

FİZİKSEL BÜYÜKLÜKLERİN KARAKTERSEL ANALİZİ * -yeni bir yöntem

HALDUN GÖRMEN

UDK: 53.081 : 621.317.6

ÖZET

Karakterisel analiz fiziksel büyüklük ya da d^* kavramların vektörel ya da skalar karakterlerini belirlemeye yarayan ve ilk kez yazar tarafından ileri sürülen yeni bir yöntemdir. Bu yöntem, vektörle bölmenin tanımının yapılmasını gerektirmiştir. Aşağıda yöntem açıklanmakta ve uygulama örnekleri verilerek da, gibi bir açılı elemanın vektörel, hidrostatik p basıncın skalar karakteri ortaya konmakta ve başka örnekler de verilmektedir.

SUMMARY

Character analysis is a method which is useful in determining whether a given quantity is a scalar or a vector quantity/ which is proposed for the first time by the author. The method necessitates that division by a vector be defined. The article introduces the method and describes it through certain examples and shows, for example, that the differential angle da is a vector quantity and the hydrostatic pressure p is a scalar.

GİRİŞ

Boyutsal analiz, fiziksel olayların incelenmesinde oynadığı rolün önemi bilinmektedir. Bu güne kadar üzerinde durulmayan bir husus ise fiziksel büyüklük ya da kavramların boyutlarının yanı sıra bir de vektörel ya da skalar olma karakterlerinin bulunmasıdır, örneğin enerji ile bir kuvvetin herhangi bir noktaya göre momenti boyut bakımından olarak alınmakta ve bu yüzden bazı skalar ikincisi ise vektörel büyüklüklerdir.

Kuvvet, hız, enerji gibi bazı büyüklüklerin karakterleri hakkında genellikle doğru fikir sahibi olunmakla birlikte çeşitli fizik konularında yazılmış bulunan kitap ve makalelerde bazı belirli büyüklük ve kavramların karakterleri yazarlarca değişik olarak alınmakta ve bu yüzden bazı işlemlerde, deneylerin verdiği sonuçlara varabilmek için zorlamalar yapılmaktadır.

Karakterisel analiz, fiziksel bir büyüklük ya da kavramın tanımlama ifadelerinden kalkılarak o büyüklük ya da kavramın vektörel ya da skalar oluşu hakkında kesin kanıya varılmasını sağlama yöntemidir. Bu yöntem herhangi bir tanımlama ifadesine giren büyüklüklerin payda olsun paydada olsun vektörel ya da skalar karakterlerinin daha baştan itibaren gözönünde bulundurulması esasına dayanmaktadır. Bu esas ise vektörel bir büyüklük ile bölmenin tanımlanmasını gerektirmektedir. Karakterisel analiz metoduna yapılan itiraz, vektörle bölmenin tanımlanmamış olduğu hususu idi. Artık bugün bu tanımlama yapılmış olduğundan (Boğaziçi Üniversitesi Dergisi, Sayı 1, sayfa 159 ve ötesine bakınız) karakterisel analiz yön-

Haldun Gürmen, Prof., Boğaziçi Üniversitesi
*Su sayımızda bu gazıyla ilgili olarak Yaşar Ersoy'un notlarını da yayınlıyoruz.

temi, bu tanımlama sonuçlarına dayanılarak aşağıda açıklanmıştır.

Vektörel Bölme:

$\vec{B} = \hat{B}_B$ gibi bir vektörün tersinin

$$\frac{1}{\hat{B}} = \frac{1}{B} \vec{u}_B = \frac{1}{B^2} \vec{B}$$

olduğu yukarıda adı geçen yayında gösterilmiştir. Yine aynı yayındaki makalede varılan sonuçlar, karakterisel analize temel oluşturduklarından aşağıda özet olarak verilmişlerdir.

$$\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{B} = \frac{1}{B^2} \vec{B} \cdot \vec{B}$$

Yani S skalarının B vektörü ile bölümü, B vektörü doğrultusunda bir vektördür.

2- $\frac{\vec{t}}{\vec{B}}$ gibi iki vektörün bölümü:

a) \vec{A} ile \vec{B} nin aynı doğrultuda olmaları halinde

$$\frac{\vec{A}}{\vec{B}} = S \quad (2.a)$$

gibi skalar bir büyüklüktür.

b) \vec{A} ile \hat{B} nin birbirlerine dik olmaları halinde

$$\frac{\vec{A}}{\vec{B}} = \vec{V}_1 \quad (2.b)$$

\vec{B}_x gibi hem \vec{A} ve hem de B ye dik olan vektörel bir büyüklüktür.

c) \vec{A} ile \vec{B} nin gelişigüzel doğrultuda olmaları halinde

6. teknik kongre

(2.c)

gibi bir T tansörüdür.

Uygulama

Fiziksel bir büyüklük ya da kavramın karakterini belirlemek için o büyüklük ya da kavramın tanımlama bağıntısına baş vurulur ve bu bağıntıdaki büyüklüklerin karakterleri belirtilir. Karakterlerin belirtildiği bu ifadeler yukarıda madde 1, 2(a,b,c) de açıklanan sonuçlar uygulanarak tanımlanan büyüklüğün karakteri bulunur.

örnek 1. da düzlemsel açı elemanının karakterinin belirlenmesi:

da düzlemsel açı elemanı

$$da = \frac{ds}{R}$$

bağıntısı ile tanımlanmaktadır. R yarıçap, ds de yer değiştirme elemanı olduklarından doğrultu kabul eden, yani vektörel büyüklüklerdir. Şu halde

$$da = \frac{ds}{R}$$

yazılabilir. Ancak tanımlamaları gereği ds ile R birbirlerine dik vektörler olduklarından yukarıdaki (2,b) ye göre

$$d\alpha_1 = \frac{ds_{\perp}}{R_{\perp}}$$

ve böylece da düzlemsel açı elemanının açı düzlemine dik vektörel bir büyüklük olduğu sonucuna varılır. Buradan açısal hız vektörü için doğrudan doğruya

$$d\alpha_1 = \frac{ds_{\perp}}{R_{\perp}} \quad \text{ve} \quad \frac{da}{dt}$$

yazılabilir. Bazı yazarların kullandıkları

$$\dot{\alpha} = \frac{da}{dt} \hat{n}$$

ifadesinin sağ yanına konan \hat{n} normal birim vektörü aslında \hat{n} nın kendi hareket düzlemine dik bir vektörel büyüklük oluşundan ileri gelmektedir.

örnek 2. p hidrostatik basıncının karakterinin belirlenmesi:

Bir sıvıya daldırılmış herhangi bir cismin üzerine etkiyen hidrostatik kuvvet yüzeye diktir ve yüzey ile orantılıdır. Orantı katsayısına hidrostatik basınç denir. Buna göre

$$P = \frac{dF}{dA}$$

yazılabilir. dF ile dA doğrultu kabul eder büyüklükler olduklarından vektörel karakterdedirler ve aynı doğrultudadırlar. Yukarıdaki (2.a) ya göre

$$P = \frac{d\vec{F}}{d\vec{A}}$$

olduğundan p hidrostatik basıncı skalar bir büyüklüktür. Bu sonuca

$$d\vec{F} = p d\vec{A}$$

ifadesinde $d\vec{F}$ ile $d\vec{A}$ nın aynı doğrultuda vektörler olduklarından p nin skalar olması gerektiği düşünülerek de varılabilir.

örnek 3. Yüzeysel elektrik yük yoğunluğunun karakterinin belirlenmesi:

Yüzeysel yük yoğunluğu, belirli bir AA yüzey elemanında bulunan AQ yükünün bu yüzey elemanına oranının limiti olarak tanımlanır.

$$\sigma = \lim_{AA \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{AA}$$

Bu bağıntı, AQ skalar, AA ise vektörel bir büyüklük olduğundan AA yüzeyine dik birim vektör \hat{n} ile gösterilirse

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta \vec{A}} = \frac{\Delta Q}{\Delta n_A}$$

şeklini alır. Yukarıdaki (1) e göre

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta \vec{A} \cdot \hat{n}}$$

yani yüzeysel yük yoğunluğunun yüzey elemanına dik doğrultuda vektörel bir büyüklük olduğu sonucuna varılır. Oysaki yüzeysel yük yoğunluğuna işe karıştığı elektrostatik problemlerinde yazarların hemen tümü σ yi skalar büyüklük olarak almakta, ancak sonuçların doğru çıkması için işlemler boyunca oraya buraya \hat{n} vektörünü getirip koymaktadırlar. İşlemlerin başından beri σ nın vektörel karakteri gözönüne alınırsa bu gibi sorunlar ortadan kalkmaktadır.

örnek 4. Bir vektörün rotasyonelinin belirlenmesi:

Bir vektörün rotasyoneli, o vektörün kapalı bir çevre boyunca dolaşımının, o çevrenin sınırladığı yüzey elemanına oranının limiti diye tanımlanabilir-

$$\text{rot } B = \lim_{AA \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{B} \cdot d\vec{S}}{AA}$$

Pay skalar bir büyüklük payda ise vektörel bir büyüklük yani

$$\text{rot } \vec{B} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}}{\Delta A} \vec{n}_A$$

olduğundan yukardaki (1) e göre bu şekilde tanımlaması yapılan rot U nin AA yüzey elemanına dik vektörel bir büyüklük olduğu sonucuna varılır. Yazarların bazıları rot \vec{B} nin yukardaki (3) ifadesini, B nin rotasyonelinin AA yüzey elemanına dik doğrultudaki bileşeni şeklinde de açıklamakta ve

$$\text{rot } \vec{B} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}}{\Delta A} \vec{n}_A$$

şeklinde yazmaktadırlar. Karakterel analiz, bu açıklama ve yazış şeklinin nedenini kendiliğinden vermektedir.

örnek 5. Bir vektörün diverjansının karakterinin belirlenmesi:

div \vec{B} nin

$$\text{div } \vec{B} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{B} \cdot d\vec{A}}{\Delta V}$$

tanımlama bağıntısının pay ve paydasının skalar büyüklükler olduğuna işaret edilir[^] ise skalar bölü skalar olarak tanımlanan div B nin kendisinin de skalar olduğu sonucuna varılır.

Karakterel analiz uygulama örnekleri çok sayıda verilebilirdi. Sayın okuyucuyu kendi seçeceği örnekler ile başbaşa bırakmadan önce elektromagnetizma kitaplarında raslanan yüzeysel akım yoğunluğu kavramına karakterel analizin getirdiği değişikliğe işaret edeceğiz.

örnek 6. Yüzeysel akım yoğunluğunun karakterinin belirlenmesi:

Yüzeysel akım sonsuz ince bir levha yüzeyince aktığı kabul edilen akıma verilen addır. Bu kavramın kullanıldığı uygulamalarda bir de yüzeysel I_A akımının, levhanın g genişliği ile bölünmesinden elde edilen

$$J_A = \frac{I_A}{g}$$

gibi yüzeysel akım yoğunluğu adı verilen bir büyüklük ile karşılaştırılır ve bu büyüklüğün

$$\vec{J}_A = \frac{I_A}{g} \vec{u}_A$$

gibi yüzeysel akım doğrultusunda olduğu kabul edilir. Ancak bu kabul yapıldığı takdirde doğru sonuçlara varılabilmesi için tıpkı yukarda 0 yüzeysel yük yoğunluğunun skalar bir büyüklük ola-

rak alınması durumunda olduğu gibi, işlemler yapılırken oraya buraya \vec{n} normal birim vektör serpiştirilir. Halbuki J^{\wedge} yüzeysel akım yoğunluğunun

$$J_A = \frac{I_A}{g}$$

tanımlama ifadesine doğrudan doğruya karakterel analiz uygulanır ve

$$\vec{J}_A = \frac{I_A}{g} \vec{u}_g = \frac{I_A}{g} \vec{u}_g$$

yüzeysel akım yoğunluğu vektörünün, I_A yüzeysel akımı doğrultusunda değil de ona dik olan \vec{u}_g genişlik vektörü doğrultusunda alınması gerektiği gözönünde tutulursa J_A nin kullanıldığı açındırmalarda oraya buraya \vec{n} normal birim vektörü serpiştirmek zorunluğu-ortadan kalkar ve doğru sonuca kendiliğinden varılır.

SONUÇ

Karakterel analiz, fiziksel büyüklük ve kavramların skalar ya da vektörel karakterlerini belirleyerek konuların incelenmesine kesinlik ve açıklık getiren bir yöntemdir. Böylece, bazı fiziksel büyüklüklerin bünyesine açıklık getirmenin yanında şimdiye kadar skalar kabul edilen bazı büyüklüklerin vektörel olduğunu göstermekte, vektörel kabul edilmekle birlikte doğrultularının, karakterel analizden belirlendiği doğrultudan farklı alınması sonucu karşılaşılan bazı zorlukları ortadan kaldırmakta ve incelemeleri keyfilikten kurtararak doğru sonuca zorlaması z varılmasını sağlamaktadır.

Herhangi bir sonuca varmak için yapılan işlemler boyunca ifadelerin sağ ve sol taraflarının boyut homojenliklerinin yanında karakterel homojenliğin de bulunması; bir taraf skalar ise öbür tarafın da skalar, bir taraf vektörel ise öbür tarafın da aynı doğrultuda vektör olması gerektiği yazarların çoğu tarafından dikkat edilen bir husustur. Karakterel analiz bu karakterel homojenliği zorlamasız sağlamaktadır.

Buraya kadar, okuyucunun dikkatini dağıtmamak için yalnız skalar ve vektörel karakterden söz edilmiştir. Aslında karakterel analiz psödoskalar ve psödovektörel büyüklükler için de tutarlıdır.

Karakterel analizden belirli konulara getirdiği açıklık ve kesinlikler ilerde yazılacak makalelerde ele alınacaktır.

Bu yöntemin geliştirilmesinde ilgi, eleştiri ve uyarıları ile büyük yardımlarda bulunan meslektaşlarım Gültekin Yıldız, Haluk Beker ve Sadi Unel'e teşekkürü zevkli bir borç bilirim. H.G.