

# AYRIŞIK DENETİMDE GÜVENİLİRLİK SORUNU

A. Bülent ÖZGÜLER ve Konur A. ÜNYELİOĞLU (\*)

**M**erkezi denetim yerine ayrışık denetim yöntemi kullanma gereği bir çok uygulamada ve değişik nedenlerle ortaya çıkmaktadır. Enerji dağıtım sistemleri birbirinden uzakta çok sayıda santraller ve iletim hatlarından oluştuğundan her bir santralde yerel denetimle toplam sistemi denetleme, tüm yerel denetim sistemleri arasında bilgi alışverişini zorunlu kılan merkezi denetimden daha ucuzdur. Hidrolik, mekanik ve elektrik altsistemlerden oluşan melez bir sistemde, bir türden altsisteme yalnızca aynı tür elemanlar içeren bir yerel denetim sistemi tasarımı, hidrolikten mekaniğe, elektrikten hidroliğe, v.b. cinsten dönüştürücü kullanımını azaltacağı için hem ucuz hem de daha kolay olacaktır. Çok odalı ve oda dubarları ısı iletken olan bir binada, her bir odanın sıcaklığı yalnız o odanın sıcaklığını ölçerek ve radyatörünü ayarlayarak regüle edilebilirse bu şüphesiz basit ve ucuz bir ısı denetim sistemidir. Kolayca çoğaltabileceğimiz bu örneklerin ortak yanı denetim sisteminin tüm sistem çıkışlarını gözlemesine veya tüm sistem girişlerini denetlemesine gerek duymaması ve böylece bilgi iletişimde tasarruf sağlanmasıdır. Örneklenen türden ayrışık denetimin genel teorisi doğrusal ve zamanla değişmeyen sistemler için oldukça iyi bilinmektedir [12, 1, 2, 3, 5, 9]\*.

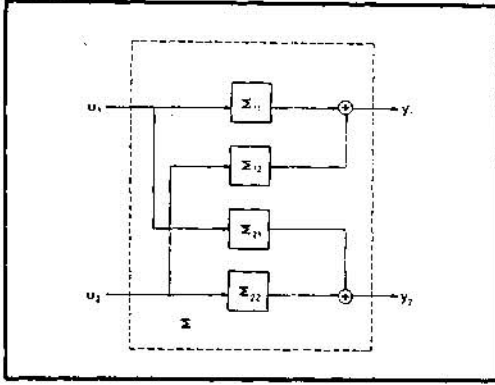


Ayrışık denetim alanında temel katkılarda bulunmuş ve denetim bilimciler arasında iyi tanınan birçok Türk araştırmacı vardır. Bunlar arasında Ü. Özgüner, M.E. Sezer, Ö. Hüseyin, T. Başar, N. Gündüş sayılabilir.) Bu teorinin ana sonucu şudur. Eldeki bir sürekli - zamanlı sistemi ayrışık denetim yöntemiyle kararlı yapabilmeyen gerek ve yeter koşulu sistemin sağ yarı düzlemde ayrışık değişmez özdeğerlerinin olmamasıdır, [12]. Bu sonucu Bölüm 3'de biraz daha ayrıntılı olarak vereceğiz.

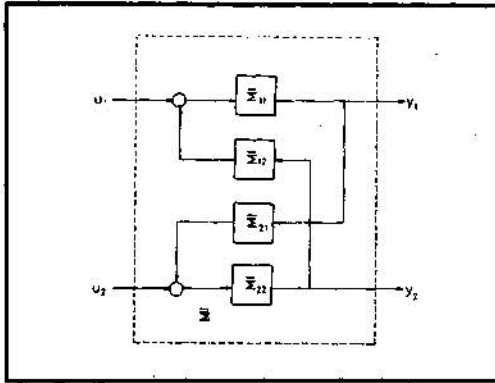
Geribeslemeli denetim sistemlerinin tasarımında önemli amaçlardan biri de kapalı devre sisteminin parametrelerindeki sapmalara karşı denetim sisteminin güvenilir olmasıdır. Parametre sapmaları çok değişik şekillerde modellenebilir, ancak bunları kabaca iki grupta toplamak mümkündür: sağlam ("robust") denetimde incelenen sürekli sapmalar ve sonlu sayıda sistemlerin birlikte kararlaştırılması probleminde [11] örneklenen sıçramalar. Burada ele aldığımız "arabaçlantı kopmalarında güvenilirlik" problemi ikinci gruba girer. Yukarıda verilen enerji dağıtım sistemi ve

bina ısınma sistemi örneklerinde ayrışık denetimin mümkün olduğunu varsayalım. Tasarımlanan ayrışık denetim sistemlerinin, birinci sistemde bazı iletim hatlarının kopması durumunda veya ikinci sistemde bazı duvarlara ısı yalıtımı eklenmesi durumunda kararlılaştırma işlevini sürdürebilmeleri nasıl sağlanır? Bu sorunun yanıtı tasarımcıyı güvenilir ayrışık denetim probleminin çözümüne götürecektir.

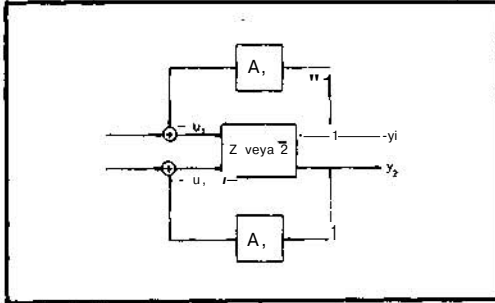
Bu yazıda, iki değişik türden arabaçlantıyla oluşturulan karmaşık (çok girişli, çok çıkışlı, doğrusal, zamanla değişmeyen) sistem için güvenilir ayrışık denetim problemini inceleyeceğiz. İlgilenilen sistemler Şekil 1 ve Şekil 2'de verilmiştir. Şekil 1'deki sistem,  $\mathcal{E}_n$  ve  $\mathcal{S}^n$  yerel sistemlerinin  $\mathcal{X}_{n,2}$  ve  $\mathcal{E}2$ , arabaçlantı sistemleriyle ileribesleme yoluyla bağlanmasıyla oluşturulmuştur. Şekil 2'deki sistem ise  $\mathcal{Z}_1$ , ve  $\mathcal{E}_{2,2}$  yerel sistemlerinin  $\mathcal{E}_{1,2}$  ve  $\mathcal{E}_{2,1}$  arabaçlantı sistemleriyle geribesleme yoluyla bağlanmasıyla elde edilmiştir. Ortaya çıkan iki - kanallı karmaşık sistemler, sırasıyla,  $\mathcal{I}$  ve  $\mathcal{E}$  olsun. Her iki sisteme de Şekil 3'de gösterilen biçimde bir denetim yöntemi uygulanacaktır. Burada  $\mathcal{A}_1$  ve  $\mathcal{A}_{2,1}$  yerel sistemlerin çıkışlarıyla beslenen ve girişlerini besleyen yerel denetim sistemleridir. Eğer ayrışık denetim yerine merkezi denetim yöntemi uygulanabilse, bu bize Şekil 4'de gösterilen  $\mathcal{A}_3$  ve  $\mathcal{A}_4$  gibi fazladan



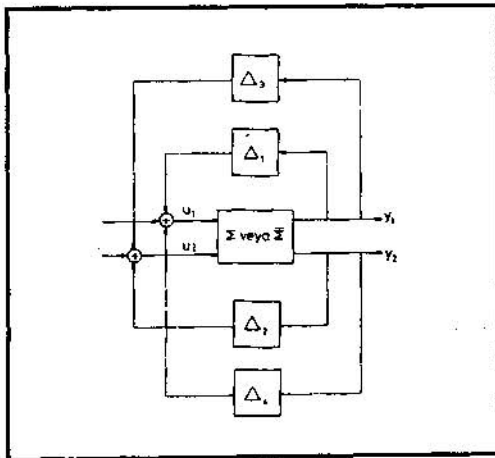
Şekil 1: İleri beslemeden bağlantılı sistem I



Şekil 2 : Geri besleme arabağlantılı sistem I



Şekil 3 : Ayrışık denetim



Şekil 4: Merkezi denetim

iki denetim sistemi daha kullanılabileceği olanağı verecek ve denetleyicinin ve bilgi iletişiminin karmaşıklaşması pahasına, denetim daha kolay yapılabilecekti. Toplam sistem I veya  $\bar{S}$  için Şekil 3'de kullanılan ayrışık denetleyici blok-köşegen yapıdaki

$$A: = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}$$

sistemidir.

inceleyeceğimiz denetim problemlerinden ikisinin tanımını şimdi verebiliriz.

(P1) Şekil 1'deki gibi bir ileri besleme arabağlantılı sistem  $\mathcal{L}$  verildiğinde,  $A_1$  ve  $A_2$  gibi öyle iki yerel denetleyici bulalım ki, Şekil 3'deki kapalı devre sisteminde her üç sistem çifti  $(\mathcal{L}_1, A_1)$ ,  $(\mathcal{L}_{22}, A_2)$  ve  $(I, A)$  iç-kararlı çiftler olsun,

(P2) Şekil 2'deki gibi bir geri besleme arabağlantılı sistem  $X$  verildiğinde,  $A_1$  ve  $A_2$  gibi öyle iki yerel denetleyici bulalım ki, Şekil 3'deki kapalı devre sisteminde her üç sistemden çifti  $(L_{11}, \Delta_1)$ ,  $(I_{22}, A_2)$  ve  $(I, A)$  iç-kararlı çiftler olsun.

Burada,  $(I, A)$  gibi bir sistem çiftinin iç-kararlı olması, bu iki sistemi içeren çevrimin bir noktasında uygulanan kararlı (veya üstel sönümlü) bir girişin çevriminin her noktasında kararlı çıkışlara yol açmasıdır, [7, 11]. Bir başka deyişle, iç - kararlı bir sistem çifti içeren bir çevrimde, kararlı girişler kararsız çıkışlar türetmez. Dikkat edilirse, (P1) ve (P2) problem tanımlarındaki üçüncü koşul ayrışık kararlılaştırma koşulu, yerel çevrimlerle ilgili birinci ve ikinci koşullar ise güvenilirliği sağlamak üzere eklediğimiz koşullardır. Bu koşulların sağlandığı bir tasarımın arabağlantı kopmalarına karşı nasıl bir güvenilirlik sağladığı aşağıdaki tabloda özetlenmiştir. Bu tabloda ayrıca Şekil 3'deki geri besleme bağlantılarında olabilecek kopmalarda da, (P1) problemini çözen bir tasarımın bazı ek avantajları yer almaktadır.

Güvenilir ayrışık kararlılaştırma probleminin çeşitli türleriyle ilgili çok sayıda kaynak vardır. Bunlar arasında [8, 6, 9, 10] ve bunlarda listelenen kaynaklara başvurulabilir. Bu yazıda sunulan sonuçlar [6] ve [10]'dan derlenmiştir.

## 2. İÇ - KARARLILIK VE KUVVETLİ KARARLILIK

Yukarıda kısaca söz edilen, bir sistem çiftinin iç - kararlılığı, denetim teorisinin en temel problemlerinden birisidir. Çağdaş denetim bilimi, orantı-türev-tümlev denetimden ("pidcontrol") oluşan klasik denetim yöntemine karşı ilk üstünlüklerinden birisini bu problemi tatmin edici bir çözüme ulaştırmakla sağlamıştır. Çözümde ana rolü oynayan ulaşılabilirlik ve gözlenebilirlik kavramları aynı zamanda en - iyi denetim ("optimal control") alanında da temeldirler.

Bir  $\mathcal{L}$  sistemini iç - kararlı yapan bir  $A$  denetleyici (yani, öyle bir  $A$  ki  $(L, A)$  çifti iç-kararlı) eğer ve ancak  $Z$  sisteminin sağ yarı düzlemindeki tüm özdeğerleri ulaşılabilir ve gözlenebilir ise vardır.

Doğrusal denetim alanının bu iyi bilinen sonucunu bir adım ileriye götürerek şu soruyu soralım: Verilen bir  $\mathcal{L}$  sistemini iç-kararlı yapan kendisi de kararlı olan bir  $A$  denetleyici nasıl bulunabilir? Bu sorunun yanıtı 1974'de Youla, Bongiorno ve Lu [13] tarafından verildi. Kuvvetli kararlılaştırma olarak adlandırılan bu "kararlı bir denetim sistemiyle iç-kararlılaştırma" probleminin ana çözüm koşulu  $I$ 'nin kutup ve sıfırları arasında bir tür girişim özelliğinin sağlanmasıdır. Bu sonucu vermeden önce iki tanım yapalım.

Kopma Türü		Şekil 1 ve 2de Arabağlantı kopmaları (P1) : $I_{1,2} = 0$ ve/veya $I_{2,1} = 0$ (P2) : $I_{1,2} = 0$ ve/veya $L_{2,1} = 0$	Şekil 3'de Geribesleme kopmaları $A_1 = 0$ veya $A_2 = 0$
Garantilenen Kararlılık			
(P1)	Yerel Sistemlerin Kararlılığı	Zn ve $X_{22}$ sistemlerini içeren yerel çevrimler kararlı kalmayı sürdürürler	Sağlam denetleyicinin bulunduğu yerel çevrim kararlı kalmayı sürdürür
	Toplam Sistemin Kararlılığı	Eğer ortaya çıkan açık-devre sistemin ayrışık değişmez özdeğerleri yoksa, toplam sistem kararlı kalır	Kapalı - devre sisteminin kararlılığı, açık-devre sisteminkinden daha kötü değildir
(P2)	Yerel Sistemlerin Kararlılığı	$L_{1,1}$ ve $Z_{22}$ sistemlerini içeren yerel çevrimler kararlı kalmayı sürdürürler	Sağlam denetleyicinin bulunduğu yerel çevrim kararlı kalmayı sürdürür
	Toplam Sistemin Kararlılığı	Eğer ortaya çıkan açık-devre sistemin ayrışık değişmez özdeğerleri yoksa, toplam sistem kararlı kalır	Garantilenen kararlılık yok.

Tanım 1. Eldeki X sisteminin dönüşüm matrisi  $Z(s)$  olsun. Eğer  $s_0$  gibi sonlu veya sonsuz bir karmaşık ("complex") sayı için  $Z(s_0) = 0$  ise buna sistem L'nin veya dönüşüm matrisi  $Z(s)$ 'nin toptan sıfırı ("blocking zero") denir.

Bu terim ilk kez 1977'de P.G. Ferreira ve S.P. Bhattacharyya tarafından kullanılmıştır ve "blocking" deyimini kutupları bu tür sıfırlar arasında olan bir girişin sistem çıkışında kaybolması nedeniyle kullanılmıştır. Bu özellik başka tür sıfırlarda da bulunduğundan, biz "loptan" deyimini yeğliyoruz.)

Tanım 2. Sonsuz da içeren gerçel ("real") sayılar kümesinin iki alt kümesi K ve S olsun. Bu sayılar gerçel eksen üzerinde işaretlendiğinde eğer S'nin her iki elemanı arasında hep çift sayıda K elemanı varsa,  $\langle K, S \rangle$  sıralı çifti girişim özelliğini sağlar (veya K ile S arasında girişim özelliği var) denir.

Bunu bir örnekle açıklayalım; K ve S kümeleri şöyle olsun:

$$K = \{1, 2, 5, 7, 8, 11, 60\} \quad S = \{0, 4, 9, 10, \infty\}$$

Bu küme çifti, 4 ve 9 arasında tek sayıda K elemanı bulunduğundan, girişim özelliğini sağlamaz. Ancak, K kümesinden 5 (veya 7, veya 8, veya 5, 7, 8 elemanlarının üçü birden) atıldığında elde edilen küme ile S arasında girişim özelliği vardır.

Bu tanımlar [13]'ün ilginç sonucunu verebilmek için yerelidir.

Verilen bir I sistemini kuvvetli kararlaştırılan bir A denetleyicisi eğer ve ancak (1) I'nın sağ yarı düzlemdeki tüm özdeğerleri ulaşılabilir ve gözlenebilir ise ve (2) Z'nin sağ yarı gerçel eksenindeki (yani, gerçel değerli ve artı işaretli) kutupları ile toptan sıfırları arasında girişim özelliği varsa bulunabilir.

### 3. AYRIŞIK DENETİM

Burada, ayrışık denetimin uygulanabileceği en basit, iki kanallı (yani iki grup girişi ve iki grup çıkışı olan) sistemler için, ayrışık kararlılaştırma problemini biraz daha ayrıntılı olarak inceleyelim. Verilen iki kanallı bir Z sistemine Şekil 3'deki gibi yerel denetim yöntemi uygulayarak toplam çevrimi (veya (I, A) sistem çiftini) iç-kararlı yapma probleminin çözüm koşulunun, Z'nin sağ yarı düzlemde ayrışık değişmez özdeğerlerinin olmaması olduğunu biliyoruz.

Tanım 3. Sonlu bir karmaşık sayı  $s_d$ , Y. sisteminin bir özdeğeri olsun. Eğer  $s_d$  aynı zamanda, tüm statik geribesleme sistemleri için, yani dönüşüm matrisleri sabit olan tüm  $A_1$  ve  $A_2$  denetim sistemleri için, Şekil 3'deki kapalı çevrim sisteminin de bir özdeğeri ise buna Z'nin ayrışık değişmez özdeğeri denir.

Bu tanım ışığında, ayrışık kararlılaştırma problemi için verilen çözümü şöyle de ifade edebiliriz: Statik yerel denetleyiciler altında değişmez olan özdeğerler, dinamik yerel denetleyiciler kullanılsa da değişmez kalırlar. Bundan, ayrışık değişmez özdeğerlerin, sistemin ulaşılabilir veya gözlenemez özdeğerlerini kapsadığını kolayca görebiliriz. Çünkü bu sonraki özdeğerler tam tamına merkezi (dolayısıyla ayrışık) denetim altında değişmez kalanlardır. Sistemin ulaşılabilir ve gözlenemez özdeğerlerinin bir tür genellemesi olan, ayrışık değişmez özdeğerler ayrışık denetimin en temel kavramıdır. Verilen bir sistemin ayrışık değişmez özdeğerlerinin olup olmadığının belirlenmesi için çeşitli kolay testler vardır, [12, 1, 9]

### 4. GÜVENİLİR AYRIŞIK DENETİM

Giriş bölümünde tanımlanan (P1) ve (P2)'nin çözümlerini

vermeden önce, bir dönüşüm matrisinin polinom matrislerin oranı şeklindeki gösteriliminden [7] kısaca söz edelim. Giriş sayısı m, çıkış sayısı p olan bir Z sisteminin dönüşüm matrisi Z(s) olsun. Bilindiği gibi Z(s)'nin her elemanı s karmaşık değişkeninin gerçel katsayılı bir fonksiyonudur. Başka bir deyişle Z(s)'nin her elemanı s'nin aralarında asal (veya kökleri çakışmayan) iki polinomunun oranı olarak yazılabilir. Bunun bir sonucu olarak, Z(s) matrisinin kendisi de aralarında asal iki polinom matrisinin oranı olarak yazılabilir. Ancak burada, matris çarpımlarında yer değiştirme özelliği her zaman sağlanmadığı için, iki değişik gösterim biçimi vardır. Sırasıyla, sol asal ve sağ asal gösterim olarak adlandırılan bu iki yazılış

$$Z(s) = D(s)^{-1} N(s) = P(s)Q(s)^{-1}$$

şeklinde dir. Burada D(s), N(s), P(s) ve Q(s) polinom matrisleri, sırasıyla p x p, p x m, p x m ve m x m boyutunda s'nin gerçel matris katsayılı fonksiyonlarıdır; ayrıca, (D(s), N(s)) matris çifti aralarında sol asal ve (P(s), Q(s)) matris çifti de aralarında sağ asaldır. Bizim için bu tür gösterimlerin ilginç yanı Z sisteminin kutup ve sıfırlarını bunlardan kolayca görebilmemizdir. Şu ilişkiler geçerlidir.

$$\begin{aligned} \{Z\text{'nin kutupları}\} &= \{D(s)\text{'nin determinantının kökleri}\} \\ &= \{Q(s)\text{'nin determinantının kökleri}\} \\ &= (N(s_0) = 0) \text{ sağlayan karmaşık } s_0 \text{ sayıları} \\ &= \{P(s_0) = 0\} \text{ sağlayan karmaşık } s_0 \text{ sayıları} \end{aligned}$$

Artık (P1) ve (P2) problemlerinin çözüm koşullarını verebiliriz. Önce (P1)'i ele alalım.

Şekil 1'de görülen  $\mathcal{E}_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2$  sistemlerinin dönüşüm matrisleri  $Z^{\wedge}(s)$ ,  $i, j = 1, 2$  olsun. Bu dört rasyonel matrisin sol ve sağ asal gösterimlerini de  $i, j = 1, 2$  için

$$Z_i(s) = D_i(s)^{-1} N_i(s) = P_i(s) Q_i(s)^{-1}$$

şeklinde yazalım. Toplam Z sistemini ilgilendiren aşağıdaki kutup ve toptan sıfır kümeleri (P1)'in çözümünde temel bir rol oynarlar.

$$K := \{Z_{12} \text{ veya } Z_{21} \text{ 'in kutupları}\}$$

$$S := \{\text{sağ yarı gerçel eksendeki } D_{11}(s_0) Z_{12}(s_0) Q_{22}(s_0) = 0 \text{ veya } D_{22}(s_0) Z_{21}(s_0) P_{11}(s_0) = 0 \text{ sağlayan } s_0 \text{ sayıları}\}.$$

Önerme 1. İleribesleme arabağlantı sistem Z için (P1) problemi eğer ve ancak (1) Z'nin sağ yarı düzleme ayrışık değişmez özdeğerleri yoksa ve (2)  $\sup K, S$  kümeleri arasında girişim özelliği varsa çözülebilir.

Şimdi de (P2) problemini ele alalım.

Şekil 2'de görülen  $Z_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2$  sistemlerinin dönüşüm matrisleri  $\bar{Z}_i(s)$ ,  $i, j = 1, 2$  olsun. Bu dört rasyonel matrisin sol ve sağ asal gösterimlerini de  $i, j = 1, 2$  için

$$\bar{Z}_i(s) = \bar{D}_i(s)^{-1} \bar{N}_i(s) = \bar{P}_i(s) \bar{Q}_i(s)^{-1}$$

şeklinde yazalım. Toplam Z sistemini ilgilendiren aşağıdaki kutup ve toptan sıfır kümeleri yine çözümde temel bir rol oynarlar.

$$K := \{\mathcal{E}_{12} \text{ veya } \hat{\mathcal{E}} \text{ 'in kutupları}\}$$

$$\bar{S} := \{\text{sağ yarı gerçel eksendeki } \bar{N}_{11}(s_0) \bar{Z}_{12}(s_0) \bar{P}_{22}(s_0) = 0 \text{ veya } \bar{D}_{22}(s_0) \bar{Z}_{21}(s_0) \bar{P}_{11}(s_0) = 0 \text{ sağlayan } s_0 \text{ sayıları}\}.$$

$$\bar{N}_{22}(s_0) \bar{Z}_{21}(s_0) \bar{P}_{11}(s_0) = 0 \text{ sağlayan } s_0 \text{ sayıları}.$$

Önerme 2. Geribesleme arabağlantılı sistem Z için (P1) problemi eğer ve ancak (1) Z'nin sağ yarı düzlemde ayrışık değişmez özdeğerleri yoksa ve (2)  $\sup K, S$  kümeleri arasında girişim özelliği varsa çözülebilir.

Bu iki önermedeki (1) koşulu ayrışık denetim için sağlanması gereken koşuldur. Koşul (2) ise ayrışık denetimin güvenilirliği için gereken ek koşuldur. Her iki problemde de K ve S kümeleri arabağlantı sistemlerinin kutuplarından oluşmuştur. Diğer iki küme S ve  $\bar{S}$  ise, kabaca, arabağlantı sistemlerinin toptan sıfırları ile birinci problemde yerel sistem kutuplarının, ikinci problemde de yerel sistem sıfırlarının bir tür birleşiminden oluşmuştur. Böylece, S'deki yerel sistem kutuplarının yerini  $\bar{S}$ 'de yerel sistem sıfırlarının aldığını görüyoruz. Bazı ince teknik noktaları bir yana bırakırsak, (P1) ve (P2) için çözüm koşullarını kolay anlaşılır bir şekilde söyleyebiliriz. Her iki arabağlantılı sistem için ayrışık kararlılaştırma probleminin çözümlü olduğunu varsayalım. Problem(P1)'in çözümü için gerek ve yeter koşul arabağlantı sistemlerinin kutupları ile yerel sistemlerin kutupları ve arabağlantı sistemlerinin toptan sıfırlarının birleşimi arasında girişim özelliğinin sağlanmasıdır. Problem (P2)'nin çözümü için gerek ve yeter koşul ise, arabağlantı sistemlerinin kutupları ile yerel sistemlerin sıfırları ve arabağlantı sistemlerinin toptan sıfırlarının bileşimi arasında girişim özelliğinin sağlanmasıdır. Yerel sistem kutup ve sıfırlarının (P1) ve (P2) de oynadığı bu eşlek ("dual") rol bir rastlantı değildir; ileribesleme ve geribesleme arabağlantılı karmaşık sistemler arasındaki temel bir dualitenin sonucudur. [10].

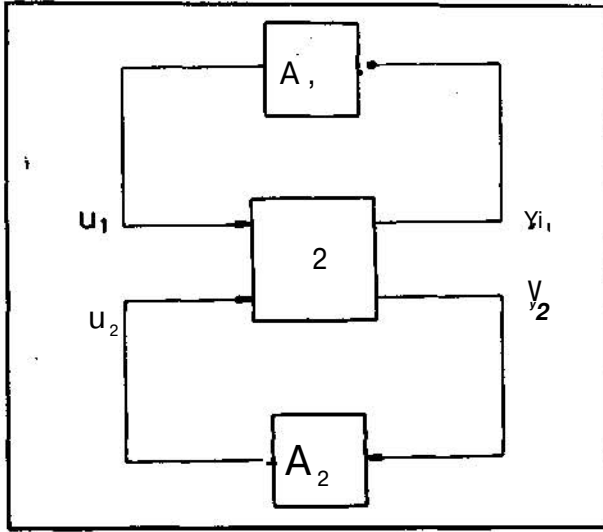
Yukarıdaki önermelerde verilen çözüm koşullarını daha iyi anlamak için (P1) ve (P2)'nin bir özel durumunu inceleyelim.

Şekil 1 ve 2'deki arabağlantı sistemlerinin dördünün de kararlı sistemler olduğu durumu düşünelim. Bu  $Z_{12}, Z_{21}$  ve  $Z_{11}, Z_{22}$  sistemlerinin sağ yarı ekseninde kutuplarının olmaması demektir, yani K ve S boş kümelerdir. Böylece her iki önermenin (2) koşulu doğrudan sağlanır. Diğer yandan, her iki karmaşık sistemin de sağ yarı düzlemde ayrışık değişmez özdeğerlerinin olmadığı bilinen testlerle gösterilebilir. Böylece, kararlı arabağlantı sistemleriyle oluşturulmuş ileribesleme ve geribesleme arabağlantılı sistemlerde güvenilir ayrışık denetim her zaman yapılabilir. Bir çok karmaşık sistem yalnızca kararlı arabağlantılar içerdiğinden, bu sonucun uygulamadaki önemi küçümsenemeyecek boyuttadır.

## 5. YEDEKLİ DENETİM

Güvenilir ayrışık denetimin ilginç bir uygulaması olarak şu problemi inceleyelim. Şekil 5'deki geribeslemeli sistemi ele alalım.

Bu ayrışık denetim sisteminde  $A_1$  ve  $A_2$  denetleyicilerinden ana sistem Z'yı hem tek başlarına hem de birlikte kararlı yapmaları istenmektedir. Yani, verilen Z için öyle iki denetim sistemi  $A_1$  ve  $A_2$  bulalım ki,  $(Z, A_1)$ ,  $(Z, A_2)$  ve  $(Z, A)$  sistem çiftlerinin üçü de iç-kararlı olsun. Burada A,



Şekil : 5 Yedekli denetim

giriş bölümünde tanımlandığı gibi köşegenlerinde  $A_1$  ve  $A_2$  bulunan ayrışık denetleyicidir. Dikkat edilirse, bu problemi çözen denetleyiciler birbirinin yedeği durumdadır; iki denetim sisteminden birinin devre dışı kalması durumunda diğer denetleyici ana sistemi kararlı kılma görevini sürdürür. Bu nedenle bu probleme yedekli denetim adı verilmiştir. [9].

Buradaki ana istem  $Z$ 'nin (P1)'deki gibi bir arabağlantı sistemi olması gerekmediğini hemen belirtelim. Yine de (P1) ile bu problem arasında sıkı bir ilişki vardır. Burada ayrıntısına girmeyeceğimiz bu ilişkiden yola çıkarak aşağıdaki sonuç elde edilebilir. Ana sistem  $Z$ 'nin dönüşüm matrisini  $Z(s)$  ile göstereyim. Denetim sistemleri  $A_1$  ve  $A_2$  tarafından kullanılan giriş ve çıkışlarına göre  $Z(s)$ 'yi bölmüleyerek

$$Z(s) = \begin{bmatrix} Z_{11}(s) & Z_{12}(s) \\ Z_{21}(s) & Z_{22}(s) \end{bmatrix}$$

şeklinde yazalım.

Önerme 3. Yedekli denetim problemi eğer ve ancak (1)  $Z$ 'nin sağ yarı düzlemdeki tüm özdeğerleri birinci kanaldan ulaşılabilir ve gözlenebilir ise, (2)  $Z$ 'nin sol yarı düzlemdeki tüm özdeğerleri ikinci kanaldan ulaşılabilir ve gözlenebilir ise ve (3)  $Z$ 'nin kutupları ile  $Z_{12}(s)$  ve  $Z_{21}(s)$  dönüşüm matrislerinin toptan sıfırları arasında girişim özelliği varsa çözülebilir.

Burada (1) ve (2) koşulları yedekli denetimde  $A_1$  ve  $A_2$ 'nin  $E$ 'yi tek başlarına kararlı yapmaları koşulundan dolayı zaten gerekli olan koşullardır. Dolayısıyla problemin temel çözüm koşulunun yine bir girişim özelliği olduğunu görürüz.

## 6. SONUÇ

Güvenilir ayrışık kararlılaştırma ve yedekli kararlılaştırma

problemlerinin çözümü için eldeki karmaşık sistemin sağlanması gereken koşulları verdik. Bu koşullar sağlandığında, istenen türden bir denetleyicinin nasıl bulunacağına ise hiç girmedik. Burada yalnızca, tasarımcının ayrışık kararlılık problemini çözen herhangi bir denetleyici ile güvenilirlik veya yedek denetim amaçlarına ulaşamayacağını, tasarımın baştan bu amaçlara yönelik yapılması gerektiğini belirtmekle yetinelim.

Elde ettiğimiz sonuçların oldukça teknik ve denetim tasarımcılarına özgü jargonla dolu olmalarına karşın, bu sonuçlardan herkesin anlayabileceği nitelikte bazı kurallar türetebiliriz:

(a) Kararlı arabağlantı sistemleriyle oluşturulmuş bir karmaşık sistemin güvenilir ayrışık denetimi her zaman mümkündür.

(b) Güvenilirliğin sağlanması sistemin bazı kutupları ve toptan sıfırları arasında bir tür girişim özelliğinin var olmasına bağlıdır.

(c) ileribesleme ve geribesleme yoluyla oluşturulmuş arabağlantılı karmaşık sistemlerde, yerel sistem kutup ve sıfırları güvenilirliğin sağlanması açısından eşlek bir rol oynarlar, (d) Zamana periyodik bağımlı denetleyicilerin denetlenen sistemin toptan sıfırlarını yok ettikleri bilinmektedir, [4]. Bunun ve (b)'nin bir sonucu olarak, zamana periyodik bağımlı denetim sistemleri kullanılırsa, güvenilirlik daha kolay sağlanabilecektir.

## KAYNAKLAR

- [1] Anderson, B D O. and D.J. Clements, "Algebraic characterization of fixed modes in decentralized control", Automatica, Vol. 17, pp. 703-712, 1981
- [2] Corfmat, J.P. and AS. Morse, "Decentralized control of linear multivariable systems", Automatica, Vol 8, pp. 479-495, 1976,
- [3] Desoer, C A. and N. Gündes, Algebraic Theory of Linear Feedback Systems with Full and Decentralized Compensators, Springer-Verlag, Berlin, 1990
- [4] Khargonekar, P.P., K. Poolla, and A. Tannenbaum, "Robust control of linear timeinvariant plants using periodic compensators", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-30, No. 11, pp. 1088-1096, 1985.
- [5] Özgüler, A.B., "Decentralized control: A stable proper fractional approach", IEEE Trans. On Automat. Control, Vol, 35, No. 10, pp. 1109-1117, 1990,
- [6] Özgüler, AB. and M. Hıraoğlu, "Implications of a characterization result on strong and reliable decentralized control", Modelling, Robustness and Sensitivity Reduction in Control Systems, NATO ASI Series Vol. F 34, Edited by R.F. Curtain. 1987.
- [7] Rosenbrock, H.H., State-space and multivariable theory, Nelson, 1970.
- [8] Sezer, M.E. and Ö. Hüseyin, "Stabilization of linear time-invariant interconnected systems using local state feedback", IEEE Trans. on Sys. Man and Cyb., Vol. 8, pp. 751-756, 1978
- [9] Sijak, D.D., Decentralized control of complex systems, Academic Press, Inc., boston, 1991.
- [10] Ünyeloğlu, K.A. and AB. Özgüler, "Reliable decentralized stabilization of feedforward and feedback interconnected systems", (preprint) Bilkent University, Bilkent 06533 Ankara.
- [11] Vidyasagar. M., Control System Synthesis: A Factorization Approach, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1985.
- [12] Wang, S H. and E.J. Davison, "On the stabilization of decentralized control systems", IEEE Trans. on Automat. Control, Vol. 18, pp. 473-478. 1974.
- [13] Youla, D C, J.J. Bongiorno, and C.N. Lu, "Single-loop feedback stabilization of linear multivariable plants", Automatica, Vol 10, pp. 159-166. 1974.