

KAYIPLI “ON-CHIP” ENDÜKTÖRLERLE GERÇEKLEŞTİRİLEN EMPEDANS EŞLEME DEVRELERİ

Fatih ÇOLAK¹

Aşkın DEMİRKOL²

¹Fen Bilimleri Enstitüsü Bilgisayar ve Bilişim Mühendisliği Bölümü,
Sakarya Üniversitesi, 54040, Esentepe, Sakarya

²Bilgisayar Mühendisliği Bölümü, Sakarya Üniversitesi, 54040, Esentepe, Sakarya

¹e-posta: fatih.colak@akcasu.com

²e-posta: askind@sakarya.edu.tr

Anahtar Sözcükler: “On-chip” Endüktörler, Empedans Eşleme Devreleri

ÖZET

Bu bildiriye kayıplı “on-chip” endüktörlerle gerçekleştirilen tipik ve önemli bazı empedans eşleme devrelerinin tasarımında yararlanılabilecek algoritmalar önerilmiştir. Önerilen devreler kırmık (chip) üzerinde veya kırmık dışında gerçekleştirilebilir. Bu da tasarımcıya geniş bir kullanım alanı sağlamaktadır.

1. GİRİŞ

Empedans eşleme devreleri çok uzun zamandır bilinmektedir. Geçmişte yüksek Q değer katsayılı (Quality Factor) bobinlerle gerçekleştirildiği için endüktansların kayıpları hesaba katılmamıştır. Günümüzde kırmık üzerinde gerçekleştirilen bobinlerin, değer katsayıları çok düşüktür. Değer katsayıları (5-10) mertebesinde yapılabilmektedir. Bu nedenle empedans eşleme devrelerinin bobin kayıplarını da hesaba katarak gerçekleştirme ihtiyacı duyulmuştur.

Bu bildiriye “on-chip” endüktörlerle ilgili önemli bilgiler verildikten sonra tipik ve önemli bazı empedans eşleme devreleri incelenecektir.

2. “ON-CHIP” ENDÜKTÖRLER

Endüktörler, genellikle baskı devre kartı üzerinde harici olarak bağlanırlar. Bu durum az sayıda endüktöre ihtiyaç duyulduğunda mümkündür. Kırmık üzerinde daha fazla fonksiyonel işlemler entegre edildikçe, maliyeti artıran daha büyük paketlere ve daha çok sayıda endüktöre ihtiyaç duyulmaktadır. Bu sonuçlar, “on-chip” endüktörlerin gerçekleştirilmesine yönelik ilgi odağı oluşturmıştır.

“On-chip” endüktörler, düşük-gürültülü kuvvetlendirici (LNA), gerilim kontrollü osilatör (VCO) ve faz kenetlemeli devre (PLL) gibi yüksek hassasiyetli analog blokların bir kırmık üzerindeki tasarımında, empedans eşleme, kazanç ayarlamaları ve filtreleme için kullanılmaktadır. LNA’larda reel bir giriş empedansına eşleme için kullanılır. “On-chip”

endüktörler kırmık üzerinde gerçekleştirildikleri için değer katsayıları küçüktür. Bir endüktörün çalışma frekansı f ve toplam eşdeğer seri direnci R olmak üzere Q değeri (1) bağıntısındaki gibi gösterilebilir.

$$\omega = 2\pi f, \quad Q = \frac{\omega L}{R} \quad (1)$$

3. GERÇEKLENEN EMPEDANS EŞLEME DEVRELERİ

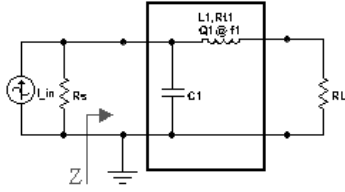
Empedans eşleme, minimum gürültü, maksimum kazanç, minimum yansıma ve optimum verim sağlamak için devre tasarımcılarına yardımcı olur. Empedans eşleme devreleri, LNA, frekans-çeviren devreler (mixers) ve kuvvetlendiriciler (amplifiers) gibi bazı blokların devredeki tasarımında kullanılır.

Bu bildiriye, L, Pi, T tipi ağlardan birkaç örnek empedans eşleme devresi önerilmiştir. Tek bir frekans için devrelerin giriş empedansının gerçel kısmı kaynak iç direncine, sanal kısmı da sıfıra eşitlenerek empedans eşleme yapılmıştır. Bu devrelerde bobinlerin iç direnci sıfır kabul edilmemiştir. Bobinlerin kayıpları göz önünde bulundurularak empedans eşleme yapılmıştır. Bobinlerin Q değerleri, istenen rezonans frekansının civarındaki değer katsayısı değerleridir.

Empedans eşleme devrelerinin hesabında, sürücü işaret kaynağı olarak ideal olmayan bir akım kaynağı veya ideal olmayan bir gerilim kaynağı kullanılabilir. Aşağıda, bağıntıların daha basit olmasını sağlayan sürücü kaynak türü kullanılmıştır.

L tipi ağlar, bir endüktör ve bir kapasitörden oluşturulmaktadır. Bu ağlardan bir yüksek empedans dönüştürücü ve bir alçak empedans dönüştürücü devreleri ele alınmıştır.

3.1 Yüksek empedans dönüştürücü devresi akım kaynağıyla sürülmüştür. Bu devrede yük empedansı kaynak empedansından küçük olmalıdır. Devrenin şeması Şekil 1’de gösterilmiştir.



Şekil 1 Yüksek empedans dönüştürücü

Devrenin giriş empedansının denklemi (2) bağıntısında gösterilmiştir.

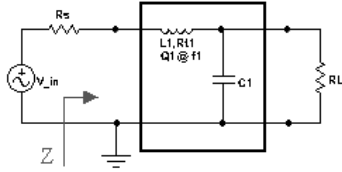
$$Z = \frac{sL_1 + R_{L1} + R_L}{sC_1[sL_1 + R_{L1} + R_L] + 1} \quad (2)$$

Real{Z} = R_s ve Imag{Z} = 0 için (3) ve (4) bağıntıları elde edilmiştir.

$$L_1(\omega, R_s, R_{L1}, R_L) = \sqrt{\frac{[R_{L1} + R_L][R_s - R_{L1} - R_L]}{\omega^2}} \quad (3)$$

$$C_1(\omega, R_{L1}, R_L, L_1) = \frac{L_1}{\omega^2 L_1^2 + [R_{L1} + R_L]^2} \quad (4)$$

3.2 Alçak empedans dönüştürücü devresi ise gerilim kaynağıyla sürülmüştür. Bu devrede yük empedansı kaynak empedansından büyük olmalıdır. Devrenin şeması Şekil 2' de gösterilmiştir.



Şekil 2 Alçak empedans dönüştürücü

Devrenin giriş empedansının denklemi (5) bağıntısında gösterilmiştir.

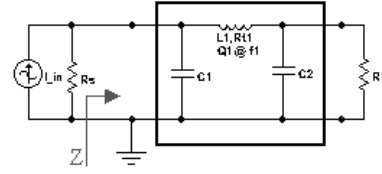
$$Z = \frac{[sL_1 + R_{L1}][1 + sC_1 R_L] + R_L}{sC_1 R_L + 1} \quad (5)$$

Real{Z} = R_s ve Imag{Z} = 0 için (6) ve (7) bağıntıları elde edilmiştir.

$$L_1(\omega, R_L, C_1) = \frac{C_1 R_L^2}{1 + \omega^2 C_1^2 R_L^2} \quad (6)$$

$$C_1(\omega, R_s, R_{L1}, R_L) = \sqrt{\frac{[R_s - R_{L1} - R_L]}{\omega^2 R_L^2 [R_{L1} - R_s]}} \quad (7)$$

3.3 Pi ağı üç elemanlı devreler olarak nitelendirilmektedir. Arka arkaya iki tane L ağının bağlanmasıyla oluşturulabilir. Burada iki kapasitör ve bir endüktörden oluşan bir Pi ağı incelenmiştir. Devre akım kaynağıyla sürülmüştür. Bu devre için yük empedansı ile kaynak empedansı arasında herhangi bir koşul yoktur. Devrenin şeması Şekil 3' te gösterilmiştir.



Şekil 3 Pi ağı

Devrenin giriş empedansının denklemi (8) bağıntısında gösterilmiştir.

$$Z = \frac{[sL_1 + R_{L1}][sC_2 R_L + 1] + R_L}{sC_1[sL_1 + R_{L1}][sC_2 R_L + 1] + sC_1 R_L + sC_2 R_L + 1} \quad (8)$$

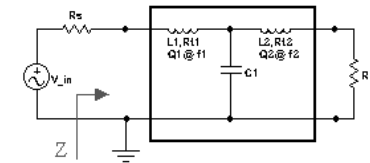
Real{Z} = R_s ve Imag{Z} = 0 için (9), (10) ve (11) bağıntıları elde edilmiştir.

$$A = \frac{\omega C_1 R_s^2 - R_s Q_1}{1 + \omega^2 C_1^2 R_s^2} \quad (9)$$

$$\omega^2 R_L^2 A C_2^2 + \omega R_L^2 C_2 + A + R_L Q_1 = 0 \quad (10)$$

$$L_1 = \frac{C_2 R_L^2 + \frac{[C_1 R_s^2][1 + \omega^2 C_2^2 R_L^2]}{1 + \omega^2 C_1^2 R_s^2}}{[1 + \omega^2 C_2^2 R_L^2]} \quad (11)$$

3.4 T ağı da üç elemanlı devreler olarak nitelendirilmektedir. Arka arkaya iki tane L ağının bağlanmasıyla oluşturulabilir. Burada iki endüktör ve bir kapasitörden oluşan bir T ağı incelenmiştir. Bu devre gerilim kaynağıyla sürülmüştür. Pi ağındaki gibi yük empedansı ile kaynak empedansı arasında herhangi bir koşul yoktur. Devrenin şeması Şekil 4' te gösterilmiştir.



Şekil 4 T ağı

Devrenin giriş empedansının denklemi (12) bağıntısında gösterilmiştir.

$$Z = \frac{[sL_1 + R_{L1}][s^2 C_1 L_2 + sC_1[R_{L2} + R_L] + 1] + sL_2 + R_{L2} + R_L}{s^2 C_1 L_2 + sC_1[R_{L2} + R_L] + 1} \quad (12)$$

Real{Z} = R_s ve Imag{Z} = 0 için (13), (14), (15), (16) ve (17) bağıntıları elde edilmiştir.

$$C_1(\omega, R_s, L_1, L_2, R_L) = \frac{L_1 + L_2}{\omega^2 L_1 L_2 + R_s R_L} \quad (13)$$

$$L_1(\omega, R_s, L_2, R_L) = \sqrt{\frac{R_s[\omega^2 L_2^2 - R_L[R_s - R_L]]}{\omega^2 R_L}} \quad (14)$$

$$L_2(\omega, R_s, L_1, R_L) = \sqrt{\frac{R_L[\omega^2 L_1^2 - R_s[R_L - R_s]]}{\omega^2 R_s}} \quad (15)$$

$$\omega^2[Q_1^2 + 1]L_1^2 + \omega Q_1[R_L - 2R_S]L_1 + 1.5R_S Q_1[R_S - R_L] = 0 \quad (16)$$

$$\omega^2[Q_2^2 + 1]L_2^2 + \omega Q_2[2R_L - R_S]L_2 + 1.5R_L Q_2[R_L - R_S] = 0 \quad (17)$$

4. ÇÖZÜM ALGORİTMALARI VE ÖRNEKLER

Pi ağında Q_{eff} değerine göre analitik çözüm elde edilmiştir. Ancak yüksek empedans dönüştürücü, alçak empedans dönüştürücü ve T ağının analitik çözümleri olmadığından, iterasyon yöntemiyle çözüm bulma algoritmaları geliştirilmiştir. İterasyon için uygun başlangıç değerleri tespit etmek gerekmektedir. Bu değerler, giriş değerlerine bağlı olan ilk değer oluşturan bağıntılardan elde edilmektedir. İterasyon sırasında ardışıl iki iterasyon arasındaki farka bakılmaktadır. Bu fark belirli bir sınır değerinin altına düştüğü zaman iterasyon durdurulur. Algoritmalarda bu sınır değerini ε olarak gösterilmiştir. Örnek olarak bu değer 10^{-6} gibi küçük bir değer olabilir. Gerçeklenen empedans eşleme devrelerinin çözüm algoritmaları ve örnekleri aşağıda gösterilmiştir.

4.1 Yüksek Empedans Dönüştürücü Algoritması

{ Bu algoritma (2), (3) ve (4) bağıntılarını esas alarak, R_S , R_L , Q_1 ve f giriş değerleri için C_1 , L_1 , R_{L1} değerlerini hesaplar. Burada bobinin iç direncine göre iterasyon yapılmıştır. İterasyonun durma koşulu bobinin hesaplanan iç direncinin belirli bir değere oturmasıdır.

- Bobinin iç direncine ilk değer olarak $R_{L1} = \frac{R_S - R_L}{10}$ ata.
- (3) bağıntısından $L_1(\omega, R_S, R_{L1}, R_L)$ ' i hesapla.
- Bobinin yeni iç direncini $newR_{L1} = \frac{\omega L_1}{Q_1}$ hesapla.
- $while\left(\frac{|R_{L1} - newR_{L1}|}{R_{L1}} > \varepsilon\right)\{$
 - $newR_{L1}$ değerini R_{L1} ' e ata.
 - (3) bağıntısından $L_1(\omega, R_S, R_{L1}, R_L)$ ' i hesapla.
 - Bobinin yeni iç direncini $newR_{L1} = \frac{\omega L_1}{Q_1}$ hesapla.
- }endwhile
- (4) bağıntısından $C_1(\omega, newR_{L1}, R_L, L_1)$ ' i hesapla.
- }

Örnek: Yüksek empedans dönüştürücüsü için $R_S = 100\text{ohm}$, $R_L = 50\text{ohm}$, $Q_1 = 10$ ve $f = 500\text{Mhz}$ değerleri verildiğinde, 3 iterasyon sonunda devrenin elemanları $C_1 = 2.88\text{pF}$, $L_1 = 15.83\text{nH}$, $R_{L1} = 4.97\text{ohm}$ olarak bulunmuştur. Bu eleman değerleri ile 500

MHz' te hesaplanan giriş empedansı: $Real\{Z\} = 100$, $Imag\{Z\} = -6.79e - 6 \cong 0$

4.2 Alçak Empedans Dönüştürücü Algoritması

{ Bu algoritma (5), (6) ve (7) bağıntılarını esas alarak, R_S , R_L , Q_1 ve f giriş değerleri için C_1 , L_1 , R_{L1} değerlerini hesaplar. Burada bobinin iç direncine göre iterasyon yapılmıştır. İterasyonun durma koşulu bobinin hesaplanan iç direncinin belirli bir değere oturmasıdır.

- Bobinin iç direncine ilk değer olarak $R_{L1} = \frac{R_S}{10}$ ata.
- (7) bağıntısından $C_1(\omega, R_S, R_{L1}, R_L)$ ' i hesapla.
- (6) bağıntısından $L_1(\omega, R_L, C_1)$ ' i hesapla.
- Bobinin yeni iç direncini $newR_{L1} = \frac{\omega L_1}{Q_1}$ hesapla.
- $while\left(\frac{|R_{L1} - newR_{L1}|}{R_{L1}} > \varepsilon\right)\{$
 - $newR_{L1}$ değerini R_{L1} ' e ata.
 - (7) bağıntısından $C_1(\omega, R_S, R_{L1}, R_L)$ ' i hesapla.
 - (6) bağıntısından $L_1(\omega, R_L, C_1)$ ' i hesapla.
 - Bobinin yeni iç direncini $newR_{L1} = \frac{\omega L_1}{Q_1}$ hesapla.
- }endwhile
- (7) bağıntısından $C_1(\omega, R_S, newR_{L1}, R_L)$ ' i hesapla.
- }

Örnek: Alçak empedans dönüştürücüsü için $R_S = 50\text{ohm}$, $R_L = 100\text{ohm}$, $Q_1 = 10$ ve $f = 500\text{Mhz}$ değerleri verildiğinde, 3 iterasyon sonunda devrenin elemanları $C_1 = 3.51\text{pF}$, $L_1 = 15.83\text{nH}$, $R_{L1} = 4.97\text{ohm}$ olarak bulunmuştur. Bu eleman değerleri ile 500 MHz' te hesaplanan giriş empedansı: $Real\{Z\} = 50$, $Imag\{Z\} = 4.45e - 6 \cong 0$

4.3 Pi Ağı Algoritması

{ Bu algoritma (8), (9), (10) ve (11) bağıntılarını esas alarak, Q_{eff} , R_S , R_L , Q_1 ve f giriş değerleri için C_1 , C_2 , L_1 , R_{L1} değerlerini hesaplar.

- $C_1 = \frac{Q_{eff}}{\omega R_S}$ formülü ile C_1 ' i hesapla.
- (9) bağıntısından A değişkenini hesapla.
- (10) bağıntısındaki ikinci dereceden denklemin reel bir pozitif kökünü bul ve C_2 ' ye ata.
- (11) bağıntısından L_1 ' i hesapla.
- Bobinin iç direncini $R_{L1} = \frac{\omega L_1}{Q_1}$ hesapla.
- }

Örnek: Pi ağı için $Q_{eff} = 0.6$, $R_S = 50\text{ohm}$, $R_L = 100\text{ohm}$, $Q_1 = 10$ ve $f = 500\text{Mhz}$ değerleri

verildiğinde devrenin elemanları $C_1 = 3.81\text{pF}$, $C_2 = 4.86\text{pF}$, $L_1 = 21.6\text{nH}$, $R_{L1} = 6.78\text{ohm}$ olarak bulunmuştur. Bu eleman değerleri ile 500 MHz' te hesaplanan giriş empedansı: $\text{Real}\{Z\} = 50$, $\text{Imag}\{Z\} = 1.27e - 6 \cong 0$

4.4 T Ağı Algoritması

{
Bu algoritma (12), (13), (14), (15), (16) ve (17) bağıntılarını esas alarak, R_S , R_L , Q_1 , Q_2 , ve f giriş değerleri için C_1 , L_1 , R_{L1} , L_2 , R_{L2} değerlerini hesaplar. Burada bobinlerin Q değerine göre iterasyon yapılmıştır. İterasyonun durma koşulu bobinlerin hesaplanan Q değerlerinin belirli bir değere oturmasıdır.

- R_{L1} 'e sıfır ata.
- R_{L2} 'ye sıfır ata.
- Bobinlerin iç direncini de hesaba katarak yeni kaynak ve yük empedansını hesapla, $\text{new}R_S = R_S - R_{L1}$, $\text{new}R_L = R_L + R_{L2}$.
- $\text{if}(\text{new}R_S \geq \text{new}R_L)$ {
 - (17) bağıntısının pozitif reel kökünü L_2 ' ye ilk değer ata.
 - (14) bağıntısından $L_1(\omega, \text{new}R_S, L_2, \text{new}R_L)$ ' i hesapla.
- }endif
- $\text{if}(\text{new}R_S < \text{new}R_L)$ {
 - (16) bağıntısının pozitif reel kökünü L_1 ' e ilk değer ata.
 - (15) bağıntısından $L_2(\omega, \text{new}R_S, L_1, \text{new}R_L)$ ' yi hesapla.
- }endif
- (13) bağıntısından $C_1(\omega, \text{new}R_S, L_1, L_2, \text{new}R_L)$ ' i hesapla.
- (1) bağıntısını kullanarak yeni Q değerlerini ($\text{new}Q_1, \text{new}Q_2$) hesapla.
- $\text{while}\left(\left(\frac{|Q_1 - \text{new}Q_1|}{Q_1} > \varepsilon\right) \text{or} \left(\frac{|Q_2 - \text{new}Q_2|}{Q_2} > \varepsilon\right)\right)$ {
 - Bobinlerin iç direncini $R_{L1} = \frac{\omega L_1}{Q_1}$, $R_{L2} = \frac{\omega L_2}{Q_2}$ hesapla.
 - Bobinlerin iç direncini de hesaba katarak yeni kaynak ve yük empedansını hesapla, $\text{new}R_S = R_S - R_{L1}$, $\text{new}R_L = R_L + R_{L2}$.
 - $\text{if}(\text{new}R_S \geq \text{new}R_L)$ {
 - (14) bağıntısından $L_1(\omega, \text{new}R_S, L_2, \text{new}R_L)$ ' i hesapla.
 - }endif
 - $\text{if}(\text{new}R_S < \text{new}R_L)$ {
 - (15) bağıntısından $L_2(\omega, \text{new}R_S, L_1, \text{new}R_L)$ ' yi hesapla.
 - }endif

○ (13) bağıntısından $C_1(\omega, \text{new}R_S, L_1, L_2, \text{new}R_L)$ ' i hesapla.

○ (1) bağıntısını kullanarak yeni Q değerlerini ($\text{new}Q_1, \text{new}Q_2$) hesapla.

}endwhile

}

Örnek: T ağı için $R_S = 50\text{ohm}$, $R_L = 100\text{ohm}$, $Q_1 = 10$, $Q_2 = 10$ ve $f = 500\text{Mhz}$ değerleri verildiğinde, 10 iterasyon sonunda devrenin elemanları $C_1 = 4.61\text{pF}$, $L_1 = 19.39\text{nH}$, $R_{L1} = 6.09\text{ohm}$, $L_2 = 15.81\text{nH}$, $R_{L2} = 4.96\text{ohm}$ olarak bulunmuştur. Bu eleman değerleri ile 500 MHz' te hesaplanan giriş empedansı: $\text{Real}\{Z\} = 50$, $\text{Imag}\{Z\} = -2.68e - 6 \cong 0$

5. SONUÇ

Bu çalışmada “on-chip” endüktörlerle gerçekleştirilebilen tipik empedans eşleme devrelerinin çözümleri önerilmiştir. Önerilen empedans eşleme devrelerindeki bobinlerin Q değeri sonsuz kabul edilmeyip, iç dirençleri de hesaba katılmıştır. Burada örnek L ağları için giriş ve çıkışta empedans eşleme sağlanır. Ancak örnek Pi ve T ağlarında giriş tarafından empedans eşleme yapıldığında, sonuç devrelerin çıkış tarafından girişe doğru empedansına bakıldığında bazı kayıpların olduğu gözlenecektir. Bu kayıplar bobinlerin Q değerlerinden kaynaklanmaktadır. Q değerleri çok küçük olduğunda kayıpların artacağı görülecektir. Eğer Q değerleri biraz arttırılırsa, bu kayıpların ihmal edilebilecek kadar küçük olduğu gözlenecektir.

Devre tasarımcısı bu çalışmadaki empedans eşleme devrelerinde kaynak empedansı, yük empedansı, bobinlerin çalışma frekansı, bobinlerin Q değeri için istediği değeri verebilir. Kırmık üzerinde veya kırmık dışında olsun, istenilen uygun eşleme için bu empedans eşleme devreleri, kolay, güvenilir ve verimli bir şekilde gerçekleştirilebilir.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmaya katkıda bulunan Prof. Dr. Duran Leblebici ve Prof. Dr. Füsün Selçuk ile Akçasu Yazılım Sistemleri' ne teşekkür ederiz.

KAYNAKLAR

- [1] Ali M. N., Robert G. M., Design, Simulation and Applications of Inductors and Transformers for Si RF ICs, Kluwer Academic Publishers, pp. 3-9, 2000.
- [2] Chris B., RF Circuit Design, pp. 66-75, 1982.
- [3] Reinhold L., Pavel B., RF Circuit Design Theory and Applications, Prentice-Hall, pp. 406-431, 2000.