DOĞRUSAL RLG DEVRELERİNİN BİÇİMLEMESİNDE YENİ BİR YÖNTEM

ÖNER ÖLCEREL
YURDAKUL CEYHUN

UDK: 621.3.01

ÖZET

İki uçlu BLC devrelerinin biçimlemesinde Bryant-Stern denklemlerinden esinlenerek yeni bir yöntem geliştirilmiştir. Ayrıca, bu yeni yöntem ile durum denklemleri arasındaki dönüşümler tanımlanmıştır. Elde edilen denklem dizisinin durum denklemlerine olan benzerliğinden ötürü, bu yeni biçimlemenin çözümü üzerinde durulmamıştır.

SUMMARY

A new technigue in the formulation of linear RLC networks is obtained, trhich is closely related to Bryant-Stern formulation in non-linear case. The transformations bettreen this formulation and state eguations are obtained. Because of the identical forms of the matrix differential eguations in both formül ations, no attention is paid to the solution of these eguations.

1. GÎRÎŞ

Bağımsız akım ve gerilim kaynakları ile 2-uçlu doğrusal R, L ve C öğelerinden oluşmuş bir N devresi düşünelim. Bu N devresinin çicgesinde seçilen bir uygun ağaca göre durum denklemleri aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\dot{X} = AX + B_o e + B_1 \dot{e} \tag{1.1a}$$

$$I = CX + D_o e + D_1 \dot{e} \tag{1.1b}$$

Burada X, ağaca giren sığaçların gerilimleri ile tümler, ağaçta kalan endüktansların akımlarından oluşan durum vektörüdUr. e, devreyi süren bağımsız akım ve gerilim kaynaklarının, akım Ve gerilimlerinden oluşan uyarma imidir.

Otıer ölçerel, ODTÜ
Yurdakul Ceyhun, Y.Prof.Dr., ODTÜ

I ise tepke imidir ve uyarma iminin tümleyenidir. Başka bir deyişle, tepke imi akım ve gerilim kaynaklarının, sırasıyla, gerilim ve akımlarından oluşmuştur. Denklem 1.1'de belirtildiği gibi, durum denklemlerinde genellikle sürücülerin türevleri gözükmektedir.

Devrelerin biçimlemesinde kullanılan diğer bir yöntem ise Bryant-Stern denklemleridir. Biz bu yazıda, doğrusal RLC devreleri için Bryant-Stern denklemlerini kurarak, elde edilen denklem dizisi ile durum denklemlerinin kıyaslamasını yapacağız ve her iki biçimleme yöntemi arasındaki dönüşümleri saptayacağız.

2. BRYANT-STERN DENKLEMLERİNİN KURULMASI

Yukarıda sözü edilen N devresi için, seçilen bir uygun ağaca göre çevre denklemleri,

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} B_{11} & B_{12} & 0 & 0 & U & & & \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & 0 & & U & & \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{34} & & & U & \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44} & & & & U \end{array}\right] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_{bc} \\ V_{br} \\ V_{b\ell} \\ \hline V_{cc} \\ V_{cg} \\ V_{c\ell} \\ V_2 \end{bmatrix} = 0 \tag{2.1}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} U & & & & -B_{11}^T & -B_{21}^T & -B_{31}^T & -B_{41}^T \\ & U & & & -B_{12}^T & -B_{22}^T & -B_{32}^T & -B_{42}^T \\ & & U & & 0 & -B_{23}^T & -B_{33}^T & -B_{43}^T \\ & & & U & 0 & 0 & -B_{34}^T & -B_{44}^T \end{array}\right] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_{bc} \\ I_{br} \\ I_{b\ell} \\ \hline I_{cc} \\ I_{cg} \\ I_{c\ell} \\ I_2 \end{bmatrix} = 0 \tag{2.2}$$

Bu denklemlerde V_{bc}, V_{br}, $V_{b\ell}$ ve I_{bc}, I_{br}, $I_{b\ell}$, sırasıyla, daldaki sığaç, direnç ve endüktansların gerilim ve akım değişkenleri; V_{cc}, V_{cg}, $V_{c\ell}$ ve I_{cc}, I_{cg}, $I_{c\ell}$ ise sırasıyla, kirişteki sığaç, direnç ve endüktansların gerilim ve akım değişkenleri; V_1 ve I_1 gerilim kaynaklarının gerilim ve akım değişkenleri, V_2 ve I_2 de akım kaynaklarının gerilim ve akım değişkenleridir.

Devredeki öğelerin uç denklemleri de aşağıdaki türde verilmiş olsun,

$$\begin{bmatrix} V_{br} \\ I_{cg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_b & 0 \\ 0 & G_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{br} \\ V_{cg} \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

$$\begin{bmatrix} q_{cc} \\ q_{bc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_c & 0 \\ 0 & C_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{cc} \\ V_{bc} \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{c\ell} \\ \phi_{b\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_c & 0 \\ 0 & L_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{c\ell} \\ \dot{q}_{b\ell} \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

Denklem (2.4) ve (2.5) deki q ve ϕ sırasıyla yük ve akış değişkenleri olup şu türde tanımlanırlar,

$$i \triangleq \frac{d}{dt} q \tag{2.6}$$

(2.7)

(2.1) ve (2.2) den aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$V_{c\ell} + B_{34} V_{b\ell} = -B_{31} V_1 - B_{32} V_{bc} - B_{33} V_{br} \tag{2.8}$$

$$I_{bc} - B_{12}^T I_{cc} = B_{22}^T I_{cg} + B_{32}^T I_{c\ell} + B_{42}^T I_2 \tag{2.9}$$

Şimdi iki yeni değişken tanımlayalım,

$$V_x = V_{c\ell} + B_{34} V_{b\ell} \tag{2.10}$$

$$I_m = I_{bc} - B_{12}^T I_{cc} \tag{2.11}$$

Burada V_x, yalnızca endüktanslardan oluşan kesitlemelerin kesitleme gerilim değişkeni, I_m de sadece sığaçlardan oluşan çevrelerin çember akım değişkenidir. Denklem (2.8) ve (2.9) tanımlanan değişkenler türünden aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} V_x \\ I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B_{32} & 0 \\ 0 & B_{32}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{c\ell} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -B_{33} & 0 \\ 0 & B_{22}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{br} \\ I_{cg} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -B_{31} & 0 \\ 0 & B_{42}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

Denklem (2.12) nin durum denklemlerine benzer biçimde yazılması için $\begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{c\ell} \end{bmatrix}$ ve $\begin{bmatrix} V_{br} \\ I_{cg} \end{bmatrix}$ nın, yeni durum değişkenleri olan ϕ_x ve q_m ile uyarma iminin değişkenleri olan devredeki gerilim sürücülerinin gerilim değişkenleri ve akım sürücülerinin akım değişkenleri türünden yazılması gerekir. Bunun için ilkin $\begin{bmatrix} V_{br} \\ I_{cg} \end{bmatrix}$ vektörünü ele alalım.

(2.1) in ikinci dizek dizisinden ve (2.2) nin üçüncü dizek dizisinden,

$$\begin{bmatrix} I_{br}\\ V_{cg}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & B_{23}^T\\ -B_{23} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_{br}\\ I_{cg}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & B_{33}^T\\ -B_{22} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_{be}\\ I_{c\ell}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & B_{43}^T\\ -B_{21} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1\\ I_2\end{bmatrix} \tag{2.13}$$

elde edilir. Denklem (2.3)

$$\begin{bmatrix}R_b^{-1} & 0\\ 0 & G_c^{-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_{br}\\ I_{cg}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}I_{br}\\ V_{cg}\end{bmatrix} \tag{2.14}$$

türünde yazılabilir. Burada % ve G_c evrikleri olan köşegen altmatrislerdir. Denklem (2.13) ü (2.14) e yerleştirirsek

$$\begin{bmatrix}R_b^{-1}&0\\0&G_c^{-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_{br}\\I_{cg}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0&B_{23}^T\\-B_{23}&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_{br}\\I_{cg}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0&B_{33}^T\\-B_{22}&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_{bc}\\I_{c\ell}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0&B_{43}^T\\-B_{21}&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1\\I_2\end{bmatrix} \tag{2.15}$$

elde edilir. Buradan da $\begin{bmatrix}V_{br}\\I_{cg}\end{bmatrix}$ belirtik olarak

$$\begin{bmatrix}V_{br}\\I_{cg}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}R_b^{-1}&-B_{23}^T\\B_{23}&G_c\end{bmatrix}^{-1}\left\{\begin{bmatrix}0&B_{33}^T\\-B_{22}&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_{bc}\\I_{c\ell}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&B_{43}^T\\-B_{21}&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1\\I_2\end{bmatrix}\right\} \tag{2.16}$$

biçiminde yazılır. Burada,

$$\begin{bmatrix}R_b^{-1}&-B_{23}^T\\ & \end{bmatrix}$$

matrisinin evriğinin olduğu kolayca gösterilebilir. Denklem (2.16), (2.12) ye konduğunda

$$\begin{bmatrix}V_x\\I_m\end{bmatrix} = E_{11}\begin{bmatrix}V_{bc}\\I_{c\ell}\end{bmatrix} + F_{11}\begin{bmatrix}V_1\\J_2\end{bmatrix} \tag{2.17}$$

elde edilir ki, burada

$$E_{11} = \begin{bmatrix}-B_{32}&0\\0&B_{32}^T\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-B_{33}&0\\0&B_{22}^T\end{bmatrix}\begin{bmatrix}R_b^{-1}&-B_{23}^T\\B_{23}&G_c\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0&B_{33}^T\\-B_{22}&0\end{bmatrix} \tag{2.18}$$

$$F_{11} = \begin{bmatrix}-B_{31}&0\\0&B_{42}^T\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-B_{33}&0\\0&B_{22}^T\end{bmatrix}\begin{bmatrix}R_b^{-1}&-B_{23}^T\\B_{23}&G_c\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0&B_{43}^T\\-B_{21}&0\end{bmatrix} \tag{2.19}$$

olarak tanımlanmıştır.

Şimdi de $\begin{bmatrix}V_b\\I_c\end{bmatrix}$ değişkenlerini ele alalım. Denklem (2.10) ve (2.11) den,

$$\begin{bmatrix}V_x\\I_m\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}U&0\\0&U\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_{c\ell}\\I_{be}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}B_{34}&0\\0&-B_{12}^T\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_{b\ell}\\I_{cc}\end{bmatrix} \tag{2.20}$$

ve

$$\begin{bmatrix}\phi_x\\q_m\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}U&0\\0&U\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\phi_{c\ell}\\q_{bc}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}B_{34}&0\\0&-B_{12}^T\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\phi_{b\ell}\\q_{cc}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\phi_x(0)\\q_m(0)\end{bmatrix} \tag{2.21}$$

elde edilir. Burada, elde edilecek biçimlendirme denklemlerinin çözümü sorununa girmeyeceğimizden başlangıç koşulları sıfır kabul edelim. Denklem (2.4) ve (2.5) de verilen uç denklemleri kullanıldığında, (2.21) aşağıdaki biçimi alır.

$$\begin{bmatrix}\phi_x\\ q_m\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}L_c & 0\\ 0 & C_b\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_{c\ell}\\ V_{be}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}B_{34} & 0\\ 0 & -B_{12}^T\end{bmatrix}\begin{bmatrix}L_b & 0\\ 0 & C_c\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_{b\ell}\\ V_{cc}\end{bmatrix} \qquad (2.22)$$

Denklem (2.1) in birinci dizek dizisinden ve (2.2) nin dördüncü dizek dizisinden,

$$\begin{bmatrix}I_{b\ell}\\ V_{cc}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}B_{34}^T & 0\\ 0 & -B_{12}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_{c\ell}\\ V_{be}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}B_{44}^T & 0\\ 0 & -B_{11}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_2\\ V_1\end{bmatrix} \qquad (2.23)$$

elde edilir. Bu denklem (2.22) ye yerleştirildiğinde,

$$\begin{bmatrix}\phi_x\\ q_m\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & L_o\\ C_o & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_{be}\\ I_{c\ell}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & L_1\\ C_1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1\\ I_2\end{bmatrix} \qquad (2.24)$$

bulunur. Burada

$$L_o = L_c + B_{34} L_b B_{34}^T \qquad (2.25)$$

$$C_o = C_b + B_{12}^T C_c B_{12} \qquad (2.26)$$

ve

$$L_1 = B_{34} L_b B_{44}^T \qquad (2.27)$$

$$C_1 = B_{12}^T C_c B_{11} \qquad (2.28)$$

dir. Denklem (2.24) den

$$\begin{bmatrix}V_{be}\\ I_{c\ell}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & C_o^{-1}\\ L_o^{-1} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\phi_x\\ q_m\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}C_o^{-1}C_1 & 0\\ 0 & L_o^{-1}L_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1\\ I_2\end{bmatrix} \qquad (2.29)$$

elde edilir. Denklem (2.25) ve (2.26) dan L_o ve C_o altmatrislerinin evriklerinin olduğu kolayca görülebilir.

Denklem (2.29) ve (2.17) den aranan sonuç

$$\begin{bmatrix}\dot{\phi}_x\\ \dot{q}_m\end{bmatrix} = E_{11}\begin{bmatrix}0 & C_o^{-1}\\ L_o^{-1} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\phi_x\\ q_m\end{bmatrix} + \left\{F_{11} - E_{11}\begin{bmatrix}C_o^{-1}C_1 & 0\\ 0 & L_o^{-1}L_1\end{bmatrix}\right\}\begin{bmatrix}V_1\\ I_2\end{bmatrix} \qquad (2.30)$$

olarak bulunur. Ya da daha kısa bir yazışla,

$$\dot{\bar{X}} = E\bar{X} + F e \qquad (2.31)$$

dir. Burada

$$\bar{X} = \begin{bmatrix}\phi_x\\ q_m\end{bmatrix} \qquad (2.32)$$

$$e = \begin{bmatrix}V_1\\ I_2\end{bmatrix} \qquad (2.33)$$

$$E = E_{11}\begin{bmatrix}0 & \\ L_o^{-1} & 0\end{bmatrix} \qquad (2.34)$$

$$F = F_{11} - E_{11}\begin{bmatrix}C_o^{-1}C_1 & 0\\ 0 & L_o^{-1}L_1\end{bmatrix} \qquad (2.35)$$

olarak tanımlanmışlardır. Denklem (2.31), (1.1a) ile karşılaştırıldığında her iki değişkenin (X ve $\bar{X}$) verilen devreyi zaman uzayında tanımladıkları görülür. X bildiğimiz durum değişkenleridir, X'e olan yakınlığından ötürü $\dot{X}$'ye de durumsal değişkenler diyeceğiz. Durumsal denklemlerin çok önemli bir özelliği biçimlemede sürücülerin türev terimlerinin çıkmamasıdır. Devrenin tümünün tanımlanması için tepke denklemlerininde yazılması gerekmektedir. Tepke vektörünü sürücülerin tümler değişkenleri olarak alırsak

$$\bar{e} = \begin{bmatrix}I_1\\ V_2\end{bmatrix} \qquad (2.36)$$

ya da

$$\bar{e} = G\bar{X} + H_o e + H_1 \dot{e} \qquad (2.37)$$

denklemi aradığımız ilişki olur. Şimdi G, H_o ve H_1 belirtik yazılışlarını bulalım.

Denklem (2.2) nin birinci dizek dizisinden ve (2.1) in dördüncü dizek dizisinden

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & B_{31}^T \\ -B_{42} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{cl} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_{21}^T \\ -B_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{br} \\ I_{cg} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} & \\ 0 & -B_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{cc} \\ V_{bl} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_{41}^T \\ -B_{41} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

olduğu görülür. Kirişlerdeki sığaçların ve dallardaki endüktansların uç denklemleri şu türde yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} I_{cc} \\ V_{bl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_c & 0 \\ 0 & L_b \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{bl} \end{bmatrix} \tag{2.39}$$

$\begin{bmatrix} V_{cc} \\ I_{bl} \end{bmatrix}$ in yerine denklem (2.23) deki eşdeğeri konulduğunda denklem (2.39) aşağıdaki biçimi alır:

$$\begin{bmatrix} I_{cc} \\ V_{bl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_c & 0 \\ 0 & L_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -B_{12} & 0 \\ 0 & B_{34}^T \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{cl} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} C_e & 0 \\ 0 & L_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -B_{11} & 0 \\ 0 & B_{44}^T \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{2.40}$$

denklem (2.16) ve (2.40) denklem (2.38) e yerleştirilirse,

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = G_{11} \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{cl} \end{bmatrix} + H_{11} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$- \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & L_1^T \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{cl} \end{bmatrix}$$

$$- \begin{bmatrix} C_2^T & 0 \\ 0 & L_2^T \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{2.41}$$

elde edilir. Burada

$$G_{11} = \begin{bmatrix} 0 & B_{31}^T \\ -B_{42} & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & B_{21}^T \\ -B_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_b^{-1} & -B_{23}^T \\ B_{23} & G_c^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & B_{33}^T \\ -B_{22} & 0 \end{bmatrix} \tag{2.42}$$

$$H_{11} = \begin{bmatrix} 0 & B_{41}^T \\ -B_{41} & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & B_{21}^T \\ -B_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_b^{-1} & -B_{23}^T \\ B_{23} & G_c^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & B_{43}^T \\ -B_{21} & 0 \end{bmatrix} \tag{2.43}$$

$$C_2 = B_{11} C_e B_{11}^T \tag{2.44}$$

$$L_2 = B_{44} L_b B_{44}^T \tag{2.45}$$

olarak tanımlanmıştır, C_o ve L_o ise denklem **(2.27)** ve (2.28) de oldukları gibidir.

Durum denklemlerinin belirtik yazılışı ise şöyledir:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{cl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & C_c^{-1} \\ L_o^{-1} & 0 \end{bmatrix} E_{11} \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{cl} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & C_o^{-1} \\ L_o^{-1} & 0 \end{bmatrix} F_{11} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$- \begin{bmatrix} C_o^{-1} C_1 & 0 \\ 0 & L_o^{-1} L_1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{2.46}$$

Denklem (2.24), (2.41) ve (2.46) dan, tepke denklemleri (2.37) de olduğu gibi elde edilirler. G, H_o ve H_j matrislerinin açık yazılışları,

$$G = G_{11} \begin{bmatrix} 0 & C_o^{-1} \\ L_o^{-1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$- \begin{bmatrix} C_1^T & 0 \\ 0 & L_1^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & C_o^{-1} \\ L_o^{-1} & 0 \end{bmatrix} E_{11} \begin{bmatrix} 0 & C_o^{-1} \\ L_o^{-1} & 0 \end{bmatrix} \tag{2.47}$$

$$H_o = H_{11} - G_{11} \begin{bmatrix} C_o^{-1} C_1 & 0 \\ 0 & L_o^{-1} L_1 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & C_1^T C_o^{-1} \\ L_1^T L_o^{-1} & 0 \end{bmatrix} E_{11} \begin{bmatrix} C_o^{-1} C_1 & 0 \\ 0 & L_o^{-1} L_1 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & C_1^T C_o^{-1} \\ [illegible] & [illegible] \end{bmatrix} F_{11} \tag{2.48}$$

$$H_{\Gamma} = \begin{bmatrix} C_1^T C_0^{-1} C_1 - C_2^T & 0 \\ 0 & \Gamma_1^T \Gamma_0^{T-1} \Gamma_1^T - \Gamma_2^T \end{bmatrix} \quad (2.A9)$$

şeklindedir. Aynı zamanda G^ ile F^ arasında da aşağıdaki türden bir ilişkinin varlığı kolayca görülebilir:

$$F_{11} = \begin{bmatrix} 0 & -u \\ u & 0 \end{bmatrix} \quad G_{11}^T \begin{bmatrix} u & 0 \\ 0 & -u \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

$$G_{11} = \begin{bmatrix} u & 0 \\ 0 & -u \end{bmatrix} \quad F_{11}^T \begin{bmatrix} 0 & -u \\ u & 0 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Böylelikle denklem (2.31) ve (2.37) dizileri N devresinin tanımını yapmaktadırlar. Denklem (2.32) de tanımlanan X vektörünün biçimlemede bir değişken olarak kullanılması düşüncesi ilk kez Bryant tarafından ortaya atılmış sonradan bu yeni değişken Stern tarafından doğrusal olmayan devreler için de kullanılmıştır. Bilindiği kadarı ile bu değişkenlerin doğrusal RLC devreleri için ayrıntılı bir incelemesine bugüne dek girişilmemiştir. Yazının geri kalan kısmında Bryant-Stern yada durumsal denklemler ile durum denklemleri arasındaki dönüşümlerden söz edeceğiz.

3. DURUM YÖNTEMİ VE BRYANT-STERN (DURUMSAL) YÖNTEMİ ARASINDAKİ DÖNÜŞÜMLER

Durum denklemleri ve Bryant-Stern (durumsal) denklemleri arasındaki dönüşüm aşağıdaki biçimde bulunabilir.

(2.4) ve (2.5) deki uç denklemleri ile (2.10) ve (2.11) den yararlanarak,

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \phi_x \\ q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & L_o \\ S, & 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} V_{be} \\ I_{c\ell} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_{34} \\ B_{12}^T & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_{cc} \\ V_{b\ell} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

elde edilir. Denklem (2.40) in (3.1) e yerleştirilmesiyle

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \phi_x \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & L_o \\ C_o & 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} V_{be} \\ I_{c\ell} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & L_1 \\ C_1 & 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

yazılabileceği görülür.

Denklem (3.2)

$$\dot{\bar{X}} = Q\dot{X} + P\dot{e} \quad (3.3)$$

olarak yazılabilir. Burada

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & L_o \\ C_o & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & L_1 \\ C_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

olarak tanımlanmışlardı.

Denklem (3.3) ün sonucu olarak durum denklemi ile Bryant-Stern denklemi arasında iki yönlü doğrusal bir dönüşüm elde edilir.

$$\bar{X} = QX + Pe + K_1 \quad (3.6)$$

$$X = Q^{-1}\bar{X} - Q^{-1}Pe + K_2 \quad (3.7)$$

burada K_1 ve K2 vektörleri $\bar{X}(0)$, X(0) ve e(0) ile P ve Q'dan oluşmuştur.

Şimdi A ve E matrisleri arasındaki dönüşümü inceliyelim. Denklem (2.34) ve (2.46) ve (1.2) den sırasıyla,

$$E = F_{u}\, Q^{-1} \quad (3.8)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & C_o^{-1} \\ L_o^{-1} & 0 \end{bmatrix} \quad E_{11} = Q^{-1}E_{11} \quad (3.9)$$

olduğu görülür. (3.8) ve (3.9) dan aşağıdaki benzeşim dönüşümleri elde edilir,

$$E = Q\,AQ^{-1} \quad (3.10)$$

$$A = Q^{-1}\,EQ \quad (3.11)$$

Öte yandan F matrisi ile B_o ve B_1 matrisleri arasındaki ilişki şu türde elde edilebilir. Yine denklem (2.34), (2.46) ve (1.2) den;

$$\dot{\bar{X}} = Q E_{11}^{-1} X + Q F_{11}^{-1} c + B_1\dot{e} \quad (3.12)$$

$$\dot{\bar{X}} = E_{11} Q^{-1} \bar{X} + (F_{11} + E_1 B_1)\, e \quad (3.13)$$

yazılabileceği görülür.

Burada

$$B_1 = -Q^{-1}P \quad (3.14)$$

dir.

Dolayısı ile her iki biçimleme arasındaki dönüşümler tamamlanmak isteniyorsa,

$$A = Q^{-1}F_{11} \quad (3.15)$$

$$B_o = Q^{-1}F_{11} \tag{3.16}$$

$$F = QB_o + QAB_1 \tag{3.17}$$

ve

$$B_o = Q^{-x}V - Q''^{x}EP \tag{3.18}$$

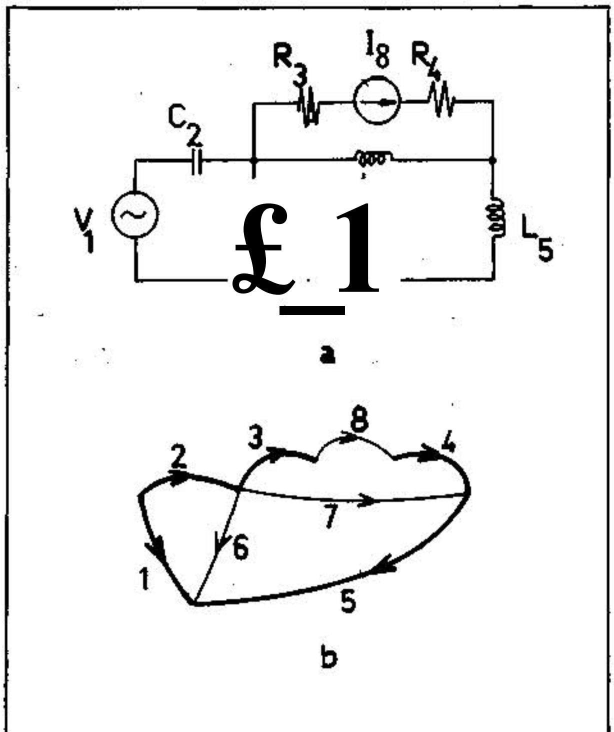
bulunur.

Yukarıdaki incelemeden görüldüğü gibi elde edilen denklemler, biçimce durum denklemlerinin aynısıdır. Dolayısı ile bu denklemlerin çözümlenmesi durum denklemlerinin çözümlenmesinde kullanılan yöntemin aynısı olacaktır.

4. ÖRNEK

Şekil 1'de verilen devrenin ilişkin çizgesine göre, durum denklemleri:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} V_2 \\ I_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \frac{1}{T} \\ -\cdot\frac{1}{T} & \circ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_2 \\ I_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cdot & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ I_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -i_2 \end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} V_1 \\ V \end{bmatrix} \tag{4.1}$$



Şekil 1.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_2 \\ I_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ \frac{1}{2} & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ I_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} V_1 \\ x_8 \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

olarak elde edilir.

Bryant-Stern denklemleri ise

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \Phi_x \\ q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Phi_x \\ V \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ I_8 \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

$$\begin{bmatrix} V \\ V_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Phi_x \\ q_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bullet & V \\ \frac{3}{T} & \circ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ x_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \\ x_8 \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

olarak bulunur.

SONUÇ

Bu yazıda ana düşüncesi öteden beri bilinen bir yöntem doğrusal RLC devrelerine uygulanarak elde edilen denklemler ayrıntılı olarak incelenmiş ve bu yöntemin durum denklemlerine olan ilişkisi ortaya konmuştur.

Bu yazı, Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumunca desteklenmiş olan MAG-324/A sayılı araştırmanın bir parçasıdır.

KAYNAKLAR

1. *Tokad, Y.,* "Foundations of Passive Electrical Netvork Synthesis" ODTÜ Yayınları No.41, 1972
2. *Ceyhun, Y.,* "Doğrusal Devrelerin Biçimlendirmesinde Yeni Yöntemler ve Yeni Devre Öğelerinin Tanımlanması" TBTAK, Rapor MAG 324/A, 1973
3. *Clay, R.,* "Nonlinear Netvorks and Systems" Wiley-Interscience, 1971
4. *Mac Farlane, A.G.U.,* "Dynamical System Models" Harrap, 1970
5. *Stern, T.E.,* "On the Equations of Nonlinear Networks" IEEE Transactions on Circuit Theory.Cilt CT-13, 1966, S.74-81