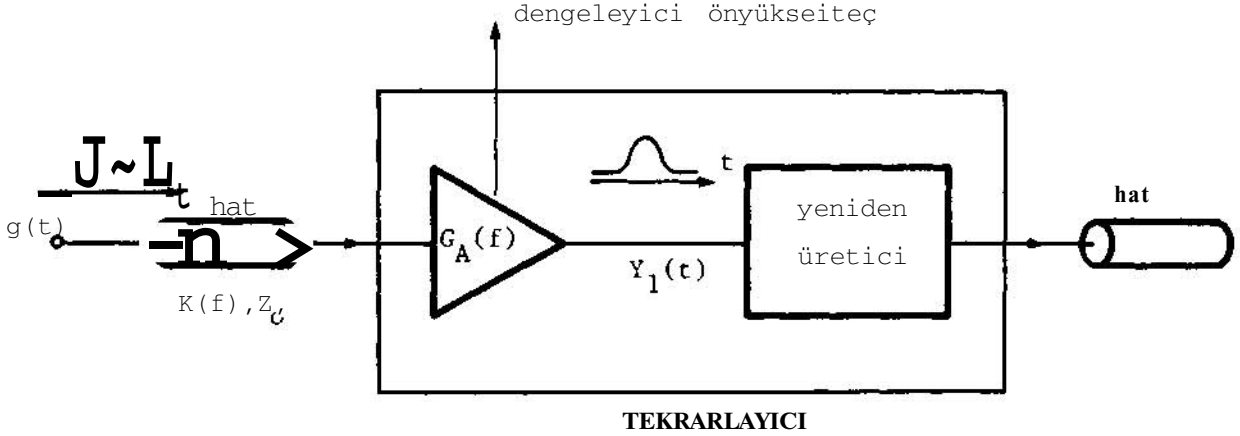
Şekil 9'da görüldüğü gibi önyükselteç ve dengeleyici'nin transfer fonksiyonunu  $G^*(f)$  ile gösterelim. Kablo kazancı  $K(f)$  ise toplam transfer fonksiyonu;

$$3.1. R(f) = G_A(f) \cdot K(f)$$

olacaktır. Buradan  $R(f)$ 'nin sabit birgerçel (reel) sayı olması halinde tam bir dengeleyicinin tasarımı olasıdır. Bu durumda hiç şüphesiz alıcıda yeniden üretilen im vericiden yollanan imin aynı olacaktır.

Oysa hatta gürültü vardır. O halde dengeleyici çıkışında oluşan im gürültünün eklenmiş olduğu bir imdir. Hattın karakteristik empedansının  $Z_0$  olduğu kabul edilirse, her Hz band genişliği başına karesel ortalama gürültü;

$$3.2. a^2 g = k T Z_0$$



Sekil 9. Tekrarlayıcının işlevsel şeması

olacaktır. Burada,  $k$  Boltzmann sabiti ve  $T$  mutlak sıcaklık derecesidir.

Gürültü toplamsal özellikte olduğundan işaretle beraber dengeleyici önyükseiteç tarafından kuvvetlendirilecek ve biçimlendirilecektir. Yükselteç devrelerinin gürültü katsayısı ise  $F$  olacağından yükselteç çıkışındaki ortalama karesel güç

$$3.3. \sigma_A^2 = kTZ_0 \int F \cdot a_x^2(f) \cdot df.$$

olacaktır. Burada  $F$ 'in frekansa bağımlı olması entegralin dışına alınmasını önler. Bu noktadaki imin, gürültünün karesel ortalamasına oranı tekrarlayıcının hata oranı hakkında bize bilgi verir. Bundan evvelki bölümde açıklandığı gibi, 2.18 bağıntısından belirli bir hata oranı için im/gürültü oranı bulunabilir (3).

Hat iletiminde kablo kayıpları incelendiğinde, frekansa bağımlı ve gerçel (reel) bir ifade bulunur. Bu ifade aşağıdaki biçimdedir:

$$3.5. K(f) = \exp[-l(a_0 + a_1 \sqrt{f} + a_2 f)]$$

Burada  $l$  hat uzunluğu  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  ise sabit katsayılardır. İncelemeler sonucu  $a_1$ 'in en etkili katsayı olduğu görülür ve

$$3.6. K(f) = \exp(-la\sqrt{f})$$

Burada  $a_1$ ,  $a_2$ 'den çok az farklı ve sabittir.

Bu durumda gürültü ifadesi yeniden yazılırsa,

$$3.7. \sigma_A^2 = kTZ_0 \int F (R(f)/K(f))^2 df$$

ve

$$3.8. a^2 = kTZ_0 \int FR^2(f) \exp(2lavf) df$$

bulunacaktır.

Bu ifadelerden görüldüğü gibi,  $f$  nin  $R(f)$ 'in kesim noktasından yukarıdaki değerleri için gürültü katkısı son derece büyük olacaktır. O halde, belirli bir  $f$  frekansından yukarıda  $R(f)$ 'in çok süratle düşmesini sağlamak gerekecektir. Bu durumda ortaya çıkan sınırlamalara göre  $R(f)$ 'in belirlenmesi gerekecektir.

### 3.1.2. Hat kodlaması

Sayısal iletim sistemlerinde imin olduğu biçimde iletilmesi, yukarıda açıklanan hat özelliklerinden dolayı mümkün değildir. Dolayısıyla, hattın özelliklerine uyum sağlamak üzere sayısal imlerin kodlanması gerekmektedir. Klasik anlamda bu sorun bir bilgi kaynağının bilişim kuramına göre bir kanala uyarlanmasıdır. Bu konu nakkında ayrıntılı bilgi bir sonraki bölümde verilecektir.

### 3.1.3. Dengeleme İşlemi ve Darbe Şekillendirmesi:

Alicidaki dengeleyici çıkışında  $y^t$  iminin alındığını varsayalım. Bu im, verici çıkışındaki  $g(t)$  iminin verici süzgeci, hat ve en son olarak da dengeleyiciden geçtikten sonra alacağı şekildedir.

3.7. ifadesinden görüldüğü gibi, bir kare dalga olan  $g(t)$  iminin dengeleyici çıkışındaki karesel ortalama gürültü gücüne etkisi şu şekilde yazılabilir;

$$3.9. \sigma_y^2 = kTZ_0 \int V_{y_1}^2(f) / G^2(f) \cdot \exp(2lavf) \cdot df$$

Burada,  $V_{y_1}(f) = F\{y_1(t)\}$ ,  $G(f) = F\{g(t)\}$  olacaktır.

İkinci bölümde açıklanan nedenlerden, yükseltilmiş kosinüs türü bir toplam sistem karşılığı alınmak istendiğinden ve vericide de dikdörtgen biçiminde  $nT$  genişliğinde, birim genlikli bir imimiz olduğundan bu ifade;

$$3.10. 0^*3 = kTZ_0 \int F [H^2(f) / \sin^2 (TrfnT)] (nf)^2$$

Burada H(f) 2.27 ifadesindeki H(m)'da  $c_j=27rf$  koyularak bulunur.

3.10 ifadesinin payındaki terimler bir L(f) ile gösterilirse,  $L(f)/\sin^2(7rfnT)$ 'nin min. yapılması ile gürültü gücünün en az olması sağlanabilecektir. (3)

Buraya kadar sınırlayıcı parametre olarak ısı gürültü gözönüne alınmıştır. Oysa bazı sistemlerde kanallararası girişim sınırlayıcı etken olabilecektir. Bu konu ise bu yazının kapsamı dışındadır.

Yukarda açıklandığı üzere, gürültünün en az olmasını sağlayacak transfer fonksiyonlarından R(f) ve buradan 3.1. ifadesini kullanarak  $GA(f) = R(f) / K(f)$  bulunacaktır.

Hat özellikleri bilindiğinden dengeleyicinin tasarımı bu bağlantıdan yararlanarak yapılır.

#### 4. TEMELBAND İLETİM KODLARI

Temelband iletim kanallarının özellikleri, bu kanallardan iletilecek im biçimlerine bazı kısıtlamalar getirir, örneğin, bir kanalın alçak ve yüksek kesim frekansları vardır ve iletim bandının genişliği bu kesim frekansları ile belirlenir. Ayrıca, tekrarlayıcılarda darbelerin yeniden üretiminin gerçekleştirilebilmesi saatin elde edilmesine bağlıdır, bunun için de sayısal imin zamanlama bilgisini taşıması gerekir. Kısacası, iletim kanalı "saydam" değildir; kaynakta üretilen her tür bilginin iletimine uygun özellikleri yoktur.

Kaynak iminin iletim kanalı üzerinden iletilebilecek bir biçime dönüştürülmesi kaynak iminin kodlanmasıyla sağlanır. Demek oluyor ki, **temelband iletim kodlarının temel görevi, kaynak imini iletim kanalının özelliklerine uyumlamaktır.** Kodlayıcı, kaynakta üretilen ve genel olarak iki seviyeli (ikili) darbelerden oluşan sayısal diziyi, iki ya da daha çok seviyeli başka bir diziyeye dönüştürür. Şimdi bu dönüştürme işleminin sağlanmasını istediğimiz özellikleri inceleyelim.

##### 4.1. TEMELBAND İLETİMİNDE KULLANILAN KODLARDA ARANAN ÖZELLİKLER (5)

Temelband iletiminde kullanılan kodların başlıca yararları şunlardır:

- 1) Frekansspektrumunun biçimlendirilmesi; özellikle doğru akım ve alçak frekans bileşenlerinin azaltılması ve band genişliğinin sınırlandırılması,
- 2) İletim hızındaki saatin tekrarlayıcılarda elde edil-

mesi,

- 3) Kodun içerdiği fazlalık sayesinde hata denetimi yapabilmek,
- 4) Simge iletim hızının azaltılması,

Kod lamanın bu temel özellikleri aşağıda açıklanmaktadır.

##### 4.1.1. İmin Frekans Spektrumunun Biçimlendirilmesi

Bir iletim kanalının alt ve üst frekans sınırlarının varolması nedeniyle, imlere ilişkin tüm enerji spektrumu bu iletim kanalından iletilemez. Kaybedilen toplam spektrum enerjisi az ise, imin bozulma derecesinin de az olacağı açıktır. Sayısal imin çözülebilir niteliğinin korunması için gerekli olan en az band genişliği, bölüm 2.2.'de açıklandığı üzere Nyquist'in band genişliği kriteri ile verilmiştir. Ancak, bu kriter, im enerjisinin band içindeki güç yoğunluk dağılımına ilişkin bir kısıt getirmemektedir. Bu nedenle, sayısal imin güç spektrumunu biçimlendirme yöntemlerinden yararlanarak iletim kanalı ile kaynak arasında uyum sağlanabilir. Bunu iki noktada açalım.

##### a) Alçak frekans Spektral Enerjisinin Azaltılması

İmin iletildiği hat aynı zamanda tekrarlayıcıların doğru akım güç beslemesini sağlamak için kullanıldığından, sayısal im kanala kondansatör ya da transformatör bağlantı devreleri üzerinden verilir. Ancak, kondansatör ya da transformatör bağlantı devrelerinin neden olduğu alçak frekans zaman değişmezi (RC ya da L/R), iletilen darbelerin, değişen bir doğru akım değeri üzerinde ve altında gezinmesine (d.c. wander) neden olur. (6). Karar devrelerinde sabit seviyeli bir eşik kullanıldığında, doğru akımın gezinmesi, darbelerin hatalı olarak çözülmesine neden olur. Bu sorunu önlemenin bir yolu, doğru akım bileşeni sıfır ve alçak frekans bileşenleri az olan kodlar kullanılmaktadır. Doğru akım bileşeni olan kodlarla kullanılacak bir yöntem kuvantlamalı geribesleme yöntemidir; ancak uygulaması karmaşık devreler gerektirir (7).

Kodlanmış bir imin alçak frekans spektral güç yoğunluğu ve dolayısıyla alçak frekans bozulma ölçüsü imin Sayısal Toplam'ı ile orantılıdır. Sayısal toplam, ardarda gelebilecek aynı seviyeli darbelerin sayısını verir ve

$$ST = \sum_{n=M}^N a_n$$

biçiminde gösterilebilir (6). Burada, M gelişigüzel alınmış fakat sabit tutulan bir sayıyı; N ise M. darbeden sonra iletilen darbelerin sayısını göstermektedir;  $a_n$  darbe genlikleridir.

ST, artan N sayısı ile belirli sınırlar içinde değişebilir ya da sonsuza gidebilir. ST'nin alacağı en büyük ve en küçük değerler arasındaki fark Sayısal Toplam Değişimi olarak

tanımlanır. Bir kodun ST değişimi sınırlı ise o kodun doğru akım bileşeni yoktur ve ST değişiminin değeri, kodun alçak frekans bozulma etkilerine dayanıklılığının ölçüsünü verir.

İletim kodunun alçak frekans bileşenlerinin küçük olmasının öteki önemli bir yararı da, kodlanmış imle bir girişim olmaksızın kanal üzerinden alçak frekans imleşmenin yapılabilmesidir, (ör. santraller arası servis bağlantıları, sistem alarmları ve tekrarlayıcı hata oranlarının kesintisiz denetimi).

Kanal kayıplarının frekansla orantılı olarak arttığı iletim ortamlarında, imin yüksek frekans bileşenlerinin dengelenmesi yüksek sistem kazancı gerektirir ve bu da im/gürültü oranını olumsuz yönde etkiler. Bu durum, özellikle çiftli kablo sistemlerinde belirleyicidir. Örneğin, jonksiyon kablolarında çiftler arası çapraz karışım, frekansla orantılı olarak hızla arttığından, iletim uzaklığı ve kullanılan hat sayısı üzerinde sınırlayıcı bir etkisi olur; sistem verimini düşürür. Bu nedenle, bir iletim sisteminin veriminin belirlenmesinde iletim transfer fonksiyonunun yanısıra iletim kodunun özellikleri de önemli olmaktadır.

#### 4.1.2. Zamanlama Bilgisi

Tekrarlayıcılarda sayısal darbelerin yeniden üretilebilmesi, tekrarlayıcıya gelen sayısal işaretlerden zamanlama bilgisinin (saat) elde edilebilmesine bağlıdır. Bu nedenle, kullanılacak kodların taşıdığı zamanlama bilgisi yeterli bir yoğunlukta olmalıdır. Kod spektrumunun iletim hızının 1/2 ya da 1/4 hızında saat bilgisini içermesi de yeterlidir. Bu durumlarda tekrarlayıcılarda tam dalga doğrultma ve doğrusal olmayan işlemlerle iletim hızına karşılık gelen saat türetilebilir.

#### 4.1.3. Hata Denetimi

Bir iletim sisteminden istenilen başka bir özellik de iletim sırasında hata denetiminin yapılabilmesidir. Bunun sağlanması kullanılan kod yapısının belirli ölçüde fazlalık (redundancy) içermesine bağlıdır. Koddaki fazlalık, bilginin doğrudan iletimi için kullanılmayan, koda zamanlama bilgisi ve hata denetimi özellikleri kazandıran kısımdır. Yüzde olarak fazlalık aşağıdaki gibi verilir (8):

$$4.1. F = [(B_2 \log_2 L - B_1) / B_1] \times 100$$

burada,

- B<sub>1</sub>: kodlayıcıya giren ikili dizinin hızı,
- B<sub>2</sub>: kodlayıcı çıkışındaki simge hızı,
- L: kodlayıcı çıkışında simge seviye sayısıdır.

Fazlalık ile verimlilik ters orantılıdır. Bu ilişki aşağıdaki

biçimde yazılabilir:

$$4.2. v = (1 - F) \times 100$$

örneğin, kaynak işaretinin ikili bir dizi, kodlayıcı çıkış işaretinin de aynı hızda başka bir ikili dizi olduğu bir sistemde, F=0 ve N=%100'dür. Çıkış dizisinin gene kaynak dizisiyle aynı hızda, ancak üç seviyeli olduğu bir kodlamada ise F= %58.8 ve V=%41.2 olarak bulunur. Bu son örnekte iletim verimi düşmüştür. Buna karşılık fazlalığın kod yapısında yer alması, koda sınırlı ST değişimi ve bazı kod kuralları kazandırmıştır. İletim esnasında hata denetimi çoğunlukla kodun ST değişiminin izlenmesi ile yapılır. ST değişiminin kodun yapısı ile sınırlayan sayıyı aşması, bir iletim hatasına karşılık düşer. Aynı şekilde kod kurallarının tutulmadığı durumlardan sayısal dizideki hata sayısı kolayca çıkartılabilir.

#### 4.1.4. Simge betim Hızının Düşürülmesi

özellikle yüksek iletim hızlarında ve/veya bandın çok sınırlı olduğu durumlarda, kod lama im seviyelerinin artırılması ile yaratılan fazlalıktan verimi artırmak, daha açığıca iletim hızını düşürmek için yararlanılabilir, örneğin, 4 seviyeli bir im üretmek koşulu ile kodlayıcı çıkışındaki simge hızının ikili im hızının yarısı olması sağlanabilir.

Sayısal imlerin kodlanmasına ilişkin yukarıda belirtilen özelliklerin bir kısmını yada hepsini içeren birçok temel band iletim kodu geliştirilmiştir. Bu yazıda temelband iletimine ve özellikle kablo sistemlerine en uygun olan ve en yaygın biçimde kullanılmakta olan kod türlerini ele alacağız. Her ne kadar bazı kablo iletim sistemlerinde ikili işaretlerin iletimi gerçekleştirilmişse de (7) üç seviyeli (üçlü) kodlar halen kablo sistemleri için en uygun düşenleridir. Üçten daha yüksek seviyeli kodların da kablo üzerinden iletimde bir yarar sağlamadıkları gösterilebilir (9). Bu nedenlerle bu yazıda üç seviyeli kodlar ele alınmış ve bunlar arasında da temelband iletimine en uygun özellikler gösterenler üzerinde durulmuştur.

### 5. ÜÇ SEVİYELİ (ÜÇLÜ) KOD TÜRLERİ VE ÖZELLİKLERİ

Üçlü kodlama yöntemleriyle, 4.1.'de sözünü ettiğimiz özelliklerin elde edilmesi amaçlanır. Bu özelliklerin tümünü aynı iyilikle sağlayan tek bir kod olmadığından, bir iletim sistemi için kod seçimi iletim ortamı ve istenen sistem özellikleri gözönüne alınarak yapılır. Üçlü kodları, türetilme yöntemlerine göre üç grupta toplayabiliriz. (Bu gruplar içinde sınırlı sayıda kod türüne değinilecektir):

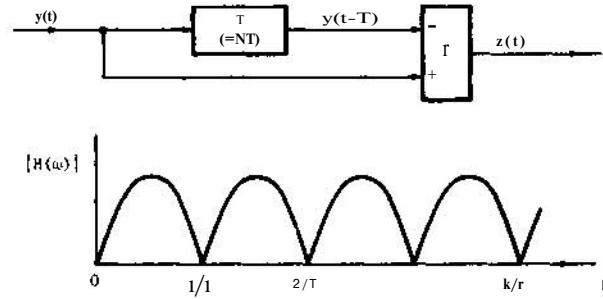
- 1) Doğrusal sözde-üçlü kodlar

- 2) Doğrusal olmayan üçlü kodlar
- 3) Üçlü alfabetik kodlar.

### 5.1. Doğrusal Sözde-Üçlü Kodlar

Sözde-üçlü kodlar, ikili bir diziden doğrusal matematiksel bağıntılar kullanılarak türetilirler. Bu kodlarla üç seviyeli bir imin türetilmesi simge iletim hızında bir düşüş sağlamaz. Kodlamanın sağladığı im spektrumundaki bazı frekans bileşenlerinin çıkartılmasıdır. Bu nedenle bunlar sözde-üçlü kodlar olarak anılmaktadır.

Bu kodların temel görevleri im spektrumunu biçimlendirmek olduğuna göre, ilkin sabit spektrumu olan bir imin, spektrumunda birçok boşlukları olabilen bir ime nasıl dönüştürüldüğünü gözönüne almak yararlı olacaktır. Bu işlem Seki I-10'da gösterilen türden bir devreyle gerçekleştirilebilir. Bu devrede çıkış işareti  $z(t)$ ,  $y(t)$  giriş işaretinden, bunun bir gecikme hattında  $r$  kadar geciktirilmişinin çıkartılmasıyla elde edilmektedir.  $y(t)$  işaretinin frekanstaki gösterilişi;



Şekli 10. Transfer fonksiyonu  $1 - e^{-j\omega T}$  olan devre ve gemik spektrumu.

$$y(t) \leftrightarrow Y(j\omega)$$

olsun. Zaman Kaydırma Teoremi uygulanarak,

$$y(t - r) \leftrightarrow Y(j\omega) e^{-j\omega r}$$

yazılabilir. Doğrusallık özelliğinden yararlanarak,

$$5.1. \quad y(t) - y(t - r) \leftrightarrow Y(j\omega) - Y(j\omega) e^{-j\omega r} \\ = Y(j\omega) [1 - e^{-j\omega r}]$$

bulunur, öte yandan,

$$Z(t) = y(t) - y(t-r) \text{ ve } z(t) \leftrightarrow Z(j\omega)$$

olduğundan,

$$5.2. \quad Z(j\omega) = Y(j\omega) (1 - e^{-j\omega r})$$

bağıntısı elde edilir.

Demek ki, devrenin transfer fonksiyonu,

$$5.3. \quad H(j\omega) = Z(j\omega) / Y(j\omega) = 1 - \exp(-j\omega r)$$

dır. Devre, giriş iminin genlik spektrumunu  $|H(j\omega)|$  ile, güç spektrumunu da  $|H(j\omega)|^2$  ile çarpmaktadır:

$$5A \quad |H(j\omega)| = |1 - e^{-j\omega r}| = 2|\sin \omega r/2|$$

$$5.5. \quad |H(j\omega)|^2 = |1 - e^{-j\omega r}|^2 = 2(1 - \cos \omega r)$$

Bu nedenle, çıkış imine ilişkin bazı frekans bileşenleri bastırılmıştır. Daha açıkçası, spektral sıfırlar,

$$\omega r/2 = k\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

noktalarında yer alırlar ve bunlar  $k/r$  frekanslarına karşı düşerler. Şekil 10'daki devrenin girişine impuls dizisi uygulandığında, çıkışındaki imin genlik fonksiyonu gösterilmektedir.

Sayısal iletim sistemlerinde gecikmesinin ötelemeli kaydediciler (shift register) kullanarak elde edilmesi en uygundur. Bu ötelemeli kaydedicinin  $N$  bit süreye eşdeğer bir gecikme soktuğunu ve bit süresinin de  $T$  olduğunu varsayalım;  $r = NT$ , spektral sıfırların yer aldığı frekanslar da

$$f = k/NT \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

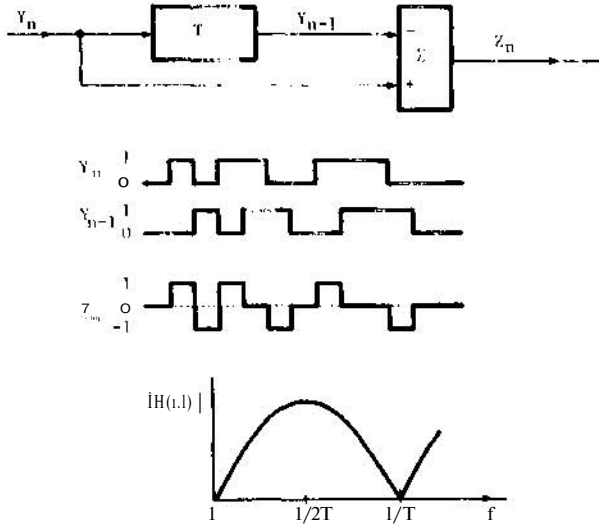
olacaktır. Şimdi bu devre ile ne türden kodlar üretilebileceğini görelim.

### 5.11. Eşlendirilmiş İkili Kod (twinned binary)

Bir ikili diziyi bir bit süreli ( $N=1$ ) gecikmeye uğrattıktan sonra, orijinal diziden

Bir ikili diziyi bir bit süreli ( $N=1$ ) gecikmeye uğrattıktan sonra, orijinal diziden çıkartılması sonucu elde edilen sözde-üçlü kodun adı Eşlendirilmiş ikili koddur. Şekil 11'de Eşlendirilmiş ikili kodlayıcı ve elde edilen diziler ile im genlik spektrumu gösterilmektedir (10).

Eşlendirilmiş ikili kodun doğru akım bileşeni sıfırdır. Kodun genlik spektrumunda iletim hızının yarı hızında ( $1/2T$ ) bir maximumun olması nedeniyle, bir tam doğrultma işlemi kullanılarak  $1/T$  frekansında saatin kolaylıkla çıkartılabileceği görülür. Bu yönleriyle darbe iletimi açısından uygun olmakla birlikte eşlendirilmiş ikili kodun önemli bir sakıncası vardır. Alıcı yanda kodu tekrar ikili darbe dizisine dönüştürebilmek için geribesleme uygulanmalıdır. Ancak, geribeslemeli bir çözücü kullanıldığında bir iletim hatasının dizi içinde yayılması ve dizideki başka bit'lerin de hatalı olarak çözülmesi olasılığını yaratır.



Şekil 11. Eşlendirilmiş ikili kodlayıcı devresi, darbe dizileri ve genlik spektrumu.

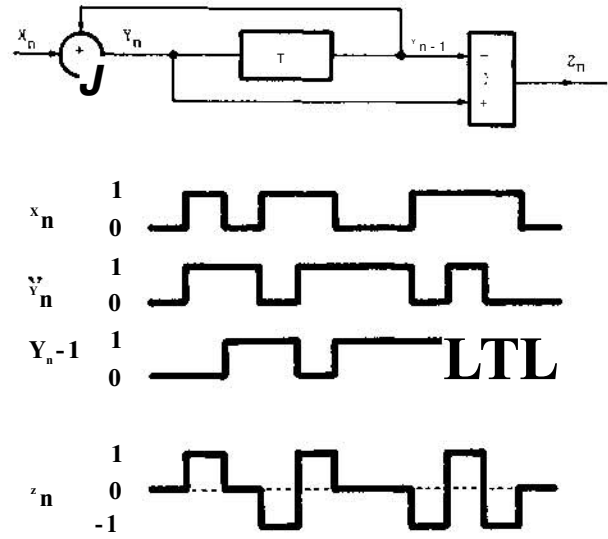
Eşlendirilmiş ikili kodun işaret frekans spektrumuna ilişkin sağladığı yararlar nedeniyle, hata yayma niteliği önlenilebilirse, çok kullanışlı bir kod elde edilmiş olacaktır. Bu bir ön-kodlama uygulanarak sağlanır; elde edilen kod ikikutuplu (bipolar) ya da Alternatif Darbe Evirmeli (alternate mark inversion-AMI) koddur.

### 5.1.2. İkikutuplu Kod (Bipolar ya da AMI)

İkikutuplu kodlayıcıda ikili dizi, önce bir ön kodlayıcıdan geçirilir, ön kodlanmış dizi, eşlendirilmiş ikili de kullanılabilecek bir işleminden geçtikten sonra ikikutuplu kod elde edilir. İkikutuplu kodun elde edilmesi ve ilişkin darbe dizileri ile im spektrumu Şekil 12'de gösterilmiştir.

İkikutuplu kodun transfer fonksiyonu eşlendirilmiş ikili kodunun aynıdır; giriş dizisi  $X_n$ 'nin elde edilmesi için ise ikikutuplu  $Z_n$  dizisinin bir tam dalga doğrultucusundan geçirilmesi yeterlidir. Böylece geribesleme kullanmanın gereği ve hata yayılma sorunu ortadan kalkmıştır.

İkikutuplu dizilerde ardarda gelen darbeler ters kutupludur, daha açıkçası aynı işaretli (+ ya da -) iki darbe ardarda gelemez. Bu özellik ikikutup kuralı olarak bilinir. İkikutuplu kodun ST değişimi 1 birimdir. Doğru akım bileşeni yoktur. Ancak, girişteki sıfırlar aynı biçimde kodlayıcı çıkışında da görüleceğinden tekrarlayıcıda zamanlama bilgisinin kaybına neden olabilirler, ikikutuplu kodlarda bu sorunu aşmanın bir yolu, ikili giriş dizisini bilinen bir sözde-rasgele (pseudo-random) işaretlerle karıştırmaktır (11). Bu karıştırmanın etkisi giriş dizisindeki 0 ve 1'lerin olasılıklarını eşitleme yönünde olacaktır, zamanlama bilgisinin kaybolma olasılığı da azaltılmış olur. Hata denetimi, ST değişimi ya da ikikutuplu kuralları izlenerek kolaylıkla yapılabilir.



Şekil 12. İki kutuplu kodlayıcı devresi, darbe dizileri ve genlik spektrumu.

### 5.1.3. Yüksek-dereceli ikikutuplu Kodlar

Şekil 10'daki devrede N'nin birden yüksek tutulduğu değerler için elde edilen sözde-üçlü kodlar, yüksek dereceli kodlar olarak bilinmektedir, özellikle, N=2 ile elde edilen kodun darbe iletimine çok uygun bazı özellikleri vardır.

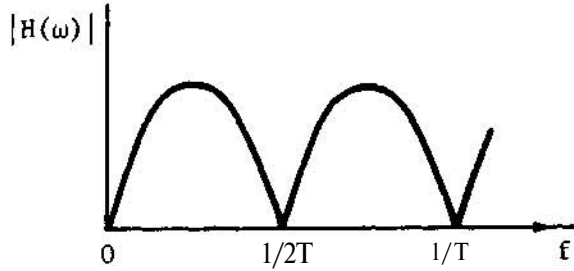
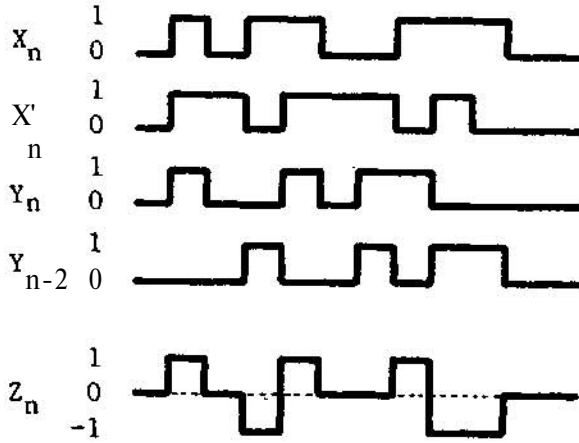
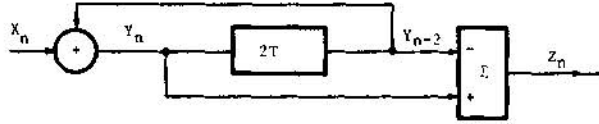
Şekil 13'de gecikme elemanı 2T süreli (N=2) olan devrenin darbe dizileri ve transfer fonksiyonu gösterilmiştir.  $T = 2T'$ 'ye eşit olduğundan, H(w)'nin genliği,

$$|H(Cj)| = 2 \sin c \omega T$$

biçimindedir. Şekilden de görülebileceği üzere, spektral sıfırlar sıfır frekansta, bit hızının yarı frekansı olan  $1/2T$  de ve bunun katlarında yer alırlar.

Bu kodun en ilginç yanı Nyquist hızında, ( $f = 1/2T$  de) bir sıfır içermesidir, özellikle, Nyquist hızında ya da Nyquist frekansına yakın hızlarda iletimin gerçekleştirilmeye çalışıldığı sistemler için uygun bir çözümdür. İm güç yoğunluğunun Nyquist frekans bölgesinde düşmesi, yüksek frekans çapraz karışım bozulmalarının as-

gari düzeyde tutulmasına yardımcı olur. Kodlayıcıda üretilen dizi, alıcı yanında bir tam dalga doğrultmacısından geçirildiğinde ikili giriş dizisi elde edilir. Kodun ST değişimi 2 birimdir ve bu özelliğinden yararlanarak yanlıgı denetimi yapılabilir. Kısmi Cevap IV. Sınıf yada "Modified Duobinary" olarak da bilinen bu kodun günümüzde birçok uygulaması vardır (12), (13), (14). Tek sakıncası, öteki sözde-üçlü kodlarda da olduğu gibi, giriş dizisinde uzun bir sıfırlar dizisinin yer alması halinde, zamanlama bilgisinin kaybıdır. Bu sorunun aşılabilmesi için doğrusal olmayan kodlar geliştirilmiştir.



şekli 13. Kısmi cevap IV. sınıf (modified duobinary) kodlayıcı devresi, darbedizileri ve genlik spektrumu.

## 5.2. DOĞRUSAL OLMAYAN ÜÇLÜ KODLAR

ikikutuplu kodlarda uzun sıfırlı diziler geldiğinde, uzun bir zaman aralığında hiç enerji iletilemez. Dolayısıyla, zamanlama bilgisinin elde edilmesi güçleşir ya da olanaksızlaşır. Uygulamada kullanılan sistemlerin çoğunda ardarda gelebilecek en çok sıfır sayısı 14 olarak sınırlandırılmıştır. Bu soruna bir çözüm olarak karıştırma işleminden söz etmiştik.

Bu sorunun diğer bir çözüm yolu, boş aralıkları 3 seviyeli dizilerle doldurularak alıcı yanda zamanlama bilgisinin

sağlanmasıdır, özel olarak doldurulan bu diziler alıcıda tanınmalı ve denmelidir. Doldurulan iki kutuplu kodları incelerken kullanılacak olan simgeler aşağıdaki biçimde tanımlanabilir:

B - ikikutuplu olarak kodlandırılmış darbeyi gösterir.  
V - ikikutuplu kod kuralını bozan evrik darbeyi gösterir  
0 — ikikutuplu koddaki sıfırı gösterir.

1 ve 0 ikili birleri ve sıfırları gösterir.

### 5.2.1. 36ZS "6 Sıfır yerine koyma"lı İkikutuplu Korf (Bipolar with 6 zero substitution)

B6ZS kodu ikikutuplu dizide ardarda gelen 6 sıfırın yerine

BOVBOV

biçiminde bir doldurmanın yapılmasıyla elde edilir (15).

İkili bir diziden B6ZS kodu kullanılarak elde edilen dizi, aşağıda hem +0— hem de BOV biçiminde yazılarak verilmiştir. (Altı çizili kısım doldurma dizisidir).

İkili dizi : 01 10000001  
B6ZS : 0 - + - 0 - + 0 + -  
0 B B B 0 V B 0 V 0 B

B6ZS kodunun ST değişimi 3 birimdir. Yanlıgı denetimi ST değişimine bakılarak yapılabilir. Ayrıca B darbeleri kendi aralarında V darbeleri de kendi aralarında ikikutuplu kuralına uymalıdır. İkikutuplu kuralının geçersiz kalması, yanlıgı yapıldığını belirtir. Bir başka nokta da, ardarda aynı işaretli iki darbenin gelmemesidir.

### 5.2.2. HDB, CHDB (Yüksek yoğunluklu iki kutuplu ve uyumlu yüksek yoğunluklu iki kutuplu)

HIGH DENSITY BİPOLAR (HDB) (6) ve COMPATIBLE HIGH DENSITY BİPOLAR (CHDB) (6) (16) kodları, ardarda belirli sayıdan fazla sıfır geldiğinde doldurma yaparak zamanlama bilgisinin kaybolmasını önlerler. Bu kodlar, genellikle, HDBn ya da CHDBn olarak gösterilirler. Buradaki n, ardarda gelebilecek maximum sıfır sayısını gösterir, (n-1) sayıda ardarda sıfır gelince doldurma yapılır. Doldurma dizilerinin yapıları aşağıda gösterilen biçimdedir:

HDB B00 . . . V  
yada 000 . . . V  
CHDB 00 . . . BOV  
ya da 00 . . . V

örneğin, CHDB5 kodlayıcısı ardarda 6 sıfır gelince bu dizinin yerine 000B0V dizisini üretir. Yukardaki kodlar iki değişik doldurma dizisinden birini kullanabilirler. Hangi dizinin kullanılacağı şu kurala göre belirlenir: V darbelerinin arasında daima tek sayıda B darbeleri olmalıdır. Bu kuralın bir sonucu olarak, V darbeleri de kendi aralarında ikikutuplu kuralına uyarlar.

HOB ve CHDB kodlarının ST değişimi kolaylıkla görülebileceği gibi, 2 birimdir. CHDB kodu HDB kodunun biraz geliştirilmiştir. Bunun nedeni, HDBn'de kod çözücünün yapısının n'ye bağlı olmasıdır. Buna karşılık CHDBn'de kod çözücü n'den bağımsızdır. Kodun hata denetimi, ST değişimi ya da kod kuralları gözlenerek kolaylıkla yapılabilir.

HDB ve CHDB kodlarıyla ilgili bir noktayı burada belirtmekte yarar vardır. Bu kodlar gerçek anlamıyla doldurulmuş ikikutuplu kodlar değildir. Daha açıkçası, doldurulan kısımları çıkarınca ikikutuplu bir kod elde edilemez. Buna karşılık B6ZS kodunda doldurulan kısım çıkarılınca ikikutuplu dizi elde edilir.

Şekil 14'de örnek olarak HDB3, CHDB3 ve B6ZS kodlarının darbe dizileri gösterilmiştir. (Altı çizili kısımlar doldurma dizileridir).

İkili : 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 1

İkikutuplu : + 0 0 0 0 0 - + 0 0 0 0 0 0 -

B6Z5 : + 0 0 0 0 0 - + - 0 - + 0 + -  
B 0 0 0 0 0 B B B 0 V B 0 V B

HDB3 : + - 0 0 - 0 + - + 0 0 + 0 0 -  
B B 0 0 V 0 B B B 0 0 V 0 0 B

CHDB3 : + 0 0 0 + 0 - + 0 - 0 - 0 0 +  
B 0 0 0 V 0 B B 0 B 0 V 0 0 B

Şekli 14. Doğrusal olmayan üçlü kodlardan B6Z5, HDB3 ve CHDB3 kodlarında darbe dizileri.

### 5.3. İLETİM HIZINI DÜŞÜREN ÜÇLÜ ALFABETİK KODLAR

Bu kodlama türlerinin temel amacı, simge iletim hızının ikili işaret hızına göre düşürülmesidir. Bu kodlarla x bit içeren ikili bir sözcük y bit sayısını içeren üçlü bir sözcük biçiminde kodlanır ve  $x > y$ 'dir. x sayıda biti y sayıda bit olarak kodlamak,  $x > y$  olduğuna göre, eldeki bilgiyi daha düşük sayıda simgeyle iletmek demektir. Bu nedenle, iletim hızı ikili işaret hızına oranla,  $x/y$  oranının

da düşürülmüş olmaktadır. Bunu gerçekleştirebilmek için;

$$\frac{x}{2} \leq 3^y$$

bağıntısının sağlanması gerekir. Bu bağıntıyı sağlama: sonsuz sayıda kod vardır. Ancak, x ve y uzunlukları arttıkça, kodun uygulanabilirliği de güçleşir. Burada bu kodlardan en çok kullanılmakta olan biri kısaca açıklanacaktır.

#### 5.3.1. 4B-3T Kodu

4B-3T kodu (17) ile, 4 bit içeren ikili bir sözcük, 3 bit içeren üçlü bir sözcüğe dönüştürülür. 4 biti olan ikili sözcüklerin 16 olası sıralanımı vardır ( $2^4$ ). 3 biti olan üçlü sözcükler ise  $27(3^3)$  değişik sıralanımı oluşturabilirler. 000 sözcüğünü bir yana bırakırsak, geriye kalan 26 sözcükten 6 tanesi kendi içinde dengelenmiştir, sayısal toplamı sıfırdır. Bu sözcükler her iki alfabede de kullanılırlar. Geriye kalan 20 sözcüğün  $\pm 1, \pm 2, \pm 3$ 'lük sayısal toplamı vardır. Bu 20 sözcüğün 10 tanesi + alfabe 10 tanesi - alfabe olarak ikiye ayrılır. + alfabe, sayısal toplam  $ST = -1, -2$  ya da  $-3$  ise kullanılır. - alfabe ise  $ST = 0, 1, 2$  iken kullanılır. 4B-3T kodunun alfabeti Tablo 1'de verilmiştir.

İkili Sözcük	üçlü Sözcük		
	+Alfabe	-Alfabe	Sözcük S.T
0 0 0 0	+0-	+0-	0
0 0 0 1	-+0	-+0	0
0 0 1 0	0-+	0-+	0
0 0 1 1	+0	+0	0
0 1 0 0	++0	-0	+2
0 1 0 1	0++	0-	+2
0 1 1 0	+0+	-0-	?2
0 1 1 1	+++	---	*3
1 0 0 0	++-	---	T1
1 0 0 1	-++	+-	T1
1 0 1 0	+-+	-+-	+1
1 0 1 1	+00	-00	T1
1 1 0 0	0+0	0-0	T1
1 1 0 1	00+	00-	+1
1 1 1 0	0+-	0+-	0
1 1 1 1	-0+	-0+	0

Tablo-1. 4B-3T kod kuralları.

4B-3T kodunda giriş hızının hattaki hıza oranı  $4/3$ 'dür. Fazlalık % 18,8'dir. öte yandan, ST değişimi 7 birimdir. Sözcük hizalama, 000 sözcüğünün belirli bir orandan sık gelmesi temeline göre yapılır. Ayrıca sayısal toplamın özelliklerinden yararlanılarak da hizalama yapılabilir.



Ancak bu son yöntemler sistem karmaşıklığını oldukça arttırır.

4b-3T kodunda yanılı denetimi için kullanılan en yaygın yöntem. ST değişiminin denetlenmesidir. Sayısal toplam 7 birimi aşarsa gönderilen dizide bir yanılı söz-konusudur.

4B-3T'ye benzer yapıda, fakat sözcük hizalama özelliklerini iyileştirmek ve ST değişimini düşürmek amacıyla geliştirilmiş kodlar da vardır, (ör. MS43 (18), (19)). Ayrıca, iletim verimini artırmak için daha uzun sözcüklerden yararlanan kodlama türleri de vardır. Ör. 6B-4T kodu kullanılarak simge iletim hızında 4B—3T'ye oranla 8/9'luk bir azalma sağlanır. Ancak, 6B-4T kodunun ST değişimi sonsuz olduğu için, alçak frekans bozulmaların giderilmesi görece karmaşık yöntemler gerektirir (9).

## EK 1. FOURIER DÖNÜŞÜMÜ

Transfer fonksiyonunun bulunmasında kullanılan matematiksel yollardan en önemlisi, hiç şüphesiz, Fourier dönüşümleri ve Fourier Entegralidir.

Fourier dönüşümüyle, zaman domeninde tanımlanan ve bazı ön koşulları (Dirichlet koşulları Bkz.) sağlayan fonksiyonların frekans domeninde anlatımı yapılabilir.

Tanım olarak, bir  $f(t)$  fonksiyonunun Fourier dönüşümü;

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

Ters Fourier dönüşümü ise,

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

dir. Bu dönüşüm kısaca  $f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$  olarak da gösterilebilir.

Örnek: İletim sorunlarında sık sık karşılaşılan Şekil 5'deki dikdörtgen dalga şeklinin Fourier dönüşümü aranacak olursa;

$$f(t) = \begin{cases} V & -T/2 < t < T/2 \\ 0 & \text{İt.} < T/2 \end{cases}$$

Tanımından giderek;

$$F(j\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} V e^{-j\omega t} dt = VT \frac{\sin \omega T/2}{\omega T/2}$$

bulunacaktır.

Şekilden ve yukarıdaki dönüşümden de görüldüğü gibi, dikdörtgen biçimindeki bu işaretin frekans spektrumu sonsuza kadar uzanmaktadır. Bu fonksiyonun ilk sıfırı  $f=1/T$  ( $\omega = 2\pi f$  olduğundan) ve ötekiler  $f$  nin tam katlarında olmaktadır. Buradan da kolayca görülür ki,  $T$  yani işaret genişliği azaldıkça fonksiyonun ilk sıfır noktası daha yüksek frekanslara doğru kayar. Limit durumunda, dikdörtgen işaret bir impuls biçimine dönüşüp,  $T \rightarrow 0$ 'a yaklaştığında spektrum sonsuza kadar uzanan sabit bir genlikli bir fonksiyon ile açıklanabilir. O halde, tanım olarak bir  $\delta(t)$  (Dirak delta-fonksiyonu) impulsunun Fourier dönüşümü;

$$\delta(t) \leftrightarrow F\{\delta(t)\} = 1 \text{ olacaktır.}$$

Fourier dönüşümünün bilinmesi gerekli bazı özellikleri aşağıda verilmiştir:

a. Simetri özelliği:

$F\{f(t)\} = F(\omega)$  olarak  $F(\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$  şeklinde ifade edilebilen bir karmaşık fonksiyondur. Zaman domeninde karmaşık bir  $f(t)$  fonksiyonu  $f_r(t) + jf_x(t)$  şeklinde yazılabilir.

$$e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j \sin \omega t$$

olduğuna göre,

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} [f_r(t) + jf_x(t)] [\cos \omega t - j \sin \omega t] dt$$

ve

$$R(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} [f_r(t) \cos \omega t + f_x(t) \sin \omega t] dt,$$

$$X(\omega) = - \int_{-\infty}^{+\infty} [f_r(t) \sin \omega t - f_x(t) \cos \omega t] dt$$

dir. Benzer düşünce ile; gerçel zaman fonksiyonlarının dönüşümleri;  $f_x(t) = 0$  olacağından, aşağıdaki biçimi alır:

$$R(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos \omega t dt$$

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \sin \omega t dt$$

Benzer biçimde

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

olduğundan

$$f_r(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [R(\omega) \cos \omega t - X(\omega) \sin \omega t] d\omega$$

$$f_x(t) = 1/2 * \int_{-\infty}^{+\infty} [R(\omega) \sin \omega t + X(\omega) \cos \omega t] d\omega$$

ifadeleri elde edilir.

b. Konvolüsyon: olacaktır. Daha açıklığı

Herhangi bir  $f_1(t)$  iminin Fourier dönüşüğü  $F_1(\omega)$  ise ve bu im  $f_2(t)$  darbe karşılıklı ve buna ilişkin  $F_2(\omega)$  Fourier spektrumlu bir süzgeçten geçtiğinde, çıkışta elde edilecek  $f(t)$  işaret  $f_1(t)$  ve  $f_2(t)$ 'nin konvolüsyonu (katlaması) olur.

Tanım olarak;

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(r) \cdot f_2(t-T) \cdot dr$$

dolayısıyla;

$$F_M = F_1(\omega) \cdot F_2(\omega)$$

$f_1(t) * f_2(t)$  ifadesinin Fourier dönüşüğü  $F_1(\omega) \cdot F_2(\omega)$  olacaktır.

b. Doğrusallık özelliği:

Eğer,  $f_1(t)$ 'nin dönüşüğü  $F_1(\omega)$  ve  $f_2(t)$ 'nin dönüşüğü  $F_2(\omega)$  ise  $a f_1(t) + b f_2(t)$ 'nin dönüşüğü  $a F_1(\omega) + b F_2(\omega)$ 'dir. Burada a ve b sabit katsayılardır.

## KAYNAKLAR

- (1) Bennett, W.R. and Davey, J.R. "Data Transmission" McGraw-Hill, 1965.
- (2) Lucky, Salz and Weldon, "Principles of Data Communication" McGraw-Hill, 1968.
- (3) P.Bylanski and D.G.W. Ingram "Digital Transmission Systems" IEE Telecommunications Series 4 - 1976.
- (4) Papoulis, "Probability Random Variables and Stochastic Processes", McGraw-Hill, 1965.
- (5) Abbas Yongaçoğlu, "Temelband İletiminde kullanılan Sayısal Hat Kodları." TÜBİTAK-Marmara Araştırma Enstitüsü, Ünite İç; Rapor No. UI-78/4.
- (6) A. Crosier, "Introduction to Pseudoternary Transmission Codes", IBM. J. Res and Dev. Vol. 14 pp. 354-367, July 1970.
- (7) F.D. Waldhauer, "Quantized Feedback in an Experimental 280-Mb/s Digital Repeater for QAM Transmission" IEEE Trans. COM-22, No. 1, January 1974.
- (8) N.O.Duc, "A review of Line Coding Techniques for Baseband Digital Transmission" Australian Post Office, Report No. 6821.
- (9) Atchpole R.J. "Digital Line Codes and Their Effect on Repeater Spacing", IEE Conference on Telecommunication Transmission, September 1975, pp. 91-94.
- (10) P.J. Van Genven, "On the generation and Application of Pseudo-Ternary Codes in Pulse Transmission", Philips Res. Repts. 20 pp. 469-484, 1965.
- (11) H. Müller, "Bit Sequence Independence Through Scramblers in Digital Communication Systems", NTZ, 1974, Hef 12 pp. 475-479.
- (12) A. Lender, "The Duobinary Technique for High Speed Data Transmission", IEEE Transactions on Communications and Electronics, Vol. 82, pp. 214-218, May 1963.
- (13) Cheung H.W., "48 Channel Duobinary PCM Repeater", IEEE Conference on Communications-Conference Record, June 12-15 1977, pp. 32-33.
- (14) Cheung H.W., "Key aspects in the development of Duobinary PCM Repeater", IEE Conf. COM 2? No. 2 February 79, pp. 379-389.
- (15) J.M. Sips, "A new ternary pulse transmission system", Trans. COM-13 pp. 366-372, Spet. 1965.
- (16) Crosier, "Pseudoternary Codes: A New Action in Communication Technology, June 1970, pp. 265-268.
- (17) A. Jesop, "High Capacity PCM Multiplexing and Code Translation", IEE Colloquium on PCM, London, Digest No. 1968/7 pp. 14/1-14/5, March 1968.
- (18) Franaszek P.A., "Sequence-State Coding for Digital Transmission", Bell Syst. Tech. J. Vol. 47, pp. 143-157., January 1968.
- (19) Dorward, D.M., "Terminal Digital Signal Processing for High Capacity Coaxial Line Transmission", IEE Conference on Telecommunication Transmission, pp. 95-98, September 1975.