

Variyasyonel Prensiplerle Topolojik Durum Denklemlerinin Modelleri

Dr. FRANK J. EVANS
University of London
England

Dr. NECDET ŞEN
Karadeniz Teknik
Üniversitesi

ÖZET

Bu yazıda Millar teoremi kullanılarak, genelleştirilmiş bir lineer devrenin durum modelinin topolojik olarak daha çabuk elde edilişi gösterilmiştir. Aynı zamanda durum modelinin, doğrudan doğruya verilen devreye bakılarak gözlem yolu ile elde edilmesinde kullanışlı olan bir Matris-ifaret akışı diyagramı modeh verilmiştir.

SVHMART

in this paper a faster topological determination of the state model of a generalised network has been derived from Millar's theorem. Also a Matrix-signal-flow graph model is given which is useful in obtaining the state model by inspection from the given network.

Kullanılan gösterimler :

- G, J : Düz ve ters genel - güç fonksiyonları
 \mathbf{V}_b : Eleman akım ve gerilimleri vektörleri
 $(,)$: İki vektörün iç çarpımları
 $\underline{B}, \underline{Q}$: Topolojik çevre ve kesit matrisleri
 p_i, s_i : Pasif elemanlar ve kaynakların gösterimleri
 $-s_i, -s_i$: Kaynak akım ve gerilim vektörleri
 $\underline{i}_s, \underline{v}_s$: Akün ve gerilim kaynakları vektörleri
 $ss, sns, nsns$: Durum ve durum olmayan elemanlarından yazılan empedans ve admütans matrislerinin gösterimleri
 L, C : Pozitif - definit endüktans ve kapasitans matrisleri
 $\underline{L}^{(0+)}, \underline{C}^{(0+)}$: Endüktans ve kapasitanslardaki başlangıç değerleri vektörleri
 $1, 2$: Bağ ve dal elemanlarının gösterimleri.
 S : Variyasyon gösterilimi
 KGL, KAD : Kirchoff'un gerilim ve akım denklemleri

GİRİŞ

Her ne kadar, genel tip bir lineer devrenin matematik durum modeli, topolojik metotlar kullanılarak [2, 3] elde edilmişse de, bu işlem devrenin lineer grafiği bağ ve dal arasındaki

topolojik alt-dinamik transformasyon ve diğer parametre matrislerinin [3] elde edilmesi oldukça uzun sürebilir. Bu uzun ve karışık işlemler referans [5] de gösterildiği gibi gözlem, yolu izlenerek, parametre matrisleri yazılmaksızın işaret akışı diyagramları kullanılarak elde edilebilir. Bu yazıda, bu iş, matris-İşaret-akışı diyagramları kullanılarak daha sistematik olarak yapılmıştır. Böylece verilen bir devreden sistem denklemleri yazılmaksızın devrenin istenilen modeli bulunmuş, olacaktır. Biz burada sistem teorisinde çok uygun olan «durum modeli» ile ilgileneceğiz.

Millar sürekli kararlılık teoreminden [1] :

$$\sum_{i \in A} G_{ij} = 0 \quad \dots (1a): \text{ çevre formu}$$

$$\sum_{j \in B} J_{ij} = 0 \quad \dots (1b): \text{ kesit formu}$$

yazılabilir. Burada G ve J Millar anlamında tanımlanabilecek düz ve ters genel - güç fonksiyonlarıdır. Bu teoremin kullanılması ile ve bazı varyasyonel prensiplerin uygulanması [4, 6] ile gösterilebilir M :

$$\frac{\partial G}{\partial i_b} = 0 \quad \dots (2a)$$

$$\frac{\partial J}{\partial v_b} = 0 \quad \dots (3b)$$

Bu denklemlerin klâsik devre teorisindeki KGD ve KAD oldukları açıktır, gevre ve kesit tipinde yazılmış olanlarıdır. Burada $G(\underline{L}_b)$ ve $J(\underline{C}_b)$ fÜG boyutunda olan skaler fonksiyonlar olup lineer durumda :

$$J = G = \frac{1}{2}(\underline{i}_b, \underline{v}_b) \quad \dots (3)$$

Diğer taraftan topolojik çevre ve kesit transformasyonları :

$$\begin{aligned} 4 & -14 \\ \underline{v}_b &= \underline{Q} \underline{v}_2 \end{aligned} \quad \dots (4)$$

(3) ve (4) bağıntıları pasif ve aktif elemanlara göre aşağıdaki gibi yazılabilirler: ... (5a)

$$\begin{aligned} G &= \frac{1}{2}(\underline{B}_p^t \underline{i}_1, \underline{Z}_b \underline{i}_b) - \frac{1}{2}(\underline{i}_s, \underline{e}_s) \\ &= \frac{1}{2}(\underline{i}_1, \underline{B}_p \underline{Z}_b \underline{B}_p^t \underline{i}_1) - \frac{1}{2}(\underline{B}_s^t \underline{i}_1, \underline{e}_s) \\ &= \frac{1}{2}(\underline{i}_1, \underline{Z}_m \underline{i}_1) - \frac{1}{2}(\underline{i}_1, \underline{B}_s \underline{e}_s) \end{aligned}$$

ve bunun duali de :

... (5b)

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2}(\underline{Q}_p^t \underline{v}_2, \underline{Y}_b \underline{v}_b) - \frac{1}{2}(\underline{v}_s, \underline{j}_s) \\ &= \frac{1}{2}(\underline{v}_2, \underline{Q}_p \underline{Y}_b \underline{Q}_p^t \underline{v}_2) - \frac{1}{2}(\underline{Q}_s^t \underline{v}_2, \underline{j}_s) \\ &= \frac{1}{2}(\underline{v}_2, \underline{Y}_n \underline{v}_2) - \frac{1}{2}(\underline{v}_2, \underline{Q}_s \underline{j}_s) \end{aligned}$$

olarak yazılabilir. Bu fonksiyonlar yeniden durum ve durum - olmayan değişkenler ve kaynaklar cinsinden (6a) daki gibi yeniden yazılabilirler. Burada, \hat{i}_l ve \hat{v}_2 durum akımları (bağ indüktansı akımları) ve pasif durum - olmayan eleman akımları, \hat{z} , \hat{z} , \hat{z} bu akımlara karşılık olan çevre empedansları ve \hat{Z}_s de kaynak akımlarına karşılık olan çevre empedans matrisleridirler. Yine (6) nın düali olan ters genel güç fonksiyonu J, (6b) deki gibi yazılabilir.

Burada, \hat{c} ve \hat{p} durum ve durum - olmayan pasif elemanlara ait olan eleman gerilimleri vektörleridirler. Yine \hat{Y} , \hat{Y} , \hat{Y} bu gerilimlere karşılık olan kesit admitansları ve \hat{e}_s gerilim kaynaklarına karşılık olan admitans matrisleridirler.

(2) bağıntıları yardımı ile (6a) ve (6b) deki fonksiyonların gradyenlerinden (7) deki gibi ortak bir vektör yazılabilir.

$$\begin{aligned} G &= \frac{1}{2} \left\{ \begin{bmatrix} \underline{i}_{1L} \\ \text{naill} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} Z_{ss-m} & Z_{sns-m} \\ Z_{sns-m}^t & Z_{nsns-m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{i}_{1L} \\ \underline{ns-i}_{1p} \end{bmatrix} \right\} + (\underline{j}, \underline{Z}_j \underline{j}) \\ &+ (\underline{ns-v}_2, \underline{Q}_{ns1L} \underline{i}_{1L}) + (\underline{i}_{1p}, \underline{B}_{2C1p} \underline{v}_{2C}) - (\underline{i}_1, \underline{B}_s \underline{e}_s) \end{aligned} \quad \dots (6a)$$

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \left\{ \begin{bmatrix} \underline{v}_{2C} \\ \underline{ns-v}_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} Y_{ss-n} & Y_{snb-n} \\ Y_{sns-n}^* & Y_{nsns-n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v}_{2C} \\ \underline{ns-2p} \end{bmatrix} \right\} + (\underline{e}, \underline{Y}_e \underline{e}) \\ &+ (\underline{ns-i}_1, \underline{B}_{ns2C} \underline{v}_{2C}) + (\underline{v}_{2p}, \underline{Q}_{1LQp} \underline{i}_{1L}) - (\underline{v}_2, \underline{Q}_s \underline{j}_s) \end{aligned} \quad \dots (6b)$$

Laplace transformasyonu kullanılarak (7) denkleminde sisteme karşılık olan matris-ışaret - akışı diyagramı modeli [6] bulunabilir ki böylece sistemin başlangıç değerleri de bu modelin içerisinde birer kaynak "elemanı" özelliğinde olarak yer alırlar. Şu modelde (7) denkleminin iki sınıf pasif bilinmeyen değişkenleri «durum» ve «durum - olmayan» pasif değişkenler olarak :

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{1L}(s) \\ \underline{I}_{2C}(s) \end{bmatrix} \text{ ve } \begin{bmatrix} \underline{I}_1(s) \\ \underline{V}_{2C}(s) \end{bmatrix}$$

Bununla beraber kaynak akımlarına karşılık olan çevre denklemleri ve gerilim kaynaklarına karşılık kesit denklemleri matris bölümlenmeleri ile (7) den eksiltilebilirler ve böylece sistemin serbestlik derecesi azaltılmış olur. Ne var ki diğer denklemlerde kaynakların etkisi kaynak elemanlarının özelliğini taşıyor ve sistem denklemleri içerisinde kalırlar [5]. Bu etkiler matematik sistem modelinin kaynak terimine girerler ve matris-İşaret-akışı diyagramında ise geometrik olarak bir matris-transmitans olarak görülür. Bütün bu özellikleri sistemin matematik modeli (7) den topolojik olarak (8) deki gibi yazılabilir.

li. Mason anlamında İşaret - akışı' yönünden ifade (8) deki gibidir.

Böylece (8) denkleminin karşılık olan matris-ışaret-akışı diyagramı şekil 1. deki gibi elde edilir. Bu diyagramda dalma İki öz-transmitans, bir başlangıç değerleri vektörü, bir kaynak vektörü bulunur. Bağımlı kaynaklar bu diyagramda ilk olarak bağımsız gibi yerleştirilir ve sonradan kontrol katsayıları bir matris-transmitans olarak pasif elemanlara bağlanır, örnek : Şek. 1deki görülen devreyi aldığımızı düşünelim. Görüldüğü gibi bu devre bir öz-kapasitif çevre, bir öz-indüktif kesit, bir bağımlı kaynak ve karşılıklı indüktans bulundurmaktadır. Devrenin durum-ağacını görüldüğü gibi kalın çizgilerle belirterek (8) denkleminin ardından (9) denklemini yazabiliriz.

Böylece denklem (9) dan faydalanarak sistemin matris-ışaret-akışı diyagramı Şek. 2 de görüldüğü gibi modellendirilebilir. Bu diyagramın şeklinin tekil olduğunu daha önce belirtmiştik. Dolayısıyla ile, Şek. 1 ve 2 nin karşılaştırılmasından görülebilir ki verilen devrenin veya devre analizi yapılabilen bütün dinamik sistemlerin [6] grafından kalkarak durum denklemleri topolojik olarak bulunabilir. Böyle bir yol devre denklemlerini yazmaksızın devrenin doğrudan doğruya matris-durum-ışaret-akışı diyagramının gözleme çizilmesinde [5] faydalı olur. Bu yazıda her ne kadar lineer sistemler için bir metot veril-

$$\begin{bmatrix} (ns - Z_m(s) + 1) & 0 & Z(s) & \underline{B}_{2C1p} \\ 0 & (ns - Y(s) + 1) & \underline{Q}_{1L2p} & \underline{Y}_{-2dp} \\ \underline{Z}^t(s) & \underline{Q}_{1L2p}^t & (s - Z_m(s) + 1) & 0 \\ \underline{I}_{-2p} & -2CIB & 0 & \langle \underline{S}_{9-h} \underline{J}C \rangle + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ns \underline{I}_1(s) \\ ns \underline{V}_{2p}(s) \\ \underline{I}_{1L}(s) \\ \underline{V}_{2C}(s) \end{bmatrix}$$

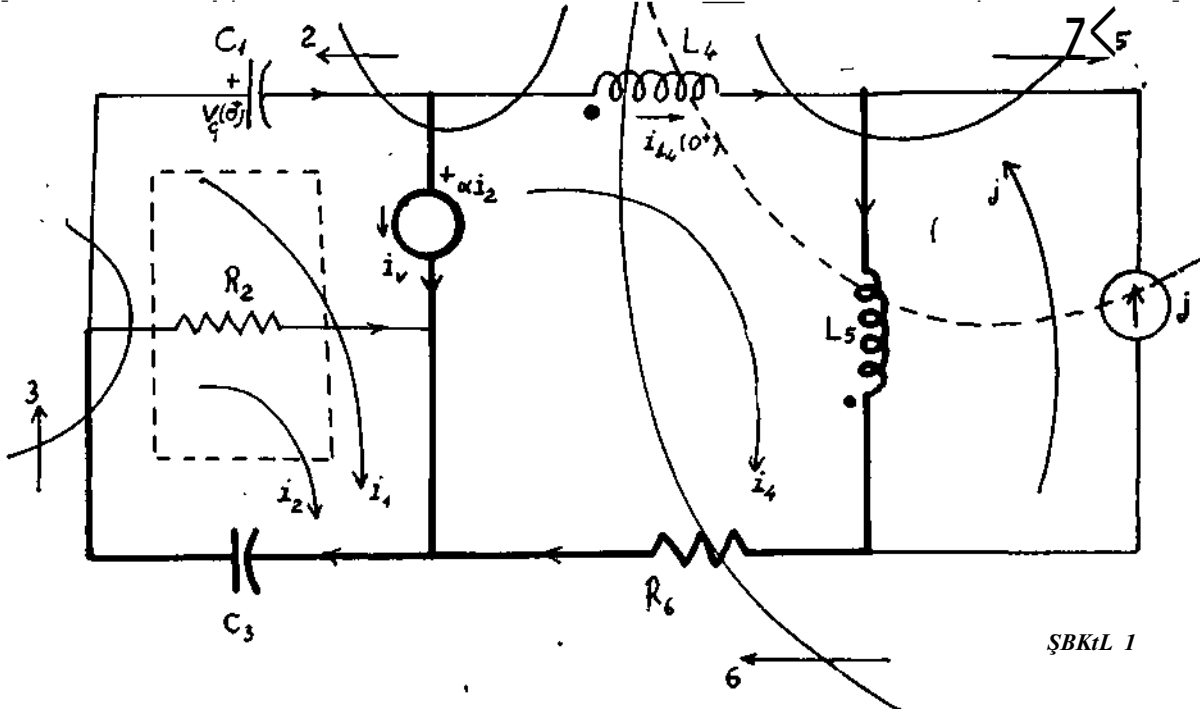
$$\begin{bmatrix} \underline{Z}_j(s) & -\underline{B}_{-c} \\ -\underline{Q}_s & \underline{Y}(\tau) - e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{J}_s(s) \\ \underline{E}_s(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{L} & -\underline{I} \\ \underline{H} & -\underline{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{i}_L(o^+) \\ \underline{v}_C(o^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ns \underline{I}_1(s) \\ ns \underline{V}_{2p}(s) \\ \underline{I}_{1L}(s) \\ \underline{V}_{2C}(s) \end{bmatrix} \quad \dots (8)$$

niğe de enerji-durum fonksiyonları ve varyasyon prensipleri kullanılarak lineer olmayan di-

namık sistemler için uygulanabilir [4, 6].

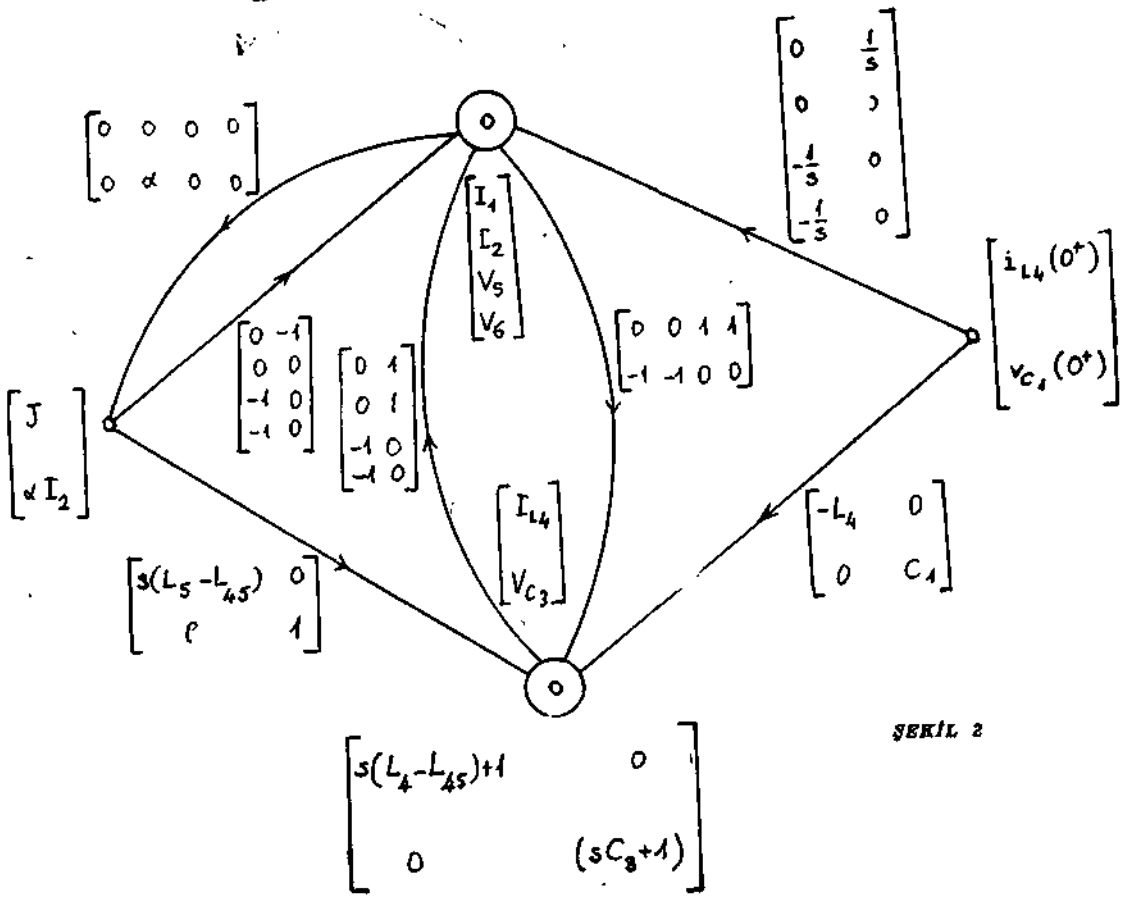
$$\begin{bmatrix}
 \left(\frac{1}{sC_1} + 1\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 0 & (R_2 + 1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & \left(\frac{1}{s}(L_5^{-1} - L_{54}^{-1}) + 1\right) & 0 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & (G_6 + 1) & -1 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 b & 0 & 1 & 1 & Cs(L_4 - L_{54}) + 1 & 0 & 0 \\
 -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & (sP - j + i)
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 I_1(s) \\
 I_2(s) \\
 Y_5(s) \\
 V_6(s) \\
 \dots \\
 I_{L_4}(s) \\
 V_{C_3}(s)
 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix}
 0 & -1 \\
 0 & 0 \\
 -1 & 0 \\
 -1 & 0 \\
 s(1 - L_5) & 0 \\
 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 J(s) \\
 I_2(s)
 \end{bmatrix}
 + \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 -\frac{1}{s} \\
 -\frac{1}{s} \\
 \dots \\
 -L_4 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 i_{L_4}(0^+) \\
 v_{C_1}(0^+)
 \end{bmatrix}
 - \begin{bmatrix}
 I_1(s) \\
 I_2(s) \\
 V_5(s) \\
 V_6(s) \\
 \dots \\
 V^{(8)} \\
 V_{C_3}(s)
 \end{bmatrix}
 \quad \dots (9)$$



ŞEKİL 1

$$\begin{bmatrix} (\frac{1}{sC_1} + 1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (R_2 + 1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\frac{1}{s}(L_5 - L_{45}) + 1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (G_6 + 1) \end{bmatrix}$$



ŞEKİL 2

- [1] W. Mular, 'Some general theorems for non-linear systems possessing resistance', Phil. Mag., 13, p.p. 1150-61, October, 1951.
- [2] P. R. Bryant, 'The topology and algebra of electrical networks', IRE Monograph No. E-1 (London), November, 1960.
- [3] E. S. Kuh-R. A. Rohrer 'The State variable approach to network analysis', Proc. IEEE, Vol. 53, 7, July 1965.
- [4] F. J. Evans - D. L. Jones - N. Şen, 'Canonical formulations of variational principles in non-conservative networks', 13 th Midwest Symposium on Circuit Theory, University of Minnesota, Minneapolis, May 7-8, 1970, U.S.A.
- [5] N. Şen, 'Genel tipten lineer elektrik devrelerinin durum denklemleri ve topolojik çözümleri, TÜBİTAK 1. Bilim Kongresi, 4-6 Ekim 1967, Ankara Üniversitesi ve Bayındırlık Bak. «Bayındırlık işleri Dergisi», Sayı, 44-8, 9, sayfa, 32-38.
- [6] N. Şen, 'Ph. D. Thesis', October 1970, University of London, Q.M.C. England.

SİMTAŞ
Seri İmalât Sanayii

SABİT DİŞİ FİŞ
Per. Sat. Fi.
60 kr.



P.K. 696 Karaköy-Ist.

SİMTAŞ
Seri İmalât Sanayii

DELİKLİ PABUÇ
Per. Sat. Fi.
165 kr.



P.K. 696 Karaköy-Ist.

SİMTAŞ
Seri İmalât Sanayii

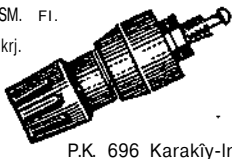
BÜYÜK FİŞ BANAN
Per. Sat. Fi 250 krj.
(Diş FİŞ)
200 krj



P.K. 696 Karaköy-Ist.

SİMTAŞ
Seri İmalât Sanayii


KONİK BORN KLEMENS
Per. SM. Fi.
295 krj.



P.K. 696 Karaköy-Ist.

SİMTAŞ
Seri İmalât Sanayii

FİŞ BANAN
Per. Sat. Fi.
90 krj.



P.K. 696 Karaköy-Ist.

SİMTAŞ
Seri İmalât Sanayii

SİNYAL
Per. Sat. Fi
125 krj.



P.K. 696 Karaköy-Ist.

(E. M. — 449)