ROBOTİK - 2

Konuk Editör: Prof. Dr. Aydın ERSAK

ESNEK ROBOTLARIN DİNAMİĞİ VE DENETİMİ

•Ömer MORGÜL

(*) Bilkent Üniversitesi
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

1 Giriş

Günümüzde robot kollarının endüstride kullanımı giderek yaygınlaşmakta, buna bağlı olarak ta üniversitelerde ve araştırma birimlerinde robotlarla ilgili araştırmalar hızla artmaktadır. Birkaç yıl öncesine kadar birçok üniversitede konuyla ilgili derslere rastlanmazken günümüzde konunun çeşitli yönleriyle ilgili değişik derslerin verilmesi ve konuyla ilgili ders kitaplarının sayısının hızla artması bunun bir göstergesidir.

Günümüzde kullanılan robot kollarının çoğu görece ağır maddelerden yapılmış olup bu nedenle bu tür sistemlerde elde edilebilecek hızlarda düşük olmaktadır. Bu durumda sistemin denklemlerinin elde edilmesinde ve uygun denetleme yöntemlerinin geliştirilmesinde sistemin bükülmezliğinin (rigidity) oldukça önemi vardır. Sistem hızını artırmak için kollarda hafif malzemeler kullanmak gerekmekte, bu da hızlı hareketlerde kolların esnek davranış göstermesine, dolayısıyla bükülmezlik varsayımının geçerli olmamasına yol açmaktadır. Bu tür sistemlerde gerek sistemin modellenmesinde gerek sistemin yüksek başarım göstermesi için uygulanacak denetleme kurallarının çıkarılmasında sistem esnekliğinin de hesaba katılması gerekmektedir.

Bu yazıda robot sistemlerinde ortaya çıkabilecek iki tür esneKıik göz önüne alınmaktadır: eklem esnekliği ve kol esnekliği. Eklem esnekliği, robot kollarının hareketini sağlamak için eklem yerlerinde (joints) kullanılan eyleyicilerdeki (actuators) dişlilerin, taşıyıcıların şekil bozunumu vb. nedenlerle ortaya çıkar. Bu tür esneklik göz önüne alınmadan tasarlanan denetleyiciler genellikle düşük başarıma, istenmeyen bazı salınımların oluşmasına, bazen de kararsızlığa neden olabilmektedir. Kol esnekliği, robot kollarının bükülemez olarak modellenememesi durumunda ortaya çıkar. Bu durumda sistem denklemleri kısmi türevli diferansiyel denklemler olmakta, bu da hem modelleme hem de denetleyici tasarımı aşamalarında güçlüklere yol açmaktadır.

Bu yazıda yer alan bölümleri şöyle özetleyebiliriz, ikinci bölümde kolları bükülmez (rigid) olarak modellenebilen robotların genel dinamik denklemleri ve değişmez konum denetlemesi için kullanılabilecek PO denetleyicileri verilmektedir. Üçüncü bölümde eklem esnekliği incelenmekte, bu durumda sistem denklemlerinin alacağı şekil verilmekte ve değişmez konum denetlemesi için neler yapılabileceği tartışılmaktadır. Dördüncü bölümde kol esnekliği incelenmekte, bir kollu bir robotun denklemleri verilmekte ve değişmez konum denetlemesi için PD denetleyicilerine benzer denetleyiciler önerilmektedir. Yazı sonuç bölümü ve kaynakça ile sona ermektedir.

2. Bükülmez Kollu Robotlar

Bu bölümde eklem sayısı n olan ve kolları bükülmez olarak modellenebilir bir robot kolunun dinamik denklemlerini ve bazı denetleme yöntemlerini inceleyeceğiz. Söz konusu denklemler, mekaniğin hareket denklemlerini bulmak için kullanılan temel yöntemleri (Newton, Lagrange, Hamilton, vb.) kullanılarak bulunabilir, bakınız [1]. Söz konusu denklemler toplu halde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$D(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (1)$$

Burada $q \in R^n$ eklem değişkenleri vektörünü, D(q) eylemsizlik matrisini, $C(q, \dot{q})\dot{q} \in R^n$ Coriolis ve merkezkaç ile ilgili terimleri, $g(q) \in R^n$ yerçekimi ile ilgili terimleri, $\tau \in R^n$ eklemlere uygulanan denetleme burusunu (torque) ve değişkenlerin üzerindeki nokta da zamana göre türevi göstermektedir, bakınız [1], [2], [3]. Bu denklemlerdeki eylemsizlik matrisi her zaman bakışımlı ve kesin artı bir matris olup g(q) terimi robot kolunun yerçekimine ilişkin potansiyel enerjisinin eklem değişkenlerine göre türevine eşittir. Sözkonusu potansiyel enerji P(q) ise, g(q) = dP (q)/dq denklemi geçerlidir. Bu durumda sistemin enerjisi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$E = 1/2\dot{q}^T D(q)\dot{q} + P(q) \quad (2)$$

Burada eklem değişkeninin üzerindeki T harfi vektörün evriğini, ilk terim de robot kolunun kinetik enerjisini göstermektedir. Yukardaki denklemin zamana göre türevini alıp (1) denklemi de kullanılınca aşağıdaki denklem elde edilir:

$$dE/dt = \dot{q}^T \tau + 1/2\dot{q}^T [\dot{D}(q) - 2C(q,\dot{q})]\dot{q} \quad (3)$$

Eğer (1) denklemiyle verilen sisteme denetleme burusu uygulanmaması durumunda (τ = 0) sistemin enerjisinin korunacağı varsayımı yapılırsa, (3) denkleminden $\dot{D}(q)$ - 2C(q, $\dot{q}$) matrisinin her zaman ters bakışımılı bir matris olması gerektiği sonucu çıkar. Bu özellik (1) denkleminde görülen terimlerin kimi özellikleri kullanılarak doğrudan da kanıtlanabilir, bakınız [2].

Şimdi (1) denklemiyle verilen bir robot kolunun değişmez konum sorununu inceleyelim. Burada amaç denetleme burusunu uygun seçerek eklem değişkeninin (q) önceden belirlenmiş değişmez bir konuma (q^d) sonuçta ulaşmasını sağlamaktır. Bu sorunu çözmenin en basit yolu, aşağıda verilen PD denetleyicisini kullanmaktır:

$$\tau = - K_p (q - q^d) - K_D\dot{q} \quad (4)$$

Burada K_p ve K_D artı elemanlı köşegen matrisleri göstermektedir. Bu durumda (1) ve (4) ile verilen sistemin kararlılığını incelemek için aşağıda verilen Lyaphunov işlevi kullanılabilir:

$$V = 1/2\dot{q}^T D(q)\dot{q} + P(q) + 1/2(q - q^d)^T K_p(q - q^d) \quad (5)$$

Bu işlevin zamana göre türevini alıp (1), (3) ve (4) denklemleri kullanıldığında aşağıdaki denklemi elde ederiz:

$$dV/dt = -\dot{q}^T K_D\dot{q} \quad (6)$$

Bu denklem ve La Salle değişmezlik ilkesi kullanarak sonuçta $\dot{q}$ = 0 olması gerektiği, buradan da sistemin sonuçta değişmez bir konuma erişeceği sonucuna varırız. Bu değişmez konum aşağıdaki denklemi sağlar:

$$K_P(q^d - q) = g(q) \quad (7)$$

Bu denklemin fiziksel anlamı, sonuçta denetleyicinin uyguladığı buru ile yerçekiminden dolayı ortaya çıkan burunun birbirini dengelemesidir. Kalıcı durum hatasının küçük tutulması ikçin konum geribeslemesi matrisinin (K_p) köşegen elemanlarının büyük tutulması gerektiği görülmektedir. Kalıcı durum hatasının sıfır olması isteniyorsa, aşağıda verilen denetleyici kullanılabilir:

$$\tau = - K_P(q - q^d) - K_D\dot{q} + g(q) \quad (8)$$

Bu denklemle verilen denetleyiciye "yerçekimi + PD" denetleyicisi denilmektedir. Bu denetleyicinin (4) ile verilen denetleyiciden farkı, yerçekimi teriminin denetleyici burusuna eklenmesidir, ki bu da denetleyiciyi doğrusal olmaktan çıkarmaktadır. Yukarda verilen analize benzer bir analiz sonucunda (8) ile verilen denetleyici kullanıldığında (1) ile verilen sistemin eklem değişkeninin sonuçta değişmez q^d konumuna hatasız olarak ulaşacağı sonucunu çıkarabiliriz.

Yukarıda verilen basit denetleyicilerin dışında değişik denetleme sorunları için hesaplanmış buru denetimi, kuvvet denetimi, uyarlamalı denetim vb. gibi daha karmaşık denetleme kuralları önerilebilir. Daha ayrıntılı bilgi için bakınız [2], [3].

3 Esnek Eklemli Robotlar

Bir önceki bölümde (1) denklemi ile verilen genel robot denklemi robot kollarının bükülmez olması durumunda geçerli olup sistemde esnek parçalar olma6i durumunda farklı bir model kullanmak gerekmektedir. Bükülmezlik göz önüne alınarak tasarlanan denetleme yöntemleri sistemde esneklik bulunması durumunda genellikle düşük bir başarıma yol açmakta, bazı durumlarda kararsızlığa yol açabilmektedir. Dolayısıyla esnek robotlarda yüksek başarım elde etmek için farklı modeller ve bunlara bağlı olarak ta farklı denetleme yöntemleri geliştirmek gerekmektedir.

Esnekliğin robotlarda ortaya çıkardığı ilk karmaşıklık modelleme aşamasında kendisini gösterir. Bükülmez yapıların mekaniği iyi anlaşıldığı halde durum esnek sistemler için böyle değildir. Birçok esnek yapı modeli olduğu gibi bu modellerin birbirleriyle olan ilişkileri de iyi anlaşılmış olmayıp bu konudaki araştırmalar sürmektedir. Esneklik robotlarda başlıca iki yolla ortaya çıkabilir: eklem esnekliği ve kol esnekliği.

Bu bölümde robotlarda eklem yerlerinde kullanılan eyleyiciler dolayısıyla ortaya çıkan eklem esnekliğini (joint flexibility) inceleyeceğiz. Bu tür esneklik, genellikle eyleyicilerde oluşturulan burunun kollara iletimi için kullanılan harmonik sürücüler vb. gibi dişli mekanizmalarında ortaya çıkan şekil bozulmaları nedeniyle oluşur. Ayrıca taşıyıcıların şekil bozulmaları, sıvısal eyleyicilerde kullanılan sıvıların sıkıştırılabilmesi vb. gibi etkiler de eklem esnekliğine yol açar.

Eklem esnekliğinin en basit modeli için bir yüke esnek bir yayla bağlanmış bir eyleyiciyi düşünelim. Eyleyici motor açısı "$_m$, yük açısı "$_y$ ve motor buru girişi u olmak üzere sistemin dinamik denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$j_y \ddot{e}_y + B_y \dot{e}_y + k(e_y - e\hat{\ }) = o \quad (9)$$

$$j_m e_m + B_m e_m - k(e_y - e_n) = u(io)$$

Burada J_y ve J_m yük ve motor eylemsizliğini, B_y ve B_m yük ve motor sönüm katsayılarını, k ise esneklik katsayısını göstermektedir. Motor burusunu giriş, yük açısını çıkış olarak alıp (9) ve (10) denklemlerine Laplace dönüşümünü uygular ve sönüm katsayılarının eylemsizlik katsayılarına göre oldukça küçük olduğunu varsayarsak sistemin açık çevrim kutuplarından ikisinin sanal eksene oldukça yakın olacağını kolaylıkla bulabiliriz.

Bu sisteme konum denetimi için PD denetleyicisi uygulandığında geribesleme işareti için motor ya da yük açısı kullanılabilir. Motor açısı geribesleme işareti olarak kullanıldığında kapalı çevrim sisteminin kararlı kaldığı gösterilebilir. Fakat sanal eksene yakın kökler sistemin başarımının düşmesine, sözgelimi uzun yatışım süreli istenmeyen dalgalanmaların oluşmasına yol açabilir. Öte yandan yük açısı geribesleme işareti olarak kullanıldığında kapalı çevrim sisteminin, PD denetleyici kazanç değerlerinin yüksek olması durumunda kararsız olacağını, düşük kazanç değerleri içinse sanal eksene yakın kökler yüzünden sistem başarımının düşeceğini söyleyebiliriz, bakınız [2] Dolayısıyla eklem esnekliği durumunda klasik PD denetleyicilerinin yetersiz kalacağını, bu durumda daha karmaşık denetleme yöntemlerinin kullanılması gerektiğini söyleyebiliriz.

Yukarda kısaca açıklanan eklem esnekliği modeli eklem sayısı n olan bir robota uygulandığında (1) denklemi yerine aşağıda verilen denklemi elde ederiz:

$$D(q1)\ddot{q}1 + C(q1,\dot{q}1)\dot{q}1 + g(q1) + K(q1 - q2) = T \quad (11$$

$$J\ddot{q}2 + B\dot{q}2 - K(q1 - q2) = u \quad (12)$$

Burada q1 G R^n eklem değişkenleri vektörünü, q2 e R^n motor açıları vektörünü, J, B ve K sırasıyla köşegen üzerindeki elemanları eklemlerde kullanılan eyleyicilerin eylemsizlik, sönüm ve esneklik katsayılarından oluşan n x n köşegen matrisleri, u eyleyiciye uygulanan denetleme burusunu göstermektedir. Yukardaki bilgilerin ışığında değişmez konum denetimi için motor açısı temel alınarak bir PD denetleyicisi tasarlanabilir ve bu tür denetleyicilerin yerçekimine ilişkin terimlerin ihmal edilmesi durumunda sonuçta istenilen konumu sağlayacakları gösterilebilir, bakınız [2]. Yerçekimi terimlerinin ihmal edilmemesi durumunda ise daha karmaşık ve doğrusal olmayan denetleme kuralları gerekmektedir. Ayrıca sistem başarımını arttırmak için denetleyici tasarımında (11) ve (12) denkleminde görülen motor eylemsizlikleri, esneklik katsayıları gibi kimi terimlerin kesin olarak bilinmesi gerekmektedir. Özellikle esneklik katsayılarının kesin ojarak bilinmesi çoğu kez mümkün olmamaktadır. Bu durumda sistem başarımını arttırmak için uyarlamalı denetim yoluna gidilebilir, bakınız [4].

Sonuç olarak, bu tür sistemlerde esnekliğin modellenmesinin ve buna bağlı olarak ta çeşitli amaçlar için uygun denetleme kurallarının geliştirilmesinin araştırmaya açık ve üzerinde çalışılan konular arasında olduğunu söyleyebiliriz.

4 Esnek Kollu Robotlar

Bu bölümde robot kollarının bükülmez olarak modellenememesi durumunda sistemin denklemlerinin yazılımı ve denetlenmesini inceleyeceğiz. Kolların esnek olması durumunda kullanılan esneklik modelleri eklem esnekliğinde kullanılan modelden çok daha karmaşık olmakta, bu da en genel n kollu esnek robotların denklemlerinin çıkarılmasını oldukça güçleştirmektedir. Bu nedenle, bu konuda yapılan birçok araştırmada yapıldığı gibi tek kollu esnek bir robotun denklemlerini ve denetlenmesini inceleyeceğiz.

Bir ucu dönen bir yapıya sıkıca eklenmiş, diğer ucu serbest bir esnek kolun düzlemde hareketini inceleyelim. Esnek kolun hareketsiz konumda düz ve uzunluğunun L olduğunu varsayalım. Esnek kolun herhangi bir noktasının bükülmez yapıya eklendiği yerden olan uzaklığını x değişkeni ile, sözkonusu noktanın hareket halindeyken bulunduğu konumun hareketsiz haldeyken bulunduğu konuma olan uzaklığını da y ile gösterelim. Çubuğun kendi ekseni doğrultusunda salınım yapmadığını, kendi eksenine dik doğrultudaki salınımların küçük olduğunu varsayarak, yerçekiminin etkisini ihmal ederek ve Euler-Bernoulli modeli kullanarak sistemin denklemlerini aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$\rho \ddot{y} + EIy_{xxxx} + \rho x \ddot{\theta} - \rho \dot{\theta}^2 y = 0 \quad 0 < x < L \quad t \; 0 \quad (13)$$

$$I\ddot{\theta} = EIy_{yxx}(O,t) > T \quad (14)$$

Burada p esnek kolun birim uzunluk kütlesini, El esneklik katsayısını, I bükülmez yapının eylemsizliğini," bükülmez yapının dönme açısını, T de bükülmez yapıya uygulanan denetleme burusunu göstermektedir. Denklemlerde görülen alt göstergeler, göstergede belirtilen değişkene göre alınan kısmi türevi göstermektedir.

Yukarıda verilen denklemlere esnek kola ilişkin sınır koşulları eklenmelidir. Bu koşullar, sözkonusu sistem için aşağıda verildiği gibidir:

$$y(o, t) = o \quad , \quad y_x(O,t) = O \quad (15)$$

$$Ei_{yxx}(L,t) = O \quad , \quad EI_{yxxx}(L,t) = O \quad (16)$$

Yukardaki denklemlerin bükülmez robotlara ilişkin denklemlerden en önemli farkı, adi türevli diferansiyel denklemler yerine kısmi türevli diferansiyel denklemlerin ortaya çıkmasıdır. Bu durumda durum uzayı sonsuz boyutlu bir işlev uzayı olmakta, bu da denetleme sorununun oldukça karmaşıklaşmasına yol açmaktadır. Bir diğer farklılıkta sınır koşullarının ortaya çıkmasıdır.

Yukardaki denklemlerle verilen sistemlerin denetlenmesinde en sık kullanılan yöntem çeşitli yaklaşıklıklar kullanarak kısmi türevli diferansiyel denklemleri adi türevli diferansiyel denklemlere indirgemektir. En çok kullanılan yöntem modal denetleme yöntemi olup bu yöntemde çözümler, ilgili kısmi türevli diferansiyel denkleme ilişkin özfonksiyonlar cinsinden sonsuz terimli bir toplam halinde yazılıp sonra bu toplamda sonlu sayıda terim göz önüne alınmaktadır, bakınız [5]. Daha sonra özfonksiyonların diklik özelliği de kulanılarak, kısmi türevli diferansiyel denklemlerin x değişkenine göre integrali alınmakta ve sonuçta bu denklemler adi türevli diferansiyel denklemler haline gelmektedir. Daha sonra bu denklemler için klasik yöntemler kullanılarak denetleyiciler tasarlanır, bakınız [6], [7], [8]. Mühendislik uygulamaları açısından oldukça çekici olan bu yaklaşımın en büyük sakıncası sonuçta tasarlanan denetim kuralının baştaki kısmi türevli denklemle verilen sisteme uygulandığında benzer sonuçları verip vermeyeceğinin belli olmamasıdır. Bazı durumlarda bu yöntemle tasarlanan denetleyiciler baştaki sistemde kararsızlığa yol açabilmektedirler, bakınız [9].

Esnek sistemlerin denetlenmesinde kullanılan bir diğer yöntem de sınır denetleme yöntemidir. Bu yöntemde denetleme eylemi, esnek sistemin sınırlarına yerleştirilen eyleyiciler aracılığıyla yapılır. Bu durumda (16) denklemiyle verilen sınır koşullarından ikincisi aşağıdaki biçimi alır:

$$-EI_{yxxx}(L,t) = f(t) \quad (17)$$

Burada $f(t)$, fiziksel olarak esnek çubuğun serbest ucuna uygulanan kuvveti göstermektedir. Yukarıda (13) - (17) denklemleriyle verilen sistemin değişmez konum denetlemesi ve esneklik dolayısıyla oluşan salınımların bastırılması için aşağıdaki gibi bir denetleme kuralı kullanılabilir:

$$T = -EI_{yxx}(0, t) - K_D \dot{\theta} - K_P(\theta - \theta^d) \quad (18)$$

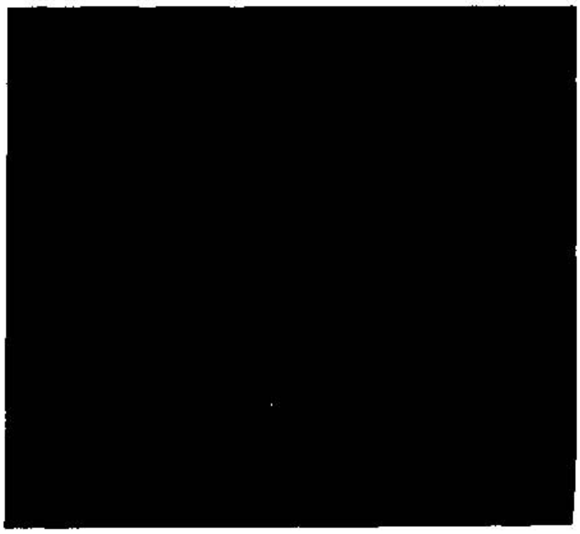
$$f(t) = -ay_t(L,t) \quad (19)$$

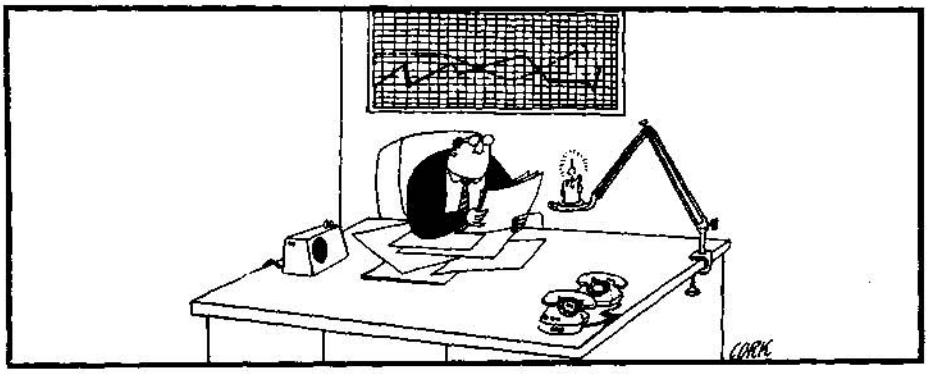
Bükülmez yapıya uygulanan buruyu veren (18) denklemindeki ilk terim, esnek çubuğun bükülmez yapıya uyguladığı burunun ters işaretlisini, kalan terimler de değişmez konum denetlemesini sağlamak için seçilmiş bir PD denetleyicisini, θ^d de sistemin sonuçta ulaşması istenen değişmez açıyı göstermektedir. Denetleme burusu için (18) denklemi yerine aşağıdaki denklemle verilen kural kullanılabilir.

$$T = Lay_t(L, t) - K_D \dot{\theta} - K_P(\theta - \theta^d) \quad (20)$$

Bu kuralın (18) denklemi ile verilen kurala bir üstünlüğü esnek çubuğun bükülmez yapıya uyguladığı burunun ölçülmek zorunda olmamasıdır. Her iki kuralla da sistemin sonuçta istenilen konuma ulaştığı ve esneklikten doğan salınımların da bastırıldığı kanıtlanabilir, bakınız [10]. Sınır denetimi için verilen (19) denklemi de aşağıdaki gibi genelleştirilebilir. Sınır kuvveti $f(t)$ ve serbest uç hızı $y_t(L, t)$ değişkenlerinin Laplace dönüşümü alındığında arada aşağıda verildiği gibi bir bağıntı olsun.

$$f(s) = -h(s)y_t(L,s) \quad (21)$$





Burada şapkalı büyüklükler Laplace dönüşümü uygulanmış büyüklükleri, s de Laplace değişkenini göstermektedir. Ayrıca h(s), kullanılan eyleyicinin transfer fonksiyonunu göstermektedir, (19) denkleminde h(s) = a olmaktadır). Eğer h(s) rasyonel, s -> ~ için sonlu ve kesin artı reel bir fonksiyonsa, (21) ile verilen denetleyici de esneklikten doğan salınımların sonuçta bastırılmasını sağlıyacaktır, bakınız [11], [12].

Yukarıda basit bir sistem için verilen modelleme ve denetleme yöntemi daha karmaşık sistemler için genelleştirilebilir. Örneğin esnek kol modellemesinde Euler-Bernoulli modeli yerine daha karmaşık bir model olan Timoshenko modeli kullanılabilir, bakınız [13]; düzlemde hareket yerine uzayda hareket ele alınabilir, bakınız [14]. Yukarıda verilen modelleme ve denetleme yönteminin robot kollarının birden fazla olması durumuna genellemesi oldukça karışık bir sorun olup bu konudaki araştırmalar halen sürmektedir.

5 Sonuç

Bu yazıda kolları bükülmez ya da esnek olarak modellenebilen robotların dinamik denklemleri ve denetleme yöntemleri konusu incelenmiştir. Bükülmezlik özelliği robot kollarında kullanılan malzemelerin ağır olması ve sistemin yavaş hareket etmesi durumunda geçerli bir varsayım olup hafif malzemelerden oluşan ve hızlı hareket eden robotlarda esneklik özelliğinin de göz önüne alınması gerekmektedir. Esnekliğin modellenmesi, bu modele dayanarak sistem denklemlerinin yazılması ve bu denklemlere göre de uygun denetleme yöntemlerinin geliştirilmesi incelemeye açık bir konu olarak gözükmektedir. Bu yazıda robot sistemlerinde ortaya çıkan iki tür esneklik göz önüne alınmıştır: eklem esnekliği ve kol esnekliği. Eklem esnekliği, eklem yerlerinde kullanılan eyleyicilerdeki dişlilerin, taşıyıcıların vb. şekil bozulması, sıvısal eyleyicilerdeki sıvıların sıkıştırılabilmesi vb. gibi nedenlerle ortaya çıkmaktadır. Bu tür esnekliğin modellenmesi görece kolay olup sonuçta elde edilen denklemler bükülmez robot denklemlerine yeni bir terim eklenmesi ile elde edilmektedir, (1) ve (11) - (12) denklemlerini karşılaştırınız). Kol esnekliğinin modellenmesi ise daha karmaşık bir sorun olup sonuçta elde edilen denklemler kısmi türevli diferansiyel denklemler şeklinde olmakta, bu da hem sistem denklemlerinin elde edilmesini hem de bu denklemlere uygun denetleyicilerin tasarlanmasını oldukça zor hale getirmektedir, incelemeye açık olan bu konudaki deneysel ve teorik araştırmalar sürmektedir.

KAYNAKLAR

1. **M. Vukobratovic,** V. Potkonjak, "Dynamics of Manipulation Robots", Springer-Verlag, 1982.

2. **M.W.Spong, M. Vidyasagar,** "Robot Dynamics and Control", New York, John Wiley, 1989.

3. **J.J.Craig,** "Introduction to Robotics", Readings, Massachusetts, Addison-Wesley, 2nd. ed., 1989.

4. **R.Lozano, B.Brogliato,** "Adaptive Control of Robot Manipulators with Flexible Joints," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 37, No. 2, Feb. 1992, pp. 174-182.

5. **M.J.Balas,** "Trends in Large Space Structure Control Theory: Fondest Hopes, Wildest Dreams," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 27, June 1982, pp. 522-535.

6. **R.H.Cannon, E. Schmitz,** "Initial Experiments on the End-Point Control of a Flexible One-Link Robot," International Journal of Robotics Research, Vol. 3 No. 3,. 1984, pp. 62-75.

7. **D.Wang, M.Vidyasagar,** "Control of a Flexible Beam for Optimum Step Response," Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1987, pp. 1567-1572.

8. **W.T.Qian, C.C.HJMa,** "A New Controller Design for a Flexible One-Link Manipülatör", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 37, No. 1, Jan. 1992, pp. 132-138.

9. **M.J.Balas,** "Modal Control of Certain Flexible Dynamical Systems," SIAM Journal of Control and Optimization, Vol. 16, 1978, pp. 450-462.

10. **Ö.Morgül,** "Orientation and Stabilization of a Flexible Beam Attached to a Rigid Body: Planar Motion," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 36, No. 8, Aug. 1991, pp. 953-963.

11. **Ö.Morgül,** "Dynamic Boundary Control of a Euler-Bernoulli Beam," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol;. 37, No. 5, May 1992, pp. 639-642.

12. **Ö.Morgül,** "On the Boundary Control of a Flexible Robot Arm," Proceedings of the IEEE International Workshop on Intelligent Motion Control, istanbul, Turkey, 1990, pp. 519-523.

13. **ÖJMorgül,** "Boundary Control of a Timoshenko Beam Attached to a Rigid Body: Planar Motion," International Journal of Control, Vol. 54, No. 4,1991, pp. 763-791.

14. **ÖJMorgtil,** "Control and Stabilization of a Flexible Beam Attached to a Rigid Body," International Journal of Control, Vol. 51, No. 1, 1990, pp. 11-31.