

ELEKTROMAGNETİK BÜYÜKLÜKLERİN TANIMLANMASI. BOYUTLARI, BİRİM SİSTEMLERİ VE BOYUT ANALİZİNİN KULLANILIŞI

YASAR EPSOY

UDK: 621.3.081

ÖZET

Elektromagnetik büyüklüklerin boşlukta ve cisim içerisinde aynı ilkelerle mantıklı tanımları, farklı boyut sistemlerinde büyüklüklerin boyutları açıklanıp çıkarılmıştır. Daha sonra, elektromagnetik büyüklüklerin uluslararası simgelerle birimlerinin, birimler arasındaki bağıntıların ve farklı birim sistemlerinde Maxwell denklemlerinin çizelgeleri yapılmıştır. Elektromagnetik büyüklüklerin boyutlarının kullanılışı iki örnekle açıklanmıştır.

SUMMARY

A logical consistent set of definitions of electromagnetic quantities in vacuum and material, and their dimensions in different systems of dimensions are explained and derived. Depending upon the dimensions of electromagnetic quantities, the systems of units are set up. Furthermore, the units of electromagnetic quantities with their international symbols, the relations between them, and Maxwell's equations in different systems of units are tabulated. The use of dimensions of electromagnetic quantities are explained in two examples.

1. GİRİŞ

Fizik yasaları, çevremizde meydana gelen gerçekleri açıklayabilmek için kendimizin tanımladığı ya da türettiği kavramlar yardımıyla matematiksel olarak yazılır. Eğer bu kavramlar arasındaki ilişkiler tam anlaşılıyorsa, bu yasaların anlamı eksiktir ya da anlamsızdır diyebiliriz. Bununla beraber, bu kavramların doğuşu ve geçerli oluşu yine deneysel gerçeklerdir. Böylece yeni bir fiziksel büyüklük eksiksiz olarak tanımlanacaksa, bu büyüklüğün nasıl ölçüldüğü, eğer dolaylı bir yolla ölçülüyorsa, bunu tanımlayan büyüklüklerin nasıl ölçüldüklerinin bilinmesi gerekmektedir, örneğin, elektromagnetik büyüklüklerin duran ve hareket durumundaki cisim içerisinde farklı tanımlanmış olmaları [1,2] ve bu büyüklüklerin cisim içerisinde ölçülemez oluşları, elektromagnetik büyüklüklerin sağladığı Maxwell denklemlerinin farklı görünmesine yol açmakta ve aynı büyüklüğün farklı birimlere sahip olabildiği görülmektedir [3]. Ayrıca özel durumlarda tanımlanan bir büyüklüğün, genel durumlarda da aynı şekilde kullanılması, ölçülemeyen büyüklüklerin ana büyüklükler olarak seçilmesi yanlışlıklardan sayılabilir.

Yaşar Ersoy, Öğretim Görevlisi, ODTÜ

Elektrik Mühendisliği 215

Öte yandan fizikte kullanılan sabitlerle değişkenlerin birbirlerinden farklı boyutları vardır. Aynı büyüklüğün birçok boyutu ve birimi vardır. Bu boyutlar, seçilen temel boyutlara ve fizik büyüklükleri kapsayan ana fizik yasalarına bağlıdır [4,5]. Örneğin, mekanikteki ana yasalar, Newton'un ikinci hareket yasası ve yerçekimi yasasıdır; seçilen temel boyutlar ise geometrik, kinematik ve dinamik büyüklüklerin herbirinden birer tane almakla mümkün olur. Şöyle ki; uzunluk, zaman, kütle ya da hacim, hız, iş vb. Böylece seçilen temel boyutlara ve klasik fiziğin ana yasalarına göre diğer fiziksel büyüklüklerin boyutları türetilir. Eğer fiziksel büyüklüklerin boyutları biliniyorsa; unutulmuş bir formülün doğruluğunu kontrol etmede, boyut analizi ile laboratuvarında değişkenler arasındaki bağıntıların bulunmasında, denklemlerin boyutsuz duruma getirilmesinde ve ayrıca birim sistemlerinin düzenli olarak öğrenilmesi ve birinden öbürüne geçilmesinde yararlı olur [4,5].

Bu yazıda amacımız, elektromagnetik büyüklüklerin tanımını verdikten sonra, boyutlarını ve en çok kullanılan birim sistemlerini sistemli bir biçimde tanıtmaktır. Ayrıca en çok kullanılan birim sistemlerinde Maxwell denklemlerini yazıp farklılıkları belirlemek ve boyut analizinin nasıl kullanıldığını örnekle gösterip tanıtmaktır.

2. ELEKTROMAGNETİK BÜYÜKLÜKLERİN TANIMLANMASI

Bir fiziksel kuram matematik büyüklüklerle ilgili bir küme ve bu büyüklükleri birbirine bağlayan eşitliktir. Eğer n tane büyüklük ve bu büyüklükler arasında k tane bağıntı varsa, genel olarak büyüklüklerden $n-k$ tanesi ya bağımsız olarak tanımlanmış, ya bir sezgi olarak kalmış, ya da kümenin tanımlanmamış doğurucu öğeleridir. Buradaki k tane büyüklük kuramsal bağıntılar yardımıyla biçimsel (formal) olarak tanımlanmışlardır. Eğer $n-k$ tane bağımsız büyüklük tanımlanmışsa, sonuçta oluşan kuram soyuttur, örneğin grup kuramı vb. Bununla beraber, eğer bağımsız büyüklüklerden $n-k$ tanesi dışardan etkiyen fiziksel büyüklükler yardımıyla epistemik (epistemic) olarak tanımlanmışsa, sonuçta tüm büyüklüklerin oluşturduğu küme ve bağıntıları fiziksel kuram denir. Örneğin, elektromagnetik kuramın ana büyüklüklerinden elektrik ve magnetik alan, mekanik büyüklükler ve deney yardımı ile tanımlanırlar. Bu nedenle elektromagnetik kuram soyut bir kuram olmayıp, fiziksel bir kuramdır.

Elektromagnetik kuramda, en önemli büyüklükler hacimsel büyüklükler olan elektrik yükü (q), akım şiddeti (i), magnetik akı (*); ve yoğun büyüklükler olan elektrik yük yoğunluğu (p), elektrik akım

yoğunluğu (\vec{J}), elektrik alan şiddeti (\vec{E}), magnetik akı yoğunluğu (\vec{B}), elektrik akı yoğunluğu ya da elektrik indüksiyon (\vec{D}), magnetik alan şiddeti (\vec{H}), polarizasyon (\vec{P}) ve magnetizasyon (\vec{M}) dir. Bu büyüklükler genel olarak yerin ve zamanın işlevlidirler. Hacimsel büyüklükler epistemik olarak tanımlanabilirler ve yoğun büyüklükler biçimsel tanımlara bağlıdır. Bununla birlikte, özel durumlarda yoğun büyüklükler de epistemik olarak tanımlanabilirler. Örneğin, t , \vec{B} , \vec{S} ve \vec{H} boşlukta, ρ , \vec{J} , \vec{M} ve \vec{P} ise cismin her noktasında aynı ise tanımlanırlar.

Uluslararası Elektroteknik Komisyonu'na (International Electrotechnical Commission, IEC) bağlı komitelerden bazıları uluslararası elektroteknik terimler üzerinde çalışmakta ve büyüklükleri tanımlamaktadırlar. Şimdi elektromagnetik büyüklüklerin ne şekilde tanımlandıklarını görelim:

1. Elektrik yükü "boşlukta", \vec{r} noktasında bulunan q yüküne, \vec{r}' noktasında bulunan q' yükünün etkidiği kuvvet $\vec{F}(\vec{r})$,

$$\vec{F}(\vec{r}) = k_1 \frac{qq'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} (\vec{r}-\vec{r}') \quad (1)$$

olan Coulomb yasası ile tanımlanır. (1) denklemindeki k_1 değişmez bir sayıdır. (*)

2. \vec{J} ve \vec{S} "boşlukta", birim hacimdeki Coulomb - Lorentz yasası

$$\vec{J} = \rho \vec{v} + \vec{J} \times \vec{S} \quad (2)$$

ile tanımlanır. (2) denkleminde \vec{J} 'nin tanımında birim hacimdeki sınıma yükü ρ ve \vec{J} 'nin tanımında akım ilmiği (current-loop) kullanılır. Deney sırasında bu büyüklükler için boşlukta kullanılan bağlantılar

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{S} = 0 \quad (3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{S}}{\partial t} \quad (4)$$

dir. Böylece \vec{E} ve \vec{S} nin cisim içerisindeki tanımında (3) ve (4) denklemlerinin her noktada sağlanması gerekmektedir. (4) denkleminin Faraday yasası olarak bilinir ve (3) denkleminin anlamı da magnetik yüklerin olmadığıdır.

3. \vec{S} ve \vec{H} "boşlukta", diferansiyel denklemler yardımıyla tanımlanır. Bu büyüklükler elektrik yükünün korunumu ilkesi

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{S} - \text{div } \vec{J} = - \dot{Q} \quad (5)$$

ve \vec{D} için her zaman çözümü olan Gauss denklemi

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (6)$$

ile kapalı olarak tanımlanabilir. (6) denkleminin çözümünün tekliğini sonra gözönüne alacağız ve (5) denkleminin (6) denkleminin yardımıyla

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = 0 \quad (7)$$

yazılabilir. Bir vektörün rot'unun div'i sıfır

(*) *Tanımların kolaylıkla anlaşılır olması için, bu kısımda değişmezlerin rasyonel m k s A birim sistemindeki değerini yazarak kullanacağız ve daha sonraki bölümde bu durumu açıklayacağız.*

olduğu için $\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ nin bir vektör potansiyelden

türetilbileceği anlaşılır. Bu nedenle \vec{H}

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (8)$$

diferansiyel denklemi (Ampere yasasının Maxwell tarafından değiştirilmiş durumu) ile kapalı olarak tanımlanır. Tekrar (8) denkleminin \vec{H} için çözümünde teklik koşulu çözüme yeni sınıtlamalar getirir.

(5-8) denklemlerinden, \vec{H} nin gerçekte elektrik akım dağılımından meydana gelen ve temelde magnetizma ile ilgisi olmayan bir vektör potansiyel olduğu anlaşılır. Bu nedenle tanımlarda 3 tane mantığa uyumlu ayırım görülür: Biri \vec{H} ve \vec{S} çiftinin, öbürü \vec{E} ve \vec{D} çiftinin tanımıdır. Üçüncüsü ise fişimden cisme değişen bünye denklemlerindeki elektrik ve magnetik geçirgenliklerdir.

Eğer t ve ρ verilmişse \vec{E} , \vec{B} ve \vec{H} , \vec{D} nin tanımları ortak değildir. Gerçekte \vec{J} ve ρ bilinmeyen büyüklüklerdir, fakat \vec{J} nin, \vec{E} nin Ohm yasası

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (9)$$

ile azalmayan tek değerli işlevi olduğu varsayılır. Daha sonra (3-6, 8-9) denklemleri gözönüne alınırsa, elde 3 tane vektör, 3 tane skalar, 12 tane birbirinden bağımsız olmayan denklem ve 4 terimsel vektör olmak üzere 12 tane bilinmeyen vardır.

4. Maxwell denklemleri, (3,i,6,8) denklemleri "boşlukta" deneysel olarak sağlanırlar.

Boşlukta soyutlanmış elektrik yükü durgun, yani zamanla değişmeyen \vec{E} yi ve boşlukta soyutlanmış akım taşıyan felde durgun \vec{B} yi oluşturur. Oluşan alanlar \vec{D} ve \vec{H} için (6) va (8) diferansiyel denklemlerini sağlarlar. Böylece boşlukta ve durgun halde \vec{D} ve \vec{H} yi \vec{E} ve \vec{B} ile orantılı olarak serbestçe tanımlayabiliriz.

$$\vec{D}'_b \equiv \epsilon_0 \vec{E}'_b \quad (10)$$

$$\vec{H}'_b \equiv \frac{1}{\mu_0} \vec{B}'_b \quad (11)$$

(10) ve (11) denklemlerindeki (') işareti, büyüklüklerin durgun değerlerini, alttaki (b) ise boşlukta değerlerini göstermektedir. Son iki denklem, büyüklüklerin zamanla değişmesi durumunda da doğrudur. Bu genelleştirme (3) denkleminin

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H}'_b = 0 \quad (12)$$

olmasını gerektirir; ve burada \vec{H}'_b ye uygun \vec{D}'_b katmakla, (8) denklemini etkilemediği kolaylıkla anlaşılır. Bir başka genelleştirme ise (4) ve (10) denklemleri yardımıyla (boşlukta $T=0$)

$$\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B}'_b = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}'_b}{\partial t} \quad (13)$$

dir. (4) denkleminden yararlanarak

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}'_b - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}'_b}{\partial t^2} = 0 \quad (14.a)$$

ve

$$\nabla^2 \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}_0}{\partial t^2} \quad (14-b)$$

yazılır. c_0 ışığın boşluktaki hızı olmak üzere

$$\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c_0^2} \quad (14.c)$$

olup, \vec{E} ve \vec{S} (14) denklemini sağlar.

5. Cisim içerisinde elektrik ve magnetik alanlar doğrudan doğruya ölçülemezler, fakat varlıkları cismin çevresindeki alanlar yardımıyla anlaşılır. Cisim boşlukta bir yere konmadan önce bir noktada var olan alan, cisim konduktan sonra azalma ya da artma şeklinde bir değişikliğe uğrar.

6. Cisim içerisinde \vec{E} , \vec{B} , \vec{D} ve \vec{H} arasındaki bağıntılar yereldir. Bu bağıntılar, her noktada değiştiği gibi, her yönde de değişebilir. Ayrıca bu büyüklükler arasındaki bağıntı doğrusal olabildiği gibi, doğrusal olmayabilir de. Bunlara ek olarak geçmişteki olaylar da büyüklükler arasındaki bağıntılara etki eder. Bu bağıntılar cisimden cisime değişir ve aralarındaki bağıntılar deneylerden yararlanarak ampirik olarak ya da sürekli ortamlar kuramının aksiyomları kullanılarak bulunabilir [6] .

7. \vec{E} , \vec{B} , \vec{D} ve \vec{H} cisim içerisinde ve cismin dışında Maxwell denklemlerini, cisimle çevresi arasında ise sınır koşullarını sağlarlar. Stoke ve Gauss teoremlerinin Maxwell denklemlerine uygulanmasıyla ve sonlu E , B , D ve H değerleri için aşağıdaki sınır koşulları elde edilir, n cismin yüzeyine dik birim vektör olmak üzere

$$[\vec{E}] \times \vec{n} = 0 \quad (15)$$

$$M \cdot \vec{n} = 0 \quad (16)$$

$$M \times \vec{n} = J^s \quad (17)$$

$$[\vec{D}] \cdot \vec{n} = \omega^s \quad (18)$$

dir. Burada $[E]$ simgesi, içindeki büyüklüğün cisim dışında ve cisim içerisindeki farkını, J^s yüzeysel akım şiddeti yoğunluğunu, ω^s ise yüzeysel elektrik yükü yoğunluğunu göstermektedir. Cismin içerisinde elektrik ve magnetik alan tanımlanmak istendiğinde, cisim içerisinde düşünülen içerisi boş olan küçük kovukların kenarlarında bu sınır koşullarının sağlanması istenir. Cisim tam yalıtıksa $\omega^s=0$ dir ve (18) denklemi daha çok bu durum için kullanılır. Bu arada, bu sınır koşulları cisim içerisinde ve dışında elektromagnetik büyüklükler farklı olduğu için cismin özellikleri hakkında bilgi edinmek için de kullanılır. Örneğin, disk şeklindeki örnek bir cisim üzerindeki ω^s yardımı ile E ile B arasındaki bağıntı, ibre şeklinde bir cisim üzerindeki J^s yardımı ile de B ile H arasındaki bağıntılar hakkında bilgi edinilir.

9. Cisim içerisindeki E , B , D ve H arasındaki bağıntılar (bünye denklemleri) basit fiziksel kısıtlamalarla denklemlerin çözümünün tek olmasını garantiler.

Böylece, boşlukta \vec{E} ve \vec{B} 'yi açıkça tanımlarken, bunlar yardımı ile D ve H yi de tanımlamak mümkün olmaktadır. Cisim içerisinde ise bu büyüklüklerin tanımlanması için ayrıca Maxwell denklemleri ve sınır koşullarına gerek vardır. Cisim için çoğu zaman, P ve M ile gösterilen iki yardımcı büyüklük tanımlanır (*).

$$X^M = E - \nabla \times f \quad (19)$$

$$X^M = E - \nabla \times f - H \quad (20)$$

(19) ve (20) denklemlerinde, rasyonel birim sisteminde $X^M = 1$ ve rasyonel olmayan birim sistemlerinde $X^M = 4\pi$ dir.

3. ELEKTROMAGNETİK BÜYÜKLÜKLERİN BOYUTLARI

Elektromagnetik büyüklüklerin boyutlarını, mekanik büyüklüklerin boyutlarından yararlanmadan belirlemek, ya da elektromagnetik büyüklüklerin boyutlarını, yalnız mekanik büyüklükler için seçilen temel boyutlar cinsinden pratikte yazmak mümkün değildir. Bu nedenle, mekanikte seçilen uzunluk, kütle ve zaman büyüklüklerinin boyutlarına ek olarak, hacimsel büyüklüklerden ya da yoğun büyüklüklerden herhangi birinin seçilmesi, veya D ile f yi, g ile ft yi birbirine bağlayan dielektrik sabiti (elektrik geçirgenlik) ϵ ve magnetik sabit (geçirgenlik) μ den birinin seçilmesi ile elektromagnetik büyüklüklerin boyutları elde edilir. Bir seçim yapıldıktan sonra elektromagnetik kuramın ana büyüklüklerinin ve türetilen büyüklüklerin boyutları, seçilen temel büyüklüklerin boyutlarına ve elektromagnetik kuramın temel yasalarına bağlıdır. Seçilen temel büyüklük genellikle elektrik yükü (q) ya da akım şiddeti (I), dielektrik sabiti (elektrik geçirgenlik, ϵ) ve magnetik sabit (geçirgenlik, μ) dir. Temel yasalar olarak da 2. bölümde verdiğimiz yasalar alınır. Doğaldır ki mekanik büyüklükler için yukarıdaki seçimin dışında, başka büyüklükleri seçmek mümkündür [4] ve buna göre de elektromagnetik büyüklüklerin boyutları değişecektir.

Bir fiziksel büyüklüğün boyutunu gösterirken bu büyüklüğü köşeli ayraç içinde göstereceğiz, örneğin, hızın boyutunu fv biçiminde göstereceğiz. Vektörel büyüklüklerin boyutunu yazarken bazı kolaylıklar sağlama için bu büyüklükleri de skalar gibi kabul edeceğiz. (**) Bir büyüklüğün boyutu

(*) Bu tanım Giorgi Sommerfeld tanıımıdır/ Giorgi-Kennelly ise $X^M = B \cdot vH$ şeklinde tanımlamaktadır. [3]. Öbür tanımlar Çizelge 4'de görülmektedir.

(**) Gerçekte vektör büyüklüklerinin boyutları bu büyüklüğün doğrultusundaki yer vektörünün boyutuna göre yazılır. Eğer doğrultu bilinmiyorsa, Dekart (karteziyen) koordinat sisteminde yer vektörünün boyutu $(Lx Ly Lz)^{1/2}$ dür. Ayrıca kütleyi de "eylemsizlik ve gravitasyon kütlelerinin boyutları olarak ayrı ayrı yazmak mümkündür. Bu durumda bir büyüklüğün boyutunun karışık görünmesine rağmen, boyut analizi ile problem çözümlenirken denklem sayısında bir artma yaptığı için tercih edilir. Fakat bu, büyüklüğün bir birim sistemindeki birimini değiştirmez.

tunu bulurken, bir sistem içerisinde her fiziksel büyüklüğün bir boyutu olduğunu ve aynı boyuttaki büyüklüklerin toplanabileceğini gözönüne alırız; büyüklüklerin tanımından ve fizik yasalarından yararlanarak boyutları buluruz. Örneğin, $[L V] = [uzunluk] [zaman]^{-1}$. Aynı şekilde türev ve integrallerin tanımından boyutlarını bulmak mümkündür:

$$\frac{[dy]}{[dx]} = \frac{[\Delta y]}{[\Delta x]} = [y] [x]^{-1}$$

Uzunluk, kütle ve zamanın boyutlarını L, M ve T ile gösterir ve elektromagnetizma içinde temel büyüklük elektrik yükü q alınır ve $[q] = Q$ ile gösterilirse, elektromagnetik büyüklüklerin boyutları, (5) denkleminde her terimin aynı boyuta sahip olması (toplanabilmesi için) gerektiğinden-

$$[\vec{J}] = \frac{[\partial \rho]}{[at]} + \frac{[J]}{L} = \frac{L^{-3}Q}{T}$$

$$[\hat{I}] = L^{-2}TQ$$

olur. Aynı şekilde (2) denkleminde \vec{J} 'nin, (6) denkleminde \vec{H} 'nin, (8) denkleminde \vec{H} 'nin, (9) denkleminde \vec{H} 'nin, (10) denkleminde \vec{H} 'nin, (11) denkleminde \vec{H} 'nin; (19) ve (20) denklemlerinden de \vec{P} ve \vec{M} 'nin l'nci çizelgede gösterilen boyutları elde edilir. Ayrıca bilinen tanımlardan öbür elektromagnetik büyüklüklerin boyutları kolaylıkla bulunur. Bu durumda (1) denklemindeki ki boyutlu bir sabittir ve

$$[k_1] = [\epsilon_0^{-1}] = L^3MT^{-2}Q^{-2} \text{ dir.}$$

Eğer elektrik yükü değil de dielektrik sabiti temel boyut seçilseydi, (1) denkleminde skalar olarak

$$F = \frac{1}{T} \frac{qq'}{(r-r')^2} \quad (21)$$

yazılır ve buradan $[q] = [q'] = L^3M^{\frac{1}{2}}T^{-\frac{1}{2}}e^{\frac{1}{2}}$ bulunurdu. Benzer şekilde, önceki bağıntılar kullanılarak l'nci çizelgede gösterilen boyutlar elde edilir. Eğer magnetik sabit temel boyut seçilseydi, Coulomb yasası magnetik kutup şiddetleri m ve m' için

$$F = \frac{1}{\mu} \frac{m m'}{(r-r')^2} \quad (22)$$

yazılır ve buradan $[m] = [m'] = L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-\frac{1}{2}}\mu^{\frac{1}{2}}$

elde edilir ve daha sonra da \vec{H} 'nin tanımı için kullanılan

$$\vec{H} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (23)$$

den $[\vec{H}] = L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-\frac{1}{2}}\mu^{-\frac{1}{2}}$ elde edilir, öteki büyüklüklerin boyutları Çizelge 1'de görülmektedir.

Benzer şekilde I akım şiddetinin temel boyutunu, U da potansiyel farkının boyutunu göstermek üzere LMTI ve LTUI boyut sistemlerini tanımlamak ve Çizelge 1'deki büyüklüklerin boyutunu elde etmek mümkündür. Örneğin, LMTI sisteminde

$$[?] = LMT^{-3}I^{-1}, [e] = L^{-3}M^{-1}T^{-1}I^2 \text{ ve aynı}$$

büyüklükler LTUI sisteminde ise $[I] = L^{-1}U$, $[e] = L^{-1}TU^{-1}$ dir.

Son durumda, iki elektromagnetik temel boyut ve mekanik büyüklüklerden de kütleli boyutu alınmaksızın elektromagnetik büyüklüklerin boyutu elde edilmiştir. Bu tarzda tanımlanacak sistemlerdeki elektromagnetik büyüklüklerin boyutları, sistemli bir şekilde birim sistemlerini açıklamakta ve kullanmakta (*), boyut analizi ile problem çözmekte ve denklemleri boyutsuz duruma sokmakta kullanılır. Herbirinin öbürüne göre sağladığı üstünlükler olduğu gibi, sakıncalar da vardır. En yaygın olanı ve pratikte kullanılanı LMTQ ya da LMTI dir. Bu arada elektrostatik problemler için LMTc, magnetostatik için de LMTu sisteminin yeğ tutulduğu ve özellikle birim sistemlerinin çıkartılışında kullanıldığını belirtmek gerekir.

4. ELEKTROMAGNETİK BİRİM SİSTEMLERİ

Elektrik ve magnetizma konuları ile ilgili birimlerin hem karışık, hem de şaşırtıcı bir geçmişi vardır. Uzun yıllar kavramların nasıl tanımlanacağı, hangi birim sisteminin kullanılacağı, eğer farklı sistemler kullanılıyorsa birinden ötekine nasıl geçileceği birçok fizikçi ve mühendisi uğraştırmıştır. Özellikle 1960'dan önce yazılan kitaplarda ve araştırmalarda, şu an yapılan bazı kuramsal araştırmalarda bile birbirlerinden farklı birim sistemleri kullanıldığı için bildiğimiz fizik yasasının bazı terimlerinde bize yabancı gelen bazı birimli ya da birimsiz katsayılar gözükür. Kullanılan birim sistemi mekanik ve termodinamikli birim sistemlerine benzemiyorsa, bu durum, denklemin gerisinde yatan fiziksel gerçeğin anlaşılmasında daha da şaşırtıcı olacaktır. (**) Şimdi yeni yazılan kitaplarda u-

<.*>Pratik amaçlar için elektrik mühendisliğinde kullanılmakta olan msVA (metre, saniye, volt, ampere) birim sistemi, LTUI boyut sistemine dayanır. Gerçekte, kütleli boyutunu enerji boyutu cinsinden (ve [enerji] = VI olduğundan; yazmak mümkündür. Bu, bir anlamda görecelik kuramındaki enerji = mc² dir.

{**}Görelilikkuantum alan kuramı ve ögesel (elementer tanecikler kuramı ile uğraşan fizikçiler, iki evrensel değişmez olan Plank değişmezi $h = 6,6256 \times 10^{-34}$ Js ve ışığın boşlukta hızı $CQ^2,997925 \times 10^8$ m/s yi boyutsuz ve miktarını da 1 olarak kabul edip kullanırlar. Oluşan birim sisteminde bir tane birim vardır ve o da genellikle uzunluk birimi ca dir.

uluslararası birim sistemi kullanılıyorsa da, eski klasik kitaplar ve yeni araştırmaların bir bölümünde bu durum devam etmektedir. Bu nedendir ki, bu yazıda, bu konuyu aydınlığa kavuşturmak, birim sistemlerini ve bu birim sistemlerinde kullanılan birimleri uluslararası simgelerle tanıtmak, kullandığımız birim sisteminin ne olduğunu daha iyi açıklayabilmek amacımız olmuştur.

Elektromagnetik kuramdaki büyüklükler için kullanılan çeşitli birimler ve bu birimler cinsinden yazılan elektromagnetik kuramın yasaları ilk bakışta oldukça karışık ve şaşırtıcıdır. Bu karışıklığın ve şaşırtıcılığın sebebi elektromagnetik kuramda seçilen temel boyutlar, temel yasaların seçimi ve temel boyutların ölçüldüğü birimlerdir. Bu nedendir ki eğer büyüklüklerin boyutları biliniyorsa ve bir birim sistemi tam öğrenilmişse

diğerlerine geçiş oldukça kolaydır. Unutulmaması gereken noktalardan biri, bir büyüklüğün belli bir boyut sisteminde bir tane boyutu varken, birçok biriminin olabileceğidir. Örneğin, LMTQ sisteminde enerjinin boyutu L^2MT^{-2} iken, birimleri erg, joule, kWh vb. olabilir. Bir başka önemli nokta da, bir büyüklüğün şiddetinin birimi ile ters orantılı olduğudur.

Elektromagnetik büyüklüklerle ilgili formüller yazılırken iki eğilim görülür. Birinde bazı terimlerin önünde 4w gibi bir katsayı olurken, diğerinde 4r değişmezi yoktur. Bu durum herne kadar büyüklüklerin boyutunu etkilemezse de, birimlerini değiştirir. Eğer hareketsiz duran elektrik yükleri için yazılan Coulomb yasası ve akım taşıyan tel için Ampere yasasında 4TT yazılmışsa bu sisteme rasyonel, yazılmamışsa bu sisteme rasyonel olmayan birim sistemi denir. Böylece seçilen temel boyutlar ne olursa olsun, yani ister LMTQ, LMTI, LMTe, LMTy ve diğerleri, herbiri için rasyonel ve rasyonel olmayan birim sistemleri tanımlanıp, büyüklükler için birimler türetilir.

Burada elektromagnetik kuram için yukardaki boyut sistemlerinden çıkartılabilecek bütün elektromagnetik birim sistemlerini değil, pratikte ve ders kitaplarında en çok kullanılan uluslararası birim sistemi ile, sürekli yayınlarda çıkan kuramsal ve deneysel araştırmalarda kullanılan birim sisteminin doğuşunu ve ötekilerle ilişkisini inceleyeceğiz. Eğer LMTQ temel boyut seçilmişse, mekanik büyüklükler için temel birimlerin metre (m), kilogram (kg) ve saniye (s)nin genellikle seçilmesi, eğer LMTe ve LMTu temel boyut seçilmişse mekanik büyüklükler için, santimetre (cm), gram (g) ve (s)nin genellikle seçilmesi kullanılan birim sistemlerinin sayısını azaltır. Aksi halde, örneğin foot (ft), pound (lb) gibi, İngilizlerin kullandıkları mekanik birimler de gözönüne alınırsa bu sayı daha da artacaktır.

4.1. Giorgi (ve SI) Birim Sistemi

Elektromagnetik büyüklüklerin LMTQ boyut sistemindeki boyutlarının elde edildiği 3.bölümde gö-

rüldü. Temel mekanik boyutları için m, kg, s ve elektrik yükü için de Coulomb (C)un birim seçilmesi ile, elektromagnetik büyüklüklerin birimlerini hem rasyonel, hem de rasyonel olmayacak şekilde tanımlamak ve formülleri yazmak mümkündür. Fakat rasyonel olmayan sistem kullanılmadığı için biz yalnız rasyonel sistemi inceleyeceğiz. Pratikte elektrik yükünün C olarak ölçülmesinden çok akım şiddeti Ampere (A) olarak ölçüldüğünden ve $1C=1As$ olduğundan mksA (metre, kilogram, saniye, Ampere) birimlerinden oluşan rasyonel birim sisteminde Giorgi birim sistemi denir (*). 1960 yılında toplanan uluslararası bir kongrede, mkg s A birimlerine, termodinamik sıcaklık birimi Kelvin (K), ışık şiddeti birimi olarak mum (cd)un eklenmesi ile Uluslararası Birim Sistemi (Système International d'Unités - SI) oluşmuştur [8 J.

Çizelge 1'den yararlanarak, elektromagnetik büyüklüklerin birimleri Çizelge 2'de uluslararası simgeleri ile görülmektedir [7 J. Bu sistemde birimli iki değişmez olup, bunlar $e_0^{ve} v_0^{d^4 \Lambda^2 ve}$ (14.c) denklemini sağlarlar.

4.2. Elektrostatik (es) ve Elektromagnetik (em) cgs Birim Sistemleri

Mutlak es cgs ve mutlak em cgs birim sistemleri birbirinden bağımsız durgun elektrik ve durgun magnetizma için oluşturulmuş en uygun birim sistemleridir. Başlangıçta elektrik ve magnetizma, birbirinden ayrı fizik olayları olarak biliniyordu. Şimdi de elektromagnetik kuram öğretilirken aynı tarihsel gelişim izlenirse bu sistemlerin kullanılışı hesaplama bakımından kolaylıklar sağlar. Şöyle ki: Durgun elektrikteki büyüklüklerin birimlerini, Coulomb yasasındaki boşluğun dielektrik sabitini 1 alarak, santimetre-gram-saniye (cm g s) cinsinden elde etmek mümkündür. Aynı şekilde magnetik kutup şiddetleri için yazılan Coulomb yasasında boşluğun magnetik sabitini 1 alarak, magnetizmadaki büyüklüklerin birimlerini cmgs cinsinden elde etmek mümkündür. Diğer taraftan bu iki fiziksel olaydaki büyüklüklerden ikisi, k_2 değişmez olmak üzere Ampere yasası

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = k_2 i \quad (24)$$

ile birbirlerine bağlıdır. Bu durumda, örneğin akım şiddeti için her iki birim sisteminde bulunan birimler

$$i_{elektrik} = cm^2 gi s^{-2} \quad (25.a)$$

(*Ölçmede birimlerin kullanılmasının ve birim sistemlerinin oluşum tarihi eskidir. Burada tarihten söz etmek uzun olacağı için, bu konu ile ilgili kısaca şunları söylemekte yarar vardır. Prof. Giorgi 1903 yılında mekanikte kullanılmakta olan mkg s birim sistemi ile elektromagnetizmadan seçtiği dördüncü büyüklüğün birimini (boşluğun magnetik sabiti (geçirgenliği) 4×10^{-7} birim) birleştirerek, oluşan sistemi pratikte kullanılır duruma sokmuştur. 1935 yılında IEC'nin yaptığı toplantıda ise Giorgi'nin önerisi benimsenmiş ve bu öneri 1948 yılında toplanan uluslararası, ağırlık ve ölçmelerle ilgili konferansa getirilmiştir. Böylece 1950 yılında mkg s ye ek olarak A in de akım şiddeti birimi olması kararlaştırılmıştır.

ELEKTROMAGNETİK BÜYÜKLÜKLER	SİMGESİ	* O Y U T S İ S T E M L E R İ		
		LHTQ	LMT _e	LMT _u
elektrik yükü	q	Q	L ¹ M ⁰ T ¹ ε [*]	L ^{1/2} M ^{1/2} μ ^{-1/2}
akım şiddeti	t	T ⁻¹ Q	L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻² ε ^{1/2}	L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹ μ ^{-1/2}
elektrik alan şiddeti	<i>t</i>	LMT ⁻² Q ⁻¹	L ⁻¹ M ¹ T ¹ ε ^{**}	L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻² μ ^{1/2}
magnetik akı yoğunluğu	<i>B</i>	MT ⁻¹ Q ⁻¹	L ^{-*} M [*] T ^{-*}	L ^{-*} M [*] T ^{-*} ε [*]
elektrik akı yoğunluğu	5	L ⁰ Q	L ^{-1/2} M ^{1/2} T ⁻¹ ε ^{1/2}	L ^{-1/2} M ^{1/2} μ ^{-1/2}
magnetik alan şiddeti	<i>H</i>	L ¹ T ⁻¹ Q ⁻¹	L [*] M [*] T ^{**} ε [*]	L ^{-1/2} M ^{1/2} T ⁻¹ μ ⁻¹
elektrik akım yoğunluğu	T	L ⁰ TQ	L ^{-1/2} M ^{1/2} T ⁻² ε ^{1/2}	L ^{-1/2} M ^{1/2} T ⁻¹ μ ^{-1/2}
dielektrik sabiti	e	L ³ M ⁻¹ T ² Q ²	E	L ⁻² T ² μ ^{-*}
magnetik sabit	ν	LMQ ⁰	L ⁻² TV ¹	u
polarizasyon	<i>P</i>	L ⁻² Q	L ^{-1/2} M ^{1/2} T ⁻¹ ε ^{1/2}	L ^{-1/2} M ^{1/2} μ ^{-1/2}
magnetizasyon	<i>H</i>	L ⁻¹ T ⁻¹ Q	L ^{-1/2} M ^{1/2} ε ^{-1/2}	L ^{-1/2} M ^{1/2} T ⁻¹ μ ^{1/2}
elektrik skalar potansiyel	φ	L ³ MT ⁰ Q ⁻¹	L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹ ε ^{1/2}	LVT ^{-*} U [*]
magnetik vektör potansiyel	<i>A</i>	LMT ⁰ Q ⁰	L ^{-1/2} M ^{1/2} ε ^{-1/2}	L [*] M [*] T ^{**} ε [*]
magnetik kutup şiddeti	m	L ² MT ⁻¹ Q ⁻¹	L ^{1/2} M ^{1/2} ε ^{-1/2}	L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻² μ ^{1/2}
sığa	C	L ¹ M ⁻¹ T ²	Ie	L ⁻¹ T ² μ ⁻¹
direnc	R	L ³ MT ⁰ Q ⁰	L ¹ Te ⁰	LT ⁰ u
özindüksiyon	L	L ² MQ ⁰	L ^{**} T ² ε ^{**}	Lμ
magnetik akı	φ	L ¹ MT ⁰ Q ⁰	L ^{1/2} M ^{1/2} ε ^{-1/2}	LVT ^{**} ε [*]

Çizelge 1. Elektromagnetik Büyüklüklerin Boyutları

ELEKTROMAGNETİK BÜYÜKLÜKLER	SİM-GESİ	BİRİM SİSTEMLERİ				Birimler Arasındaki Bağlıntılar
		Giorgi (mks A)	es cgs	em cgs	Gauss	
elektrik yükü	q	Coulomb (C) As	statC (stC) Franklin (Fr)	abC Bis	stC	1 Ç = 2,998·10 ⁹ stC = 10 ¹¹ abC
akım şiddeti	I	Ampere (A)	stA	abA Biot(Bi)	stA	1 A = 2,998·10 ⁹ stA = 10 ¹¹ abA
elektrik alan şiddeti	E	Nevton C* (NC ¹¹) • -Vm<	stV cm ⁻¹	em birim abV cm ¹¹	stV cm ¹¹	1Vm ¹¹ = 3,336·10 ⁵ stV cm ¹¹ = 10 ⁶ em birim
elektrik akı yoğunluğu	S	Cm ¹¹	stC cm ¹¹	em birim	stC cm ⁻²	1Cm ¹¹ = 3,336·10 ⁵ stC cm ¹¹ = 10 ⁶ em birim
dielektrik sabit	e	Fm ¹¹	es birim	cm ⁻² s ²	es birim	1Fm ¹¹ = 1,129·10 ¹¹ es birim = 1,257·10 ⁻¹⁰ cm ¹¹ s ²
magnetik akı yoğunluğu	S	Wb m ¹¹ Tesla (T)	es birim	Gauss(Gs) Mk cm ¹¹	Gs	1 T = 3,336·10 ¹⁰ es birim = 10 ⁸ Gs
magnetik alan şiddeti	H	Am ¹¹ Lenz (Lz)	es birim	Oersted(Oe)	Oe	1Am ¹¹ = 3,766·10 ⁸ es birim = 1,257·10 ¹⁰ oe
magnetik geçirgenlik	u	Hm ¹¹	cm ⁻² s ²	em birim	em birim	1Hm ¹¹ = 8,89·10 ¹⁶ cm ⁻² s ² = 7,98·10 ⁵ em birim
elektrik potansiyel	u	Volt (V)	stV	abV	stV	1 V = 3,336·10 ⁹ stV = 10 ⁸ abV
direnç	R	Ohm (Cl)	sta	abCl	stn	1 » = 1,113·10 ¹¹ stf! = 10 ⁹ abn
sığa	C	Farad (F)	stF cm	abF	stF	1 F = 8,987·10 ¹¹ stF = 10 ⁹ abF
Bzindüksiyon	L	Henry (H)	gtH	abH cm	stH	1 H = 1,113·10 ¹¹ stH = 10 ⁹ abH
magnetik akı	*	Heber (Wb)	es birim	Maxwell(Mx)	Mx	1Wb = 3,336·10 ¹¹ es birim = 10 ⁸ Mx
elektrik iletkenlik	G	Siemens (S) n ¹¹	st mho	ab mho	st mho	1 S = 8,988·10 ¹¹ st mho = 10 ⁹ ab mhd
polarizasyon	?	Cm ¹¹	<u>dipol moment</u> cm ³	_____	<u>4/3π vj momGnt</u> cm ³	_____
magnetizasyon	fi	Am ¹¹	_____	<u>magnetik moment</u> cm ³	<u>magnetik moment</u> cm ³	_____

Çizelge 2. Elektromagnetik Büyüklüklerin Birimleri ve Birimlerin Oranları

(i)magnetik = emi gi s¹¹ (25.b)

olup, birbirlerinden farklıdır. Bu örnekte olduğu gibi bütün büyüklüklerin es ve em birimleri bulunur ve bu birimlerin oranları alınır, bu oranların cm/s nin *1 ve *2 ci kuvvetleri olduğu görülür. Bu durum "aynı iki fiziksel büyüklüğün oranı, değişmez ve bir imsiz bir sayıdan başka bir şey olamaz" aksiyomunu bozar. Bundan başka, örneğin aynı akım şiddetini her iki birimde ölçen ampermetreler yapılsa göstergelerin 1 'e yakın olmasından çok 1/(3'10¹⁰) kadar olduğu görülür. Böylece iki birim sistemindeki birimlerin oranı ve bu oranın sayısal değeri bakımından bu iki sistem bir arada anlamlı olmazlar. 0 halde elektromagnetik büyüklükler mekanikteki cmgs birimleri kullanılarak ele alınacaksa aşağıdaki yollardan birinin seçilmesi gerekir.

a. Mutlak elektrostatik cgs ve mutlak elektromagnetik cgs birim sistemleri: (*)

Bu iki sistem eskiden kullanılan ve oldukça şaşırtıcı birim sistemleridir. Çünkü elektrostatik cgs birim sisteminde cismin elektrik geçirgenliğinin boyutsuz ve böylece birimsiz kabul edilmesi sonucunda elektromagnetik büyüklüklerin hepsinin birimi cm, g ve s cinsinden elde

(*)Kitaplarda kullanılmakta olan es cgs ve em cgs birim sistemleri eski ve yeni durumu ile kullanılırken isim karışıklığı olmaktadır. Buradaki "mutlak" deyiminin anlamı elektromagnetik büyüklükler için yalnız cm, g ve s nin alınması ile oluştuğudur ve öbürü ile karıştırılmaması için kullanılır.

ELEKTROMAGNETİK BÜYÜKLÜKLER	StMGEST	BİRİK SİSTEMLERİ		$\frac{\text{es birim}}{\text{em birim}}$
		es cgs	em cgs	
elektrik yükü	q	cmVs^{-1}	cmigi	cm s^{-1}
akım şiddeti	i	$\text{cm}^{\frac{3}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-2}$	$\text{cm}^{\frac{1}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$	cm s^{-1}
elektrik alan şiddeti	\mathbf{E}	$\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$	$\text{cm}^{\frac{1}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-2}$	cm^{-1}s
elektrik akı yoğunluğu	\mathbf{D}	$\text{cmT}^{\frac{1}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$	$\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}$	cm s^{-1}
dielektrik sabit	$\epsilon = D/E$	1	cm^{-1}s^2	$\text{cm}^{-2}\text{s}^{-2}$
magnetik akı yoğunluğu	\mathbf{H}	$\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$	$\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$	cm^{-1}s
magnetik alan şiddeti	\mathbf{H}	$\text{cm}^{\frac{1}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$	$\text{cm}^{\frac{1}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$	cm s^{-1}
magnetik sabit	$U = B/H$	CHTV	1	cm^{-2}s^2
potansiyel farkı	u	$\text{cm}^{\frac{1}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$	$\text{cm}^{\frac{1}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-2}$	cm^{-1}s
sığa	C	cm	cm^{-1}s^2	$\text{cm}^{-2}\text{s}^{-2}$
direnç	R	cm^{-1}s	cm s^{-1}	cm^{-2}s^2
özindüksiyon	L	cm^{-1}s^2	cm	cm^{-2}s^2
magnetik akı	*	$\text{cm}^{\frac{1}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}$	$\text{cm}^{\frac{1}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$	cm^{-1}s
magnetik kutup şiddeti	m	$\text{cm}^{\frac{1}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}$	$\text{cm}^{\frac{1}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$	cm^{-1}s
elektrik akı	Ψ	$\text{cm}^{\frac{3}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$	$\text{cm}^{\frac{1}{2}}\text{g}^{\frac{1}{2}}$	cm s^{-1}

çizelge 3. Mutlak es cgs ve Mutlak em cgs Birim Sistemlerindeki Büyüklüklerin Birimleri ve Oranları

BİRİM SİSTEMLERİ	ϵ_0	μ_0	\vec{D}, \vec{H}	MAXWELL DENKLEMLERİ	Lorentz kuvveti (birim yük için)
elektrostatik cgs	1	$\frac{1}{c_0^2}$	$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}$ $\vec{H} = c_0 \vec{B} - 4\pi\vec{M}$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{S} = 4\pi\rho_p, \vec{\nabla} \times \vec{H} = 4\pi\vec{j} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ $\vec{\nabla} \times \vec{E} + \dot{\vec{f}} = 0, \vec{\nabla} \cdot \vec{S} = 0$	$q \vec{v} \times \vec{S}$
elektromagnetik cgs	-1	1	$\vec{D} = \vec{r} \hat{r} + 4\pi \vec{1} \hat{r}$ $\vec{H} = \vec{S} - 4\pi \vec{r} \hat{r}$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 4\pi\rho_p, \vec{\nabla} \times \vec{H} = 4\pi\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{S} = 0$	$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$
Gauss (cgs)	1	1	$\vec{H} = \vec{S} - 4\pi\vec{M}$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 4\pi\rho, \vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{4\pi}{c_0} \vec{j} + \frac{1}{c_0} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ $\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c_0} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0, \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$	$\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c_0} \times \vec{B}$
Lorentz-Heaviside (cgs)	1	1	$\vec{H} = \vec{S} - \vec{M}$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} - \dot{\vec{f}} = 0, \vec{\nabla} \cdot \vec{S} = 0$	$\vec{M} \cdot \vec{v}$
Giorgi (rasyonel m k s A)	$\frac{10^7}{4\pi c_0^2}$	$4\pi \times 10^{-7}$	$\vec{H} = \vec{S} - \vec{M}$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} - \dot{\vec{f}} = 0, \vec{\nabla} \cdot \vec{S} = 0$	$\vec{H} + \vec{v} \times \vec{S}$

Çizelge 4. Maxwell Denklemlerinin Çeşitli Birim Sistemlerinde Yazılışı

Edilir. Büyüklüklerin mutlak es cgs birim sistemindeki birimleri Çizelge 3'de görülmektedir. Aynı şekilde elektromagnetik cgs birim sisteminde ϵ_0 isminin magnetik sabiti (geçirgenliğinin boyutsuz ye birimsiz varsayılması sonucunda, elektromagnetik büyüklüklerin hepsinin birimi cm, g ve s cinsinden elde edilmektedir* Büyüklüklerin mutlak em cgs birim sistemindeki birimleri ve birimlerin iki sistemdeki oranı Çizelge 3'de görülmektedir. 3. es cgs ve em cgs birim sistemleri: 3ü birim sistemleri, LM boyutlarına elektrik büyüklüklerden yada magnetik büyüklüklerden dördüncü bir boyut seçimi ile oluşmuştur, es cgs birim sistemi -MTE, em cgs birim sistemi de LMTu boyutları ile ilgilidirler. Bu nedenle önceki bölümde olduğu gibi ne e, ne de V birimsiz değildirlir. Giorgi birim sistemine benzer tarzda, e ve V için temel birim değil de, es cgs birim sisteminde elektrik rükû için, em cgs birim sisteminde akım şiddeti için cm, g ve s ye ek olarak dördüncü birim seçilir, es cgs birim sisteminde elektrik yükünün birimi statCoulomb (stC) ya da eşdeğerdeki Franklin [Fr]dir (oyşa mutlak es cgs birim sisteminde y^k birimi emi gi s⁻¹ dir). em cgs birim sisteminde akım şiddetinin birimi abAmpere (abA) ya da eşdeğerdeki Biot (Bi)dur (oyşa mutlak em cgs birim sisteminde akım şiddeti birimi emi gi s⁻¹ dir). 3bür büyüklüklerin her iki birim sistemindeki bi-

rimleri Çizelge 2'de görülmektedir. Çizelgenin fazla karışık olmaması için öteki büyüklüklerin birimleri¹, temel birimlerin biri cinsinden verilmiştir. Bu birimlerin kolaylıkla eşdeğerleri bulunabilir. Bu iki birim sisteminde bir büyüklüğün oranı cⁿ (n=±1, *2)dir.

c. Gauss ve Lorentz-Heaviside Birim Sistemleri: mksA (Giorgi) birim sistemi kadar çok kullanılan bir başka birim sistemi de, Gauss birim sistemidir. Giorgi birim sistemi makroskopik cisimler için ne kadar uygunsa, Gauss ve Lorentz-Heaviside birim sistemi de mikroskopik cisimler için uygundur. Gauss birim sistemi, rasyonel olmayacak şekilde Coulomb ve Ampere yasalarının yazılmaları, es cgs ve em cgs birim sistemlerinden ortaklaşa seçilen birimlerle oluşturulur. Büyüklüklerin Gauss birim sistemindeki birimleri Çizelge 2'de, Maxwell denklemleri ise Çizelge 4'de görülmektedir. Eşâi Coulomb yasaları ve Ampere yasası ilk önce rasyonel yapılab, sonra es cgs ve em cgs birim sistemleri birleştirilirse, Lorentz-Heaviside birim sistemi cüretilmiş olur.

Bu bölümde ele alınan birim sistemlerinde yazılacak Maxwell denklemleri, birim elektrik yükü üzerine etki eden Lorentz kuvvetinin görünüşü bakımından birbirlerinden farklıdırlar, çizelge 4'de bu denklemler bir arada görülmektedirler [9].

5. BOYUT ANALİZİNİN ELEKTROMAGNETİK KURAMA UYGULANMASI

Bu kısımda amacımız boyut analizi için kullanılan yöntemleri anlatmak ve ne şekilde uygulandığını kuramsal olarak açıklamak değil, daha çok iki örnek üzerinde boyut analizinin nasıl kullanıldığını kısaca göstermektir.

a. Varsayalım ki, direnci R, özindüktansı L, sığası C olan bir elektrik devresinin frekans (sıklık) formülü

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R^2 L}{L C}} \quad (26)$$

şeklinde olsun. (26) denkleminde a ve B hatırlayamadığımız bilinmeyenler olsunlar. Büyüklüklerin Çizelge 1'deki boyutlarından yararlanarak a ve b değerlerini buluruz.

Çizelge 1'de LMTQ boyut sisteminden kolaylıkla

$$[R] = L^2 M^{-1} T^{-2}, [C] = L^{-1} Z M^{-1} T^2, [L] = L^2 M Q^{-2} \text{ ve tanımından } [f] = T^{-1} \text{ dir.}$$

(26) denkleminin sağ tarafındaki ifadenin payındaki işlemin yapılabilmesi için RL / C nin boyutsuz olması gerekir. Yani

$$\frac{[R^2 L]}{[C]} = L^0 M^0 T^0$$

dir. R, L ve C nin boyutları yerine konur ve eşitliğin sağlanması için o=2 olduğu görülür. Yani (26) denkleminin doğru olabilmesi için her iki tarafın boyutunun birbirine eşit olması zorunludur. Buradan,

$$[f] = [L^2 C^{-1}]^{-1/2}$$

yazılır. Büyüklüklerin boyutu yazılıp, denklem çözüldürse $o = 1/2$ bulunur. Böylece (26) formülünün doğru şeklinin

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R^2 L}{L C}}$$

olduğu anlaşılır.

b. Uzunluğu l olan bir televizyon tüpü içerisine elektrik yükü e, kütlesi m olan bir elektron v hızı ile giriyor. Eğer elektronun hızına dik olarak bu tüp içerisinde manyetik akı yoğunluğu B olan bir alan varsa, elektron ilk doğrultusundan birim uzunlukta ne şekilde sapar?

Varsayalım ki elektron fırlatıldığı doğrultudan birim uzunlukta d/D kadar sapsın. Bu sapma miktarı diğer değişkenlerin bir işlevi olarak düşünülürse

$$d/D = f(t, e, m, v, B) \quad (27)$$

yazılır. (27) denkleminde f yi değişkenlerin bir kuvvet serisi olarak yazıp bu serinin herhangi bir terimini, C değişmez bir sayı, o, y, z, w ve t bilinmeyen olmak üzere

$$d/D = C J^a e^b m^c v^d B^e \quad (28)$$

olarak alabiliriz. Eğer (28) denklemi doğru ise, bilinmeyenler öyle olmalıdır ki, her iki tarafın boyutu aynı olmalıdır, yani

$$[d/D] = [J^a] [e^b] [m^c] [v^d] [B^e] \quad (29)$$

dir. Çizelge 1'deki LMTQ boyut sistemi kullanılarak ve d/D nin boyutsuz olduğuna dikkat ederek

$$L^0 M^0 T^0 Q^0 = L^{x+w} M^{z+t} T^{-w-t} Q^{y-t} \quad (30)$$

yazılır. (30) denklemi yalnız ve ancak

$$\begin{aligned} x+w &= 0, & z+t &= 0 \\ -w-t &= 0, & y-t &= 0 \end{aligned} \quad (31)$$

ise sağlanır. (31) denklem sisteminde 5 bilinmeyen ve 4 tane de doğrusal bağımsız denklem olduğu için, genel çözümü yapılırsa

$$d/D = C \left(\frac{teB}{mv} \right)^a \quad (32)$$

bulunur. (32) denkleminde birim sapmanın diğer değişkenlere ne şekilde bağlı olduğu görülüyor. Buradaki C katsayısı deneysel ya da analitik yolla bulunur. Eğer uzunluk boyutları vektörel yazılıp sayı a nin değeri de bulunabilecekti.

KAYNAKLAR

- [1] Tai, C.S., "A Study of Electrodynamics of Moving Media", Proc. IEEE, Cilt 52, s.685-689, 1964
- [2] Penfield, P.Jr. ve H.A. Haus, Electrodynamics of Moving Media, Cambridge, Mass.: MIT, 1967
- [3] "Coulombs Law Committee of the AAPT", Am. J. Phys., Cilt 18, s. 1-25, 69-88, 1950
- [4] ODTÜ Mühendislik Bilimleri Bölümü, ES-100 "Engineering Computations" ders notu, Ankara 1972
- [5] Douglas, J.F., An Introduction to Dimensional Analysis for Engineers, London: Sir Isaac Pitman and Sons Ltd., 1969
- [6] Coleman, S.D. ve E.H. Dili, "Thermodynamic Restrictions on the Constitutive Equations of Electromagnetic Theory", Zeitschrift für angewandte Math. und Physik, Cilt 22, s.691-702, 1971
- [7] Hvistendahl, H.S., Engineering Units and Physical Quantities, London: Macmillan and Co. Ltd., 1964
- [8] Chistellv B. ve E.C.M. Grigg, SI Units, Sydney: John Wiley and Sons, Aust. Pty. Ltd, 1971
- [9] Jackson, J.D., Classical Electrodynamics, New York, N.Y: John Wiley and Sons, Inc., 1967