DDK: 621.3.01

Çok Değişkenli Karmaşık Dinamik Sistemlerin Birleştirilmiş Analizi*

Dr. Necdet ŞEN
KTÜ

ÖZET

Bu çalışmada, deterministik çeşitli özellikteki fiziksel sistemlerin ara bağlantıları sonucu ortaya çıkan çok-değişkenli karmaşık yapılı bir dinamik sistemin analizi için enerji ve güç kavramlarından gidilerek yeni bir yaklaşım verilmiştir. Bu amaçla, sistemin tümüne ilişkin birleştirilmiş bir analog devre modeli ve onun lineer grafının topolojik yapısı ile bağdaşabilecek sistem değişkenleri uzayında yeni biçimlerde genelleştii ümiş-sakınımsız Lagrange ve Hamilton enerji ve karışık potansiyel fonksiyonları tanımlanarak bunlar yardımı ile adı geçen türden fiziksel sistemlerin matematik modelleri ve durum denklemleri elde edilmiştir.

Probleme ek olarak, bu tür dinamik sistemlerde Lagrange ve Lyapunov anlamında denge koşullan ve kararlılık durumları incelenerek verilen modelleme yaklaşımı ile bağdaştığı özellikler tartışılmıştır.

SUMMARY

in this work using the concepts of energy ana powe>, a new approach is given to analyse a multivariable deterministte composite dynamical system which consists of different types of physical sub-systems. For this purpose, new types of generalized-nonconservative Lagrangian, Hamiltonian and mixed potential functions are defined in the space of system variables ağreeing with the topological structure of the unified analog model of the whole system. Then the mathematical models and state equations of such systems are obtained.

[n addition to the problem, equilibrium and stabilıty contitions are investigated in the sense of Lagrange and Lyapunov. Some related dıscussions are made on modelling and stability problems.

1. GİRİŞ

Mühendislikte her geçen yılın hızla yeni gelişmeler getirdiğini ve buna ilişkin olarak kurulmakta olan sistemlerin daha karışık ve çok değişkenli yapılar aldıklarını bilmekteyiz. Bu gerçek aynı zamanda böyle sistemlerin çözümleme, kurma yöntem ve tekniklerinde birtakım yeni ve değişik aşamaların yapılması zorunluğunu ortaya çıkarmaktadır. Bir sistemin yapısındaki sistem bileşenlerinin çoğalması ile davranışlarında da karışık problemler doğacaktır. Bu da sistemden istenilen işleme kuralı ve ortam koşulları bağıntılarına paralel olarak artar,

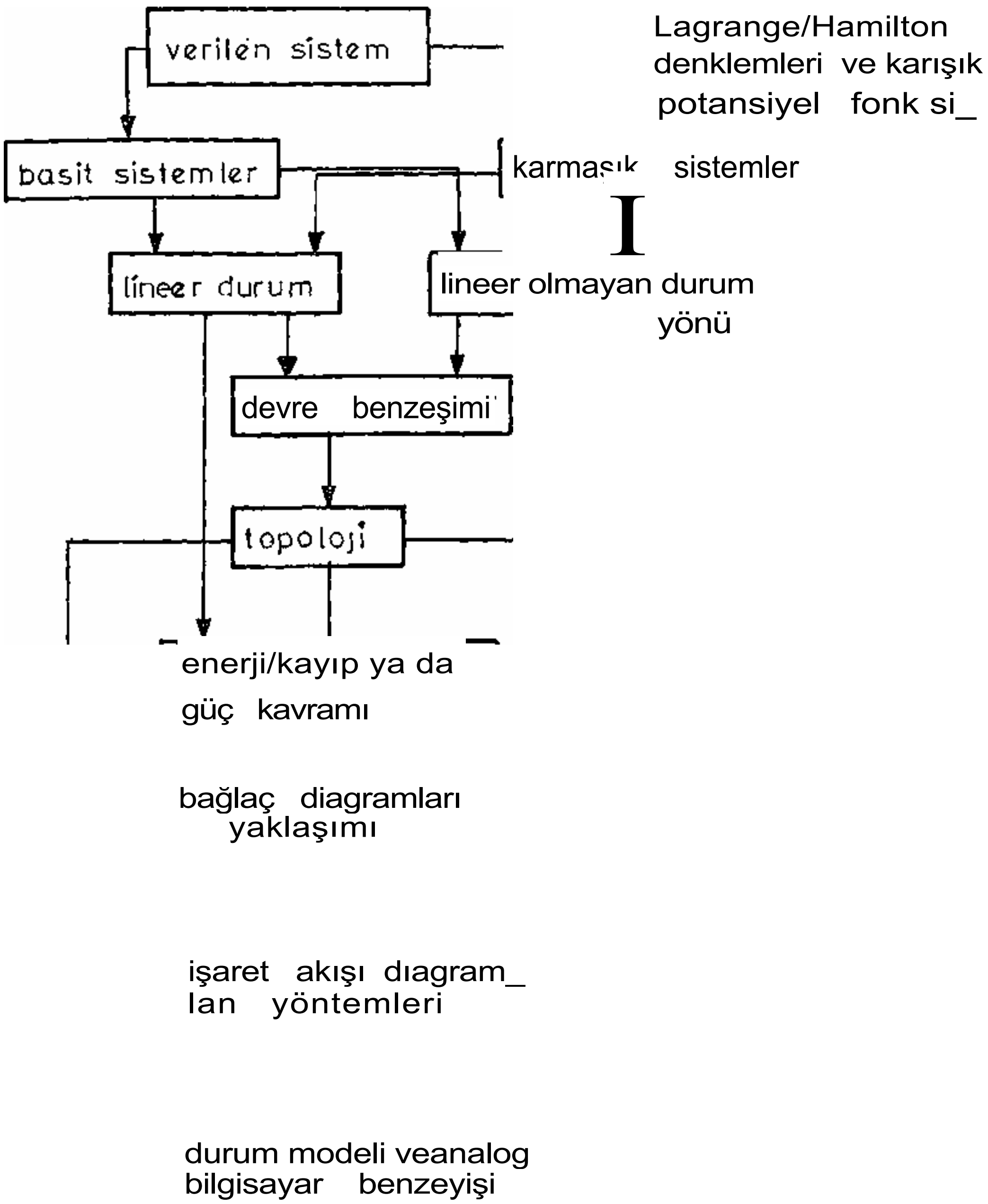
* Odamızın hazırladığı dizi teknik konferansları serisinden 20 Aralık 1972 Çarşamba günü saat 14'de Mimarlar Odası Konferans Salonu'nda verilmiştir.

Modern sistem teorisinde başlıca iki asal problem vardır. Bunlardan birincisi, «sistemin matematik modeli» diye bilinen, ya tüm analitik ya da her ikisi birden olan bir yolun izlenmesi sonucu yapılan bir iştir, ikincisi ise daha çok analitik olup, sistem davranışını matematik modelin özelliklerinin (kararlılık, optimumluk, giriş-çıkış büyüklüklerinin izlenebilmesi ve kontrol edilebilmesi, ve diğer benzeri problemler gibi) incelenmesi sonucu belirler. Buradan görülüyor ki matematik modelleme problemi sistem mühendisliği araştırmalarında pek önemli bir yer almaktadır. Matematik model bilindiği gibi sistemi tanımlayacak çok-değişkenli bir eş-zaman integrodiferansiyel denklem takımıdır. Böyle bir denklem takımının çözümü sonunda sistemin tümü üzerinde bilgiye ulaşılmış olunur. Bununla birlikte çoğu kez, çözüm güçlüğüne katlanmaksızın sistemin dinamik özellikleri incelenebilir. Bu çalışmada modelleme ve kararlılık problemlerine değinilmiştir. Her iki problemde de deterministik sistemler için enerji (ve sakını, mı) ve güç kavramları yardımı ile daha önceki bazı çalışmalardaki [1,2] gösterilim ve prensipler benimsenerek yeni biçimlerde Lagrange, Hamil ton enerji- durum fonksiyonları ve karışık potansiyel (güç türünden) fonksiyonları tanımlanmıştır.

En geniş anlamı ile, teknikte bir sistem denilince, o sistemin birçok değişik fiziksel özelliklerdeki (elektrik, mekanik, hidrolik, ısıl, ve diğerleri gibi) alt-sistemleriıı ara bağlantıları sonucu, önceden kararlaştırılmış olan bir işi gerçekleştirmek üzere kurulan bir yapı akla gelir. Bu tür sistemlerin birleştirilmiş bur matematik tanımını (matematik model) elde edebilmek o sistemin çözümünde olduğu kadar tüm olarak davranışının incelenmesinde de daha kesin ve sağlam sonuçlar verir. Oysa, klasik yöntemlerde böyle bir olanak yoktur. Bunun yerine verilen karışık bir sistemdeki alt-sistemlerin birbirlerinden yalıtılması ile herbirinin öz-domeninde çözümleme yaparak sonunda elde olunan sonuçların birleştirilmesi yoluna gidilmiştir. Bu tür bir yöntemi izlemek hem uzun hem de alt-sitemlerin ayn ayrı fiziksel özelliklerinin olması ortaya yalıtma sonucu birtakım güç sınır değer problemlerinin çözülmesi zorunluğu. nü getirir. Bu da problem içinde yeni bir problemle karşı karşıya gelmek demektir. Kron [3] ve onun yalıtım (ya da yırtma) yöntemi ile geliştirilmiş olan «diakoptik» okulunu benimseyenler de ancak bir dereceye kadar lineer olan sistem problemlerini çözümleyebilme yeler.eğini kazanabilmişlerdir. Ne var ki teknikte rastlanan pekçok problem böyle bir sınırlamayı aşmaktadır. Bu güçlük sezilerek fizikteki ortak enerji/güç kavramından ve onun bağdaştığı mekaniğin Lagrange ve Hamilton denklemleri teorisinden gidilmesi tarafımızdan ileri sürülmüştür. Bu denklemlerin değişimsel prensipler yardımı ile bulundukları analitikten bilinmektedir. Bu prensiplerin (Hamilton Prensibi ve tersi) tarihine bakılırsa, onların uzunca bir sure yalnızca sakımmh-holonomik sistemlere uygulanmış bulunduğu görülür. Burada, modern elektrik devreleri teorisinden yararlanıp sistem bileşenlerinin tanımladıkları enerji bağıntılarının matematik yapısındaki benzerliği göz önüne alarak fiziksel benzeşim (analoji) kavramı ile çok-değışkenli toplu bileşenli dinamik sistemlerin birleştirilmiş devre modelinden yürüyeceğiz. Vereceğimiz yaklaşım gerçekte, Şekil l'de görülen sistem analizi görüşümüzün bir parçasıdır.

2. SİSTEM DEĞİŞKENLERİ VE ENERJİ/KAYIP DURUM FONKSİYONLARI

Yukarda adı geçen sistem bileşenlerinin matematik yapılarının incelenmesi ile görülür ki «akım, kuvvet, moment, debi, v.b. gibi» —iç değişkenleri— (ya da boyuna değişkenleri) bir grupta; «hız, gerilim, açısal hız, basınç, v.b. gibi» değişkenleri de ayn bir grupta toplayabiliriz (ki bunlara da —uç değişken— ya da enine değişken diyebiliriz). Buna uygun ola. rak fiziksel sistem bileşenlerim de «kütle, elektrik kapasite, hidrolik kapasite, v.b. gibi» olanlarını bir grupta; «yay, elektrik indüktans, hidrolik inertans, v.b. gibi» olanlarını da ikinci bir grupta toplanırlar. Gerçekte bu tür bir gruplamanın elektromekanik benzeşim bakımından terslerini de düşünmekle, «kütle-indüktans-...» ve «yay-kapasite-...» biçiminde bir benzeşim kullanılmaktadır. Ne var ki bu tür (Kel vin-Maxwell benzeşimi) düzlemsel olmayan sistemler için var değildir. Bu düşünce Şekil 2'de görüldüğü gibi özetlenebilir. Aynı düşünce ile, fiziksel kayıp bileşenlerini de «elektrik, hidrolik, mekanik direnç gibi» ve kaynaklan da «gerilim, hız, açısal hız, basınç, v.b.» gibi ve «akım, kuvvet, moment, debi kaynağı, v.b.» iki türden olmak üzere sınıflandırabiliriz. Böylece toplu bileşenli dinamik sistemler için iç ve uç değişkenlerini, i ve v ile gösterip, bun ların integralleri ile de sistemdeki kinetik, potansiyel enerji ve kayıp fonksiyonlarını (Ray-leigh kayıp fonksiyonları) ve bunların terslerim Şekil 3'deki gibi bir cebrik diyagramla gös terebiliriz. Bu diyagram gerçekte bir işaret-akışı diyagramı niteliğinde olduğundan dikkat edilirse hem Lagrangien ve Hamiltonien ve hem de *kayıp* fonksiyonlannın tanımlan ile birbirlerine olan fonksiyonel dönüşümleri «Legendre dönüşümleri» yardımı ile vermektedir. Diyagramda görülen enerji ve kayıp fonksiyonları ve ayrıca karışık potansiyel fonksiyonunun değişimleri Şekil 4'de görüldüğü gibidir.



Sekil 1. Genelleştirilmiş sistem analizi görüşü (Modern yöntemler).

fiziksel bileşen
(elektirik, mekanik, ısıl .)

•*JFİzrksel benzeşim

K e ivin— Ma*welT in
eski tür benzeşimi
(kütle indüktans)

Fıreston—Trentin
yeni tür benzeşimi

I

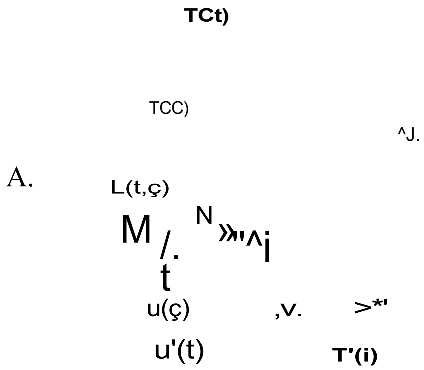
(kütte kapasitans)
ortak uzay kavramı

düzlemsel graf mq
deli ve topolojisi

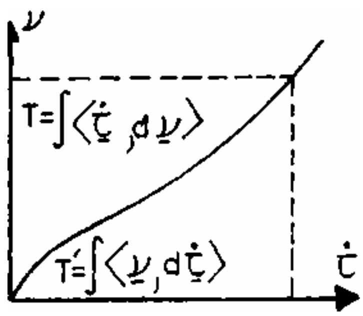
1

sistematik inceleme

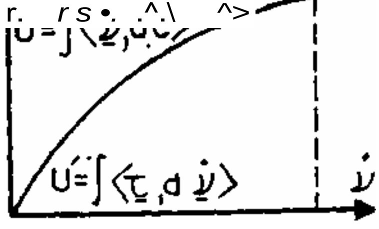
ŞeKil 2. Fiziksel benzeşim düşüncesi ve olanakları.



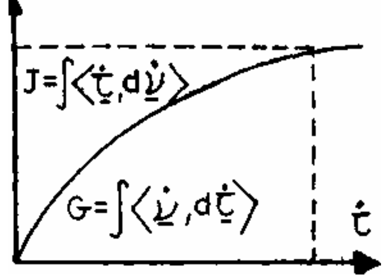
Şekü 3. Genelleştirilmiş sistem değişkenleri ve enerji/kayıp fonksiyonları.



indüktans türünden bileşenlerin kinetik ve ters-kinetik fonksiyonları.



Kapasite türünden bileşenlerin potansiyel ve ters-potansiyel enerji fonksiyonları.



Akım ve gerilim türünden potansiyel fonksiyonları.

$$\delta(V_1) = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \delta\left[T'(\underline{v}_C) - U(\underline{v}_L)\right] + \left\langle \begin{bmatrix} \underline{i}_R \\ -\underline{J}_S \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \delta \underline{v}_R \\ \delta \underline{v}_S \end{bmatrix} \right\rangle \right\} dt = 0$$

kesit biçimi (2.b)

gibi yazılabilirler. Bu değişimsel denklemlerdeki integral altındaki terimlerden aşağıdaki gibi yeni türden Lagrangien ve ters-Lagrangien fonksiyonlarını tanımlayabiliriz :

Gerilim türü doğru kaynakların potansiyel fonksiyonu.

sakmımsız Lagrangien (3.a)

sakmımsız ters-Lagrangien (3.b)

tntegral-iç ve uç değişkenleri ile topolojik çevre ve keşideme dönüşümleri

$$J = \int \langle \underline{j}, d\,\underline{u}_j \rangle$$

TL=B T. çevre dönüşümü

^b=®^l kesit dönüşümü

Akım türü kaynakların potansiyel fonksiyonu.

kullanılarak yeni türden tanımladığımız Lagrange fonksiyonları topolojik açık değişkenler cinsinden bir kez daha aşağıdaki gibi tanımlanabilirler :

3. DECİŞİMSEL HESAP VE TOPOLOJİK GENELLEŞTİRİLMİŞ HAMİLTON PRENSİBİ

C«vy A JD-İ.T 1

Klasik anlamda, Lagrangien (sakmımlı bileşenlen için) ve görüntü-iş fonksiyonu (enerji tüketici bileşenler için) ile sakınmışız Hamilton prensibi ve onun ikinci biçimi devreler teorisindeki çevre ve kesit denklemlerine karşılık olmak üzere aşağıdaki gibi yazılırlar [1,2] :

: topolojik sakınmışız Lagrangien fonksiyon (4a)

ve tersi de

: çevre biçimi (l.a)

: topolojik sakmımsız ters-Lagrangien fonksiyon (4.b)

: kesit biçimi (l.b)

Böylece değişimsel indeksler yeniden

İ.3,JJd1=0 (5.a)

Bu değişimsel denklemler fiziksel bileşenlere göre açık olarak elektrik bileşen benşimi ile yeniden

(S.bJ

$$\delta(V_1) = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \delta\left[U(\underline{i}_L) - T(\underline{i}_C)\right] + \left\langle \begin{bmatrix} \underline{v}_R \\ -\underline{e}_S \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \delta \underline{i}_R \\ \delta \underline{i}_S \end{bmatrix} \right\rangle \right\} dt = 0$$

çevre biçimi (2a)

durumlarında topolojik olarak yazılabilirler (burada 1,2 altları sistemin lineer grafından seçilecek ağacın dış ve iç kollarını göstermektedir).

(5.a) ve (5.b) değişimsel biçimleri ikinci dereceden Lagraîğe diferansiyel denklemlerini verirlerse de bilgi-sayarlarîn "kulanılması planaklarına erişebilmek • bakımından yeniden kano nik biçimlere getirilmeleri gerekir. Böyle yapacak yerde daha genel olmak üzere bu değişimsel indekslerin birinci dereceden Hamilton kanonik denklemlerini verec'ek yeni biçimlere getirmek daha uygun olur. Bu aynı zamanda tanımlanabilecek yeni tür bir Hamilyon fonksiyonu ile genel bi'r modelleme probleminin çözülebilmesine yardımcı olacaktır. Bu düşünceyi gerçekleştirmek üzere, Şekil 3'den Legcndre dönüşümü ile

(6)

ve önce tanımladığımız yeni £* Lagrange fonksiyonu ile

= /BJ i ,,dv \- \-L~1 'I-2/ C"1 L'2 -(<r, 4 a\1 N' I 0—1/J

(7)

gibi yazılabilir. Burada OB[1] = O fakat Q_L B_L-•^ O değildir (?)'den yine yeni bir sakınmışız H* Hamiltonien fonksiyonu tanımlamış oluruz. Böylece,

(8.a)

ve tersi de

£'(J>, $ ^ (g.b)

olarak yazılmış olurlar. Bunlar cinsinden (5.a) ve (5.b) indeksleri yeniden

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}\left\{\left\langle Q_L B_L q_1, p_2\right\rangle - H(q_1, p_2)\right\} dt = 0 \qquad (9.a)$$

ve

S(V.ı) = S∫ {⟨B(£..l;- (9.b)

buradan da

ı M." L "1 ~2/ ^L'L'1 '2

$$\left\langle \frac{\partial H^*}{\partial q_1}, \delta q_1 \right\rangle - \left\langle \frac{\partial H^*}{\partial p_2}, \delta p_2 \right\rangle \Big\} dt \qquad (10)$$

burada kısmi integrasyon ile

=<Bo'»',SıM^t'- ['VBO^S-A di)
VL"? V1, Jt, \VL~2 V

buradaki ilk terim, değişimsel hesap özelliğinden olarak tj, t_2 suıırlannda sıfır olur; böylece (10) aşağıdaki biçime indirgenir :

L L"1 -2 ,. 8 ı/S "2/

$$\left\langle \frac{\partial H^*}{\partial p_1}, \delta q_1 \right\rangle \Big\} dt = 0$$

(12)

LL2

Değişimsel hesaptan bilindiği, gibi integral altındaki p'arantezler sıfır olacağından,

L'L"1

'I "L ?

ve (12) nin tersinden (13) denklemlerinin ikinci biçimleri (dualleri) bulunurlar:

TT-2 Öl,

~C~C~1 öl– 2

(13) ve (14) sonuçlan karmaşık biçimlerde sistem denklemlerinin topolojik şekilleridirler. Bu modeller seçilen sistem benzeşimine göre (Fireston-Trent benzeşimi) sistemin topolojik ağaç içi ve dışı bileşenleri cinsinden yazılan birinci dereceden kanonik diferansiyel denklerdirler. (13) ve (14) kanonik denklemleri fi-

ziksel sistemler teorisinin diğer dallarındaki modelleme yöntemleri aşağıdaki gibi karşılaştınlabilirler. Bunlardan (13.a) ve (14.a) elektrik devreleri teorisindeki «karışık denklemler» ile aynı biçimlerdedirler ve birtakım özel topolojik dönüşümlerle durum denklemleri biçimlerine getirilebilirler. (13.b) - (14.b) ve (13.b)-(14.a) denklemleri de tersinirolmayan termodinamiğin Casimir ve Onsager «karşılıklılık bağıntıları [4]» ile aynı biçimlere denktirler.

4. KARIŞIK POTANSiYEL FONKSiYONU VE SAKINIMSIZ-HAMİLTON FONKSiYONU.

Elektrik devrelerinin matematik teorisinden bilinen Brayton-Moser Denklemleri [5] bizim burada kullandığımız gösterilimler ile

$$v_L = \frac{P(i_L, v_C)}{\partial i_L}$$

$$i_C = -\frac{\partial P(i_L, v_C)}{\partial v_C}$$

gibi yazılabilirler. Lineer cebirden faydalanarak aşağıdaki duruma getirilebilirler:

-L-L

ve

B < »=
-Lt-2

(l5.b) den de benzer düşünce ile

(18)

bulunur. Burada dikkat adilirse (13.b) ve (14.b) ile (17) ve (18) sonuçlarının sol yanlarındaki terimler aynıdır, böylece

$\frac{\partial P}{\partial i}$ $\partial H'$

ve

$\frac{\partial P}{\partial v}$ $\partial H'$

olduğundan

(20.a)

ve

'2/ (20.b)

sonuçlarına varılır. (20.a) ve (20.b) bağıntıları P karışık potansiyel ve H* sakınmışız yeni tür tanımladığımız Hamilton enerji durum fonksiyonu arasındaki ilgiyi göstermektedir. Lineer olmayan durumlarda H* fonksiyonun kullanılması P'yi kullanarak çözümleme yapmadan daha elverişli olur. Bununla birlikte çoğu zaman karışık potansiyel fonksiyonu bize ölçülebitme bakımından daha kolay gelebilir.

5. LAGRANGE VE LYAPUNOV ANLAMINDA DENGE VE KARARLILIK PROBLEMİNİN TA POLOJLK OLARAK SAKINIMSIZ SİSTEMLER İÇİN İNCELENİŞ!

Dinamik denge koşullan:

Lagrange göstermiştir ki bir sakımmlı sistemin dengede olabilmesi için o sistemin potansiyel enerjisi minimum olmalıdır. Bu teorem bugün de yapı statiği mühendisliğinde kararlılık problemlerini enerji okulu ile çözmeğe uğraşanlarca kullanılmaktadır [6].

Sonraları Chetayev [7] bu problemi mekanik anlamda genelleştirmiştir. Sistem benzeşimi ile bir sistemin elektrik devre modelini kurabileceğimizden ona ilişkin lineer grafı ve onun topolojisinden yararlanarak toplu bileşenli sistemlerin denge koşullarını ve kararlılığını inceleyebiliriz.

Sakımmlı sistemlerin potansiyel enerjisinin bi rinci değişimi Lagrange anlamında sistemin hareket yörüngesi boyunca dururluğunu vereceğin den

-L (21)

ve böylece gerek koşul

(22)

Dulunur ve ikinci değişim SU pozitif-tanımlı olmalıdır. Sistemin lineer grafından ağaç-içi ve ağaç-dışı indüktans akılarına göre yazılacak olan ikinci değişim

$$B_L \frac{\partial P}{\partial i_L} = B_L \frac{\partial P}{\partial (B_L^t i_l)} = \frac{\partial P}{\partial i_t} \qquad (16)$$

(17)

h	bu	b	bu	Topolojik, '
ö-",L	⁶-fL r*	bul'	b	bu
[b I/ -kL	O-"J	Ö^L	*%	

(23) ~2

biçiminde yazılacak determinantların Sylvester koşulu gereğince pozitif-tanımlı olmalıdır (burada eş-zaman olarak *i: 1,2* ve k : 2, 1 olmak üzere türevlerin alınması gerektiğini göstermektedir).

Bu koşulun sakınmışız dinamik sistemlere uygulanabileceğini öne sürebilmek için açıktır ki uygun bir geheH'e'ştirilmiş "potansiyel enerji tanımlamak 'gerekir.- (Genel anlamda L, R, S türünden fiziksel bileşenler için potansiyel enerjiler tanımlayarak bir RLCRS.türü benzeş fiziksel sistemin tüm potansiyel^enerjisirü

(24)

olarak, ya da topolojik dönüşümlerle,

-VL- -L-2 S' -S-2

= f/Q B* t,dA= f/WT.,dIA
•I\-LRS-LRS71 -2/ A" "1 "2/ (25)

Burada W ^ O olan bir ağırlık matrisidir
Eğer sistem C- turu sistem bileşenlerini yapısında bulundurmasa bile W_ ^ O'dır Çunkı

'4=sar,r(r$_e$^ nin işaret seçimi U tanımlanmasında : Q olmayacak biçimde öngörülmüştür.

(25)'den değişimsel .hesaptan dolayı

W6"LA b v / ve yine bunun duali de >0 (26)

olmalıdır.

Bu arada potansiyel fonksiyonunun bir kuadratik biçim olmasından dolayı lineer cebirdeki «en küçük kareler yöntemi» ile de minimuınluk koşulunu aramanın özellikle topolojik dönüşüm lerle ,benzer ve kullanışlı sonuçlar verebileceğini de ileri sürebiliriz.

Sakınmışız anlamda Hamilton prensibinin bu dinamik sistemde çevre ve kesit biçimlerinde aşağıdaki gibi yazılacaklarını bilmekteyiz [8],

b
ö*1 (27.a)

"S'S
-2 -7 (27.b)

Bunkıın birincisinde h,eı iki , yanı -t, ile çarparsak (ya da ıkincisı.nde ;her-ik1 yanı «^ ile çarpaıak) aşağıdaki cşillık elde edilir:

Jacobi integral teoremi [9] ve Legendre dönüşümü yardımı ile

iLÖt,-ö£..i\- d AA£,\ £\.JiL
dt b"1 bT Y dt \-|t\/ dt

(27) ve (29) dan kolayca (29)

(30)

Şimdi eğer Lyapunov fonksiyonunu

V=H=T rj + a l y l

olarak seçersek açıkça görülürki

dt dt (31)

Bu sonuç aynı zamanda Tellegen teoreminden de bir genelleştirilmiş toplu sistemler için yazılacak olan

(32)

O, İO=C : Tellegen teoremi temel

bağıntısından da kolayca

(33)

olduğu sağlanabilir.

Eğer T_C ve ^_L değişkenlerinin mutlak değerleri sonsuza gittiklerinde T ($_{3c}$) ve U (<y_L) fonksiyonları da sonsuza gidiyorlarsa (Lyapunov teoremi gereğince) ve

|2FJ) |/e\ v••}.)) koşulu gerçekleşiyorsa
x v bu sistem, dH/dt türevi legatif olacağından Lyapunov teoremi gereğince asimptotik olarak kararlı olacaktır.

Her nekadar burada verilen sistemin tümüne ilişkin bir kararlılık problemi için bir koşulun çıkarılması düşünülmüşse de, bazan sistemin belirli bir parçasının kararlılık durumu ile de ilgilenebilir. Bu problem son yıllarda «kısmi kararlılık» [10] diye ele alınmış bulunmaktadır. Eğer böyle bir problemle ilgileniliyorsa, birleştirilmiş benzeşim ve onun topolojisinden gidilerek bu tür bir problemin çok daha sistematik olarak burada verilen yaklaşımın ışığı altında çözülebileceğini ileri sürebiliriz.

6, SONUÇ

Özellikle işlem Kontrolü ve genelleştirilmiş sistem dinamiğinde kullanışlı olacağına inandığımız bir yaklaşım vermiş bulunuyoruz. Yakla şımda görüldüğü gibi verilen karmaşık bur sistemin matematik modelini bulabilmede fiziğin temel nitelik kavramlarından biri olan enerji/güç den gidilmiştir. Birleştirilmiş sistem bileşenleri uzayı düşüncesi savunularak bu uzayın tanımladığı topolojinin sistemin incelenmesinde başarı ile kullanılacağı gösterilmiştir.

Bundan başka verilen yaklaşımdaki matematik düşüncenin genelleştirilmiş çok değişkenli bir fonksiyonali minimum yapacağı (değişimsel olarak) ön görülmüş olduğundan denilebilir ki, saf matematik anlamda bir optimum değer bulma problemi kurulmuş oluyor. Bu tür bir matematik gelişim, bize, sakınımsız durumlar için yazılan Hamılton kanonik denklemlerinin optimum kontrol teorisindeki «Pontryagin Maksimum Prensibinde» olduğu gibi yeni bir değişimsel fakat Pontryagin türünden bir optimumlaştırma yöntemi (ya da yaklaşımı) geliştirilebileceğini hatırlatmaktadır (Pontryagin prensibinin klasik Hamilton denklemlerinden geliştiği gibi).

Çalışmanın denge- ve kararlılık incelenmesi bölümünde ise, zorlanmış ve sakınımsız durumlarda enerji okulundan gidilmenin fiziksel anlam bakımından diğer yöntemlere göre daha üstün olacağı' hissettirilmeğe çalışılmıştır. Ne var ki burada fiziksel benzeşim düşüncesinin uymadığı durumları da hatırlamamız gerektiğini söylemeliyiz.

Verilen yaklaşım hernekadar sürekli zaman-sistemleri için geliştirilmişse de, «zaman-aynk» değişkenli dinamik sistemlere de uygulanabilmesi için tanımlanabilecek Lagrange ve Hamilton fonksiyonları ile yeni biçimlerde değişimsel indeksler yazılarak bir çözümleme yaklaşımı geliştirilebilir. Böyle bir yaklaşımın uygulamalı matematikteki diferansiyel-diferans denklemleri ile bağdaşacağı açıktır. Böylece lineer-olmayan digital kontrol sistemlerinde enerji kavramı ile modelleme problemi geliştirilebilir.

Bunlardan başka topolojik Hamiltonien/Lagrangien yaklaşımı, fiziksel bileşenleri zamanla değişen sistemlere de uygulanabilir. Bu son iki problemi verdiğimiz yaklaşımın birer ileri çalışması olarak söylenebiliriz.

KAYNAKLAR

1. *Şen, N.:* "işlem Dinamiğinde Sistem Analoiisi ve Variyasyon Prensipleri", Elektrik Mühendisliği, Cilt 16, sayı 189, Eylül 1972.

2. *Şen, N* • -'Unified Energy Approach to the Analysis of Composite Systems", 5th Asilomar Conference on Circuits and Systems, Nov. 8.10, 1971, Naval Postgraduate School, Moıtterey, USA, (Proc. pp. 266-269).

3. *Kron, G.:* "Diacoptics", Macdonald Press, 1963.

4. *Meixner, J.:* "Thermodynamics of Electriçal Netvvorks and the Onsager-Casimir Reciprocal Relations", Jour. of Math. Physics Vol. 4, No. 2, Feb. 1963, pp. 154-159.

5. *Brayton, R. K.-Moser, K.:* "Theory of Non linear Netıvorks", Ouart., Appl. Math. Vol 22, April pp. 1-33 (part I), June 1964, pp. 31-103 (part II).

6 *Walker, A. C.: -'A* Nonlinear Finite Element Analysis of Shallow Circular Arches", Int J. Solid Str., Vol. 5, 1969, pp. 97-107.

7. *Chetayev, N. G.:* "The Stability of Motion", Pergamon Press, New York, 1961.

8. *Şen, N.:* "Topological Hamiltonian Equations Analysis of Networks and Their Sta bility Investigations by Lyapunov", Proc llth Midwest Symp. on Circuit Theory. Univ. of Nötre Dame, Indiana, USA, May, 13-14, 1968, (Proc. pp. 390-397).

9. *Pars, L. A.:* "A Treatise on Analytical Dyna mics", Heinman, London, 1965, England.

10. *Rouche, N.-Peif-fer, K.:* "Le Theorem de Lagrange-Dirichlet et la Deuxieme Methode de Lıapunoff", Ann. Soc. Scien. Bruxelles, Tome 81, no. l, 1967, pp. 19-33.