

Elektrik Makinelerinde Geçici Rejim Etüdü İçin Yeni Metodlar

Nihat TAYLAN
Y. Müh.
E. E. t M.

Elektrik makinelerinin projelendirilmesinde, etüdünde ve karakteristiklerinin ayarlanmasında geçici rejim tam bir esas teşkil etmektedir. Bir Senkron makinenin reaktanslarının veya bir regülatörün (gerilim veya devir sayısı regülatörü) zaman sabitelerinin ve stabilite sınırının tâyininde geçici rejim etüdü şart olmuştur. Cihazın (regülatör, generatör v. s.) zamanla değişen şebeke şekli ve çalışma tarzına göre sabite ve ayarlarının da değişeceği gayet tabidir. Bu sebepten işletme mühendislerinin de yeni şartlara göre makinenin geçici rejim etüdünü yapıp ayarları yeni baştan tanzim etmeleri gerekir.

Görülüyorki geçici rejimin etüdü artık proje mühendisinden işletme mühendisine kadar bütün elemanlar için kaçınılmaz bir saha olmuştur.

Elektrik makinelerinin geçici rejimlerinin etüdünde (bu yazıda sadece Senkron makine nazari itibara alınacaktır) PARK TRANSFORMASYONU, LAPLACE TRANSFORMASYONU ve MATRİS HESAPLARI ön plânda gelir. Bu sayede senkron makinede salınımlar, yük darbeleri, senkron makinenin asenkron çalışması, senkron makinenin sonsuz büyük bir şebekeye bağlanması, stabilite problemleri v. s., gayet sıhhatle etüt ve hesaplanmış olur. Park teorisine girmeden yani sadece boyuna eksenini nazari itibara alarak ancak boşta çalışma veya sadece endüktif yük hallerinin etüdü kabildir. Diğer hallerde kutup tekerleği açısının ortaya çıkması, enine eksenini de nazari itibara almağa mecbur küar.

Konuyu genişletmemek gayesi ile yukarıda ele alınan metotlar meyanında Matris hesap metoduna yer verilmedi. Ancak bu durumda aşağıda verilecek hesaplarımızın bir kısmında matris hesaplarıyla kolay ve çabuk varılabilecek neticeleri biraz daha uzun yollar takip etti.

1—LAPLACE TRANSFORMASYONU:

Burada Laplace transformasyonlarının sadece teknik problemlere tatbik şekli verilecektir, teorisi için yazının sonunda izahlı Literatür verilmiştir. Bu arada okuyucu bilhassa almanca yazılmış olan ve bu mevzuaya ait konferansları derleyen 'Die laplace transformation und ihre anwendung in der regelungstechnik' R. Herschel-Oldenburg verlag,

München, adlı kitapta DOETSCH in laplace transformasyonlarına ait zarif ve kolay anlaşılır yazılarından istifade edebilir. Böylelikle bir yığın integral denklemleri, kompleks düzlemde integral alma, Fourier serileri teorisine girmekten kaçınılmaz olur.

Laplace transformasyonları elektrikte ekseri geçici rejimi veren Lineer denklemlerin basit cebirsel denklemlere dönüşümünde, dolayısıyla kolayca çözümlerinde kullanılır. Bütün zorluklar laplace ile dönüştürülen lineer denklemi tekrar ters transforme (inverse transformasyon) etmektir.

Aşağıdaki bağıntı yardımı ile her hangi bir fiziki büyüklük olan $f(t)$ fonsiyonundan bir $p(s)$ fonsiyonuna geçmek mümkündür, işte bu transformasyona laplace transformasyonu diyoruz:

$$P(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt = \mathcal{L} f(t) \quad (1)$$

yalnız burada $f(t)$ fonsiyonu $t < 0$ için 0 olsun ve $t > 0$ için de integrasyonu sağlasın.

Doetsch, Gardner - Barnes gibi matematikçilerin verdiği bu form; Carson, Wagner ve diğerleri tarafından biraz değişik olarak aşağıdaki gibi verilmektedir :

$$g(p) = p \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt = \mathcal{L} f(t) \quad (2)$$

Biz bundan böyle bu son şekil ile hesapları yapacağız. Burada şuna dikkat etmek lâzımdırki, başta hangi usulle (doetsch veya Wagner) başlanırsa sonuna kadar o şekil üzerinde kalmak gerekir.

Formülde $f(t)$ fonsiyonuna Orjinal (üst saha) fonsiyon, $f(p)$ fonsiyonuna ise Resim (alt saha) fonsiyonu denilmektedir. \hat{T} 'nin manası $f(t)$ fonsiyonunun transforme edildiğini belirtir. Ters (inverse) dönüşümde yani resim fonsiyonundan orjinal fonsiyona geçişte $f(p) \rightarrow f(t)$ şeklinde gösterilir. Reel ve Imaginer (reel kısım > 0) değerlerin toplamından meydana gelen kompleks laplace kat sayısını Doetsch s harfi ile, Wagner ise p harfi ile göstermektedir. Transformasyonun zamana bağlı bir fonsiyonu kompleks bir sayıya bağlı bir fonsiyona çevirdiğini ifade için nazari itibara alınan fonsiyonun üzerine rs işareti konur.

Laplace transformasyonlarından bahseden kitapların sonunda daima bazı belirli ve hesaplarda çok geçen fonksiyonların dönüşümlerini korrespondan fonksiyonlar) veren tabloların ilâvesi adet olmuştur (tablo I).

2—Integral kaidesi:

$$\int_0^{\infty} f(t) g(t) dt = \int_0^{\infty} f^*(p) g^*(p) dp \quad (5)$$

Tablo I.-

Orjinal fonksiyon $f(t)$	Resim fonksiyonu $f(p)$: $t: R(i)$
1	$\frac{1}{p}$
t	$\frac{1}{p^2}$
$n!$	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{p+\alpha}$
$\frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t})$	$\frac{1}{p(p+\alpha)}$
$\frac{1}{\alpha} (e^{\alpha t} - 1)$	$\frac{1}{p(p-\alpha)}$
$\cos \alpha t$	$\frac{p}{p^2 + \alpha^2}$
$\sin \alpha t$	$\frac{\alpha}{p^2 + \alpha^2}$
$t \cos \alpha t$	$\frac{p^2 - \alpha^2}{(p^2 + \alpha^2)^2}$
$t \sin \alpha t$	$\frac{2\alpha p}{(p^2 + \alpha^2)^2}$
$\cos^2 \alpha t$	$\frac{p(p^2 - 3\alpha^2)}{(p^2 + \alpha^2)^2}$
$\sin^2 \alpha t$	$\frac{p(p^2 + \alpha^2)}{(p^2 + \alpha^2)^2}$
$\sin m t \cdot \sin n t$	$\frac{t \ll fi p^*}{(p^2 + \alpha^2 + \beta^2)^2 - 4\alpha\beta^2}$
$\cos \alpha t \cdot \cos \beta t$	$\frac{p^2 (p^2 + \alpha^2 + \beta^2)}{(p^2 + \alpha^2 + \beta^2)^2 - 4\alpha^2 \beta^2}$
$\sin \alpha t \cdot \cos \beta t$	$\frac{Uf > (i > 4^{**} - fl^*)}{(p^2 + \alpha^2 + \beta^2)^2 - 4\alpha^2 \beta^2}$

Laplace dönüşümlerini teknik bir probleme tatbik etmeden evvel bazı kaideleri vermek gerekir. Misallerin çözümü esnasında kolayca anlaşılacak olan bu kaidelerin ispatını yapmayı sadece neticelerini vereceğiz:

1—Türev kaideleri:

$$\int_0^{\infty} \left[\frac{df(t)}{dt} \right] dt = p g(p) - p \cdot f(0) \quad (3)$$

$$\int_0^{\infty} \left[\frac{d^2 f(t)}{dt^2} \right] dt = p^2 g(p) - p^2 f(0) \quad (4)$$

3—Katlama kaidesi (Convolution) :

İki $f_1(t)$ ve $f_2(t)$ gibi ($t > 0$) fonksiyon ele alınırsa, aşağıdaki şekilde teşkil edilecek üçüncü $f_3(t)$ fonksiyonuna,

$$f_3(t) = \int_0^t f_1(z) f_2(t-z) dz \quad (6)$$

bu iki fonksiyonun KATLANMASI adı verilir. Bu katlama işi $f_3 = f_1 * f_2$ sembolü ile gösterilir ve fonksiyonların yazılış sırasına $f_2 * f_1 = f^* * f_2$ tabii değildir. Bu operasyonla orjinal sahadaki komplike katlama [$\wedge(O' \wedge U)$] işi resim sahasında tam bir elemanter çarpımı verir:

$$\mathcal{L}[f_1(t) * f_2(t)] = \int_0^t f_1(z) f_2(t-z) dz = \int_0^t f_1(t-z) f_2(z) dz$$

$$= \frac{1}{p} g_1(p) \cdot g_2(p) \quad (7)$$

4 — Kayma kaidesi:

Resim sahasında bir fonksiyon bir eksponansiyel fonksiyonla e^{-ap} ($a > 0$) çarpılırsa, orijinal sahadaki zaman fonksiyonu a kadar bir gecikme (kayma) verir:

$$\mathcal{L}[f(t-a)] = e^{-pa} \cdot g(p) \quad (8)$$

5 — Ters transformasyon :

• Laplace transformasyonu vasıtası ile elde edilen resim fonksiyonundan tekrar zaman değişkenini havi fonksiyona geçmek için metod olarak teknikte en çok kullanılan Parsiyel (ayırma) metodu ele alacağız:

Resim fonksiyonu şu şekilde olsun:

$$\tilde{\Psi}(p) = \frac{M(p)}{N(p)}$$

$$= \frac{b_{n-1} p^{n-1} + b_{n-2} p^{n-2} + \dots + b_0}{Q p^d + p^{d-1} + \dots + a} \quad (9)$$

Buradan $f(t)$ fonksiyonunu bulmak için (a ve b sabitleri reel büyüklükler) paydadaki denklemin kökleri bulunarak:

$$N(p) = (p-p_1)(p-p_2)(p-p_3) \dots \quad (10)$$

resim fonksiyonunu şu şekilde yazabiliriz:

$$\frac{M(p)}{N(p)} = \frac{M(p)/a_n}{(p-p_1)(p-p_2)(p-p_3) \dots}$$

$$= \frac{K_1}{p-p_1} + \frac{K_2}{p-p_2} + \frac{K_3}{p-p_3} + \dots \quad (11)$$

Bu özdeşliği çözüp K_1, K_2, K_3, \dots değerleri bulunur:

$$K_1 = \frac{M(p_1)/a_n}{(p_1-p_2)(p_1-p_3) \dots}$$

$$K_2 = \frac{M(p_2)/a_n}{(p_2-p_1)(p_2-p_3) \dots}$$

$$K_3 = \frac{M(p_3)/a_n}{(p_3-p_1)(p_3-p_2) \dots}$$

Bu değerler denklem (11) de yerine konursa, denklem parçalara ayrılmış olur. Şimdi her basit parça için ya tablo I den karşılığı olan (orijinal) zaman fonksiyonu alınır, veya bizzat hesaplanarak toplanırsa $f(t)$ fonksiyonu elde edilmiş olur.

Misal:

$$\mathcal{L}^{-1} \frac{1}{p^2(p+\alpha)} = f(t)$$

$$\frac{1}{p^2(p+\alpha)} = \frac{K_1}{p^2} + \frac{K_2}{p} + \frac{K_3}{p+\alpha}$$

$$= \frac{K_1(p+\alpha) + K_2(p+\alpha)p + K_3 p^2}{p^2(p+\alpha)}$$

$$A \equiv (K_2 + K_3) p^2 + (K_1 + \alpha K_2) p + K_1 \alpha$$

$$K_1 = \frac{1}{\alpha}, K_2 = -\frac{1}{\alpha}, K_3 = \frac{1}{\alpha}$$

$$f(t) = \frac{t^2}{2\alpha} - \frac{t}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha^3} - \frac{e^{-\alpha t}}{\alpha^3}$$

böylelikle zaman sahasına inilir.

İkinci basit misal olarak generatörde yük atma esnasında gerilim regülatörünün tesiri ile kutup tekerleğinde zamana bağlı olarak seyreden akım komponentinin denklemini ele alalım. Akım denkleminin mahiyeti ve çıkarılışı burada belirtmeyecek sadece Laplace transformasyonunun tatbik şekli ele alınacaktır. Denklem şu şekilde tezahür eder:

$$\frac{d}{dt} i_2 + \frac{i_2}{T_0} = -\frac{i_a}{T_0} (1 - e^{-\frac{t}{T_2}})$$

Burada i_2 = Regülatörün tesirine tekabül eden kutup tekerleği akımı, T_0 = boşa çalışma zaman sabitesi, i_a = stasyonier kutup tekerleği akımı, T_2 = ayar devresi (ikaz+regilatör) zaman sabitesidir.

Şimdi bu denklemi çözmek, yani i_2 akımının zamana bağlı denklemini çıkarmak için yukarıda verilen birinci dereceden lineer differansiyel denklemi Bernoulli veya Lagranj metodu ile çözmek gerekir. Bu uzun ve yorucu yollar yerine laplace ile kolayca neticeye varılır; o halde önce yukarıdaki denklemden laplace ile $\langle p \rangle$ fonksiyonuna geçeceğiz, differansiyel denklem böylelikle

basit bir cebirsel denklem haline girecek, bu denklemi i_2 ye göre çözüp tekrar bir kere daha ters transformasyonla i_2 nin zamana bağlı $i_2(t)$ denklemine geçmiş olacağız:

$$\frac{d}{dt} i_2 + \frac{i_2}{T_0} = -\frac{i_0}{T_0} (1 - e^{-\frac{1}{T_2} t})$$

$$p \tilde{i}_2 + \frac{\tilde{i}_2}{T_0} = -\frac{i_0}{T_0} (1 - e^{-\frac{1}{T_2} t})$$

Tablo I den

$$\frac{1}{T_0} (1 - e^{-\frac{1}{T_2} t}) = \frac{1}{L_2} \text{ korrespondan}$$

fonksiyonu burda yerine konursa:

$$\tilde{i}_2 (p + \frac{1}{T_0}) = -\frac{i_0}{T_0 T_2} \cdot \frac{1}{p + \frac{1}{T_2}}$$

$$\tilde{i}_2 = -\frac{i_0}{T_0 T_2} \cdot \frac{1}{p + \frac{1}{T_2}}$$

Şimdi ters transformasyonla zaman fonksiyonuna geçelim; bunun için parsiyel ayırma ile:

$$\frac{i_0}{T_0 T_2} \cdot \frac{1}{p + \frac{1}{T_2}} = \frac{K_1}{p + \frac{1}{T_0}} + \frac{K_2}{p + \frac{1}{T_2}}$$

Burada:

$$K_1 = -\frac{T_0 T_2}{T_0 - T_2}, \quad K_2 = \frac{T_0 T_2}{T_0 - T_2}$$

bulunur. Bu değerleri yerine korskak:

$$L^* = -T_0 T_2 \left[\frac{1}{T_0 - T_2} e^{-\frac{1}{T_0} t} + \frac{1}{T_0 - T_2} e^{-\frac{1}{T_2} t} \right]$$

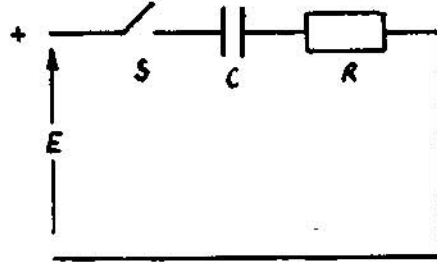
Yine tablo I den istifade ederek:

$$i_2 = -\frac{i_0}{T_0 T_2} \left[-\frac{T_0 T_2^2}{T_0 - T_2} (1 - e^{-\frac{1}{T_2} t}) + \frac{T_0^2 T_2}{T_0 - T_2} (1 - e^{-\frac{1}{T_0} t}) \right]$$

buradan kolaylıkla sonuç çıkar :

$$i_2 = -i_0 \left[1 - \frac{T_0}{T_0 - T_2} e^{-\frac{1}{T_0} t} + \frac{T_2}{T_0 - T_2} e^{-\frac{1}{T_2} t} \right]$$

Üçüncü misal olarak direnç, ve kapasite ihtiva eden bir devrede şalter kapama rejimini veren denklemi çıkaralım. Böylelikle integrasyon ihtiva eden bir diff. Denklemin laplace ile çözüm şekli görülmüş olacaktır.



Şekil 1.

$$E = i \cdot R + \frac{1}{C} \int i \cdot dt$$

Laplace ile:

$$\mathcal{L} = r \cdot R + \frac{1}{p} \frac{1}{C} \cdot T(R \cdot \wedge)$$

$$\tilde{i} = \frac{E}{R + \frac{1}{pC}}$$

Hesapları biraz değiştirerek:

$$\tilde{i} = \frac{\mathcal{L}}{R} \cdot \frac{p}{p + \frac{1}{RC}}$$

Zaman fonksiyonuna dönüş için tablo I den faydalanarak Elektroteknikteki tanınmış netice çıkarıl:

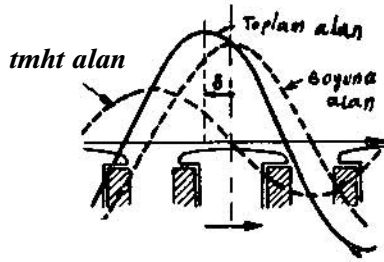
$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

||—PARK TRANSFORMASYONLARI:

Bilhassa çıkık kutuplu senkron makinede endüvi çevresi boyuncu mağnetik iletkenlik değişik olduğundan makineye ait denklemlerin hesabı çok zorlaşır; zira bu defa denklemler & açısının değişimine bağlı parametreler ihtiva edeceklerdir. Bu zorluğu berteraf etmek için ilk defa PARK sargı eksenlerinden (a, b, c) diğer endüviye bağlı sabit (p, q, o) eksenlerine geçmiş, böylelikle denklemlerdeki parametreler sabit değerlere irca edilmiştir.

Şimdi iki eksen (park) teorisinin esas anlamını kısaca izah etmek için senkron makineyi ele

alalım. Makinede döner alanın stator sargılarında doğurduğu EMK her an uçlardaki şebeke gerilimi ile dengededir. Bu sebepten döner alan şebeke frekansına bağlı senkron devirle döner. Stasiyoner çalışmada kutup tekerleğinde aynı devirle dönecektir. Buna göre döner alan kutup tekerleğine nazaran relatif olarak sükunettedir. Bu alanın maksimum değeri makinenin yükünün cinsine göre muayyen bir açı (kutup tekerleği açısı) kadar kutup eksenine nazaran sapma gösterir. Makine kutup ekseninde (boyuna eksen) ve kutup arasında (enine eksen) mağnetik iletkenlik duru-



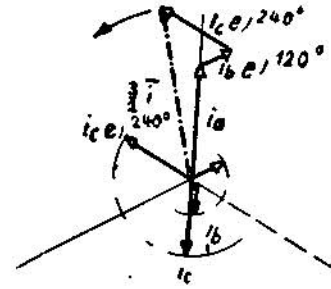
Şekil 2 — Toplam döner alanın boyuna ve enine alana ayrılması.

mu farklı olduğundan döner alanı, şekilde görüldüğü gibi boyuna alan ve enine alan diye iki bileşene ayrılmış gibi düşünmek gerekir. Boyuna alan, sargısındaki ikaz akımı ve stator amper sarımlarının boyuna eksene düşen düşen komponenti ile uyarılır. Enine alan ise stator amper sarımlarının geri kalan kısmı ile yani amper sarımlarının enine eksende kısmı ile uyarılır. Şimdi bir adım daha ileri giderek statorun üç fazlı sargıları yerine her biri için boyuna ve enine eksende bir eş değer sargı düşünebiliriz, öyleki boyuna eksende sargı her stator amper sarımlarının boyuna bileşenini doğuracak şekildedir. Aynı şey enine eksen içinde söylenebilir. Bu iki eksen kavramı makinenin stasioner durumunu tetkikte bir takım kolaylıklar verdiği gibi, asıl salınımların ve geçiş rejimlerinin etüdünde büyük faydalar sağlar.

Park dönüşümlerini incelemeye evvel makinedeki eksen sistemlerini ele almak gerekir. Biz burada eksen sistemlerinin hesap ve dönüşümlerinde kompleks düzlem yolu tecih ettik; böylece a, p, o ve döner eksen sistemlerini de tanımak kabil olacaktır. Okuyucu park transformasyonları için senkron makine vektör diyagramı üzerinden rahatça d, q eksenlerine geçebilir.

a — Faz eksenleri (a, b, c)

Bir senkron makinede simetrik üç fazdan geçen akımlar sıra ile i_a, i_b, i_c ile gösterilirse (statora bağlı bu sabit a, b, c eksen sistemi hakkında izahat her elektroteknik kitabında bulunduğundan burada sadece şekil verilmekle iktifa edilecek) buna göre toplam akım vektörü:



Şekil 3 — Akım vektörlerinin teşkili

$$i_s = i_a + i_b + i_c \quad (12)$$

120° $J 240$

Burada $a = e$ ve $a^2 = e$ dir. Şekilde bir birinden 120° döndürülen doğrultular üç fazın sargı eksenlerini (a, b, c) göstermekte ve a faz sargısının yönü pozitif reel yön olarak verilmektedir. Bu durumda kompleks sayı düzlemi makine miline dik durumdadır. Eğer yıldız noktasından makineye veya makineden şebekeye (yine yıldız noktasından) akım akmadığını düşünürsek, bu taktirde üç faz akım toplamı sıfır olacaktır:

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (13)$$

(T,) akım vektörünün her bir faz sargı eksenine üzerindeki izdüşümü o fazdaki momentan geçen akımı verecektir. Bu demektir ki akım vektörü i_s 'nin a sargı eksenine (reel eksen) üzerindeki izdüşümü i_a 'ya eşittir:

$$Re(i_s) = \frac{2}{3} \left(i_a - \frac{1}{2} i_b - \frac{1}{2} i_c \right) = i_a \quad (14)$$

olacaktır. $Re(i_s)$ = akım vektörü (i_s) 'nin reel kısmı, $im(i_s)$ = akım vektörü (i_s) 'nin imajiner kısmıdır. Burada:

$$a = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad a^2 = e^{j240^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

dir. Aynı şekilde kolayca i_s 'nin b eksenine üzerindeki i_b ve c eksenine üzerindeki i_c izdüşümü çıkarılabilir.

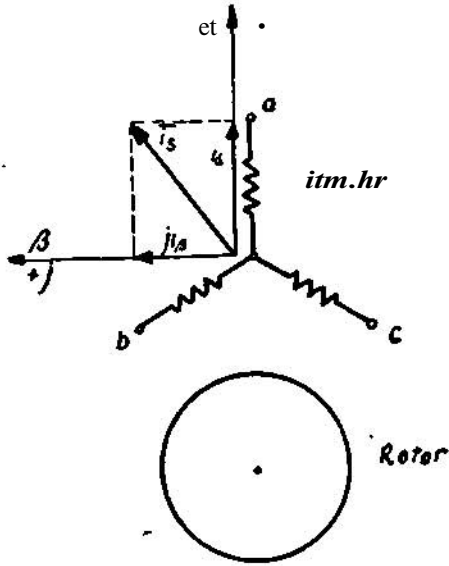
b — a, (3, 0) Komponentleri

Eğer toplam akım vektörü reel ve imajiner bileşenlerine ayrılırsa böylece a ve p komponentleri elde edilmiş olur. Burada a reel, p ise imajiner eksenle gösterilir. Şekil (4) ye göre :

$$i_s = i_a + j i_p \quad (15)$$

$$\begin{aligned} 4 \gg Re(i_s) &= i_a \\ i_p &= Im(i_s) \end{aligned} \quad \mathbf{1} \quad (16)$$

Âkım vektörünün bu şekilde ayrılmasının fiziki manası şu şekilde izah edilebilir: i_s akımı tarafından meydana dik olan a ve p yönlerinde iki sargıdan geçen akımların meydana getirdiği iki alanın toplamı gibi düşünülebilir. Böylece üç fazlı makine iki fazlı bir makineye dönüşmüş olur. a ve p komponentlerinden, bilhassa statorunda bir asimetri mevcut fakat rotoru simetrik olan döner makinelerin etüdünde faydalanılır.



Şekil 4 — Toplam akım vektörünün a ve p komponentlerine ayrılması.

Faz akımları ile a , p akımları arasındaki münasebet (12) ve (16) denklemlerinden çıkarılabilir:

$$i_a = \text{Re}(i_s) = \text{Re} \left[\frac{2}{3} (i_a + a i_b + a^2 i_c) \right] = \frac{2}{3} \left[i_a - \frac{i_b + i_c}{2} \right]$$

$$i_b = \text{Im}(i_s) = \text{Im} \left[\frac{2}{3} (i_a + a i_b + a^2 i_c) \right] = \frac{i_b - i_c}{\sqrt{3}}$$

$$i_o = \frac{1}{3} (i_a + i_b + i_c)$$

Eğer $i_a + i_b + i_c = 0$ ise:

$$i_b = \frac{i_a - i_c}{\sqrt{3}} \quad (18)$$

olur.

Ters işlemle:

$$\left. \begin{aligned} i_a &= \frac{2}{3} (i_a + a i_b + a^2 i_c) \\ i_b &= -\frac{i_a}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i_p + i_o \\ 4 &= -4 - 4 \sqrt{3} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

c — Dönen koordinant sistemi:

Şimdiye kadar stator akım vektörünü (i_s) belirtmek için reel eksen stator faz sargı (a) eksenini ile çıkan bir eksen sisteminden faydalanıldı. Fakat bir çok geçici rejimlerin etüdü için, kendisine hem stator akım vektörü hemde rotor akımı irca edilmiş, endüviye bağlı bir koordinat sistemine lüzum hasıl olur. Statora bağlı eksen sisteminden, rotora bağlı dönen eksen sistemine geçiş için:

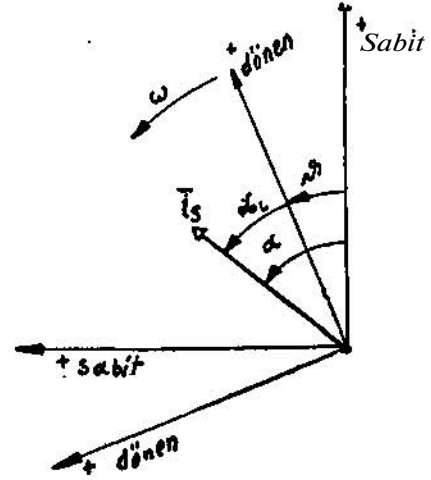
Duran eksenle dönen koordinat sistemi arasında her hangi bir andaki veya θ denirse, endüvinin ve aynı şekilde buna bağlı koordinat sisteminin açısal hızı $\frac{d\theta}{dt} = \omega$ olacaktır. Şekil (5) den görüldüğü gibi I_s vektörü stator koordinat sisteminde a ye endüviye bağlı sistemde α — açısı ile gösterilirse:

$$i_{sL} = i_s e^{-j\theta} \quad (20 a)$$

veya buradan:

$$i_s = i_{sL} e^{j\theta} \quad (20 b)$$

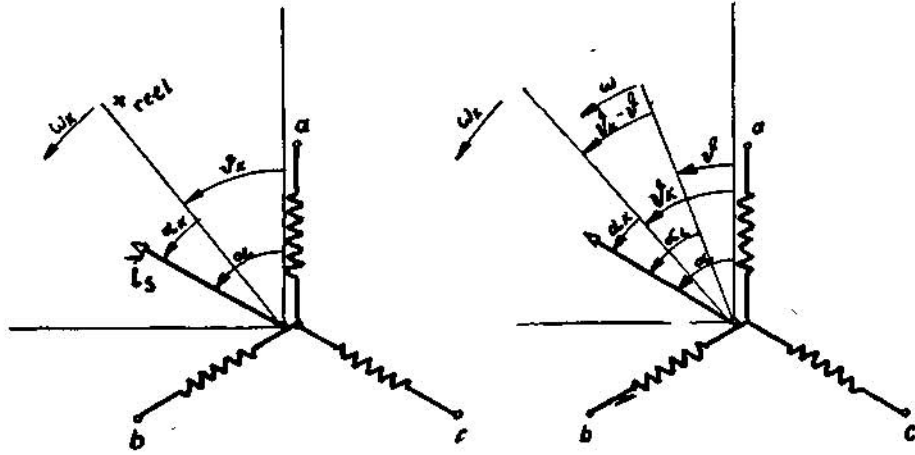
(Burada $I_s L$ vektörü stator koordinat sisteminde verilen i_s vektörünün endüvi koordinat sistemindeki değeridir.)



Şekil 5 — Endüvi koordinantsistemi

Genel durumda dönen koordinat sistemi istenilen her hangi bir dönme hareketi yapabilir. Bu taktirde koordinat sisteminin muayyen bir andaki konumu, stator faz sargı a eksenini ile reel eksen arasında α açısı ile verilsin. Açısal hızı $\frac{d\theta}{dt} = \omega$ olan bu koordinat sisteminde stator akım vektörünün konumu şu açı ile belirecektir, şekil (6 a):

ω



Şelcil 6 — Muayyen bir açısız hızla dönen koordinant sistemi

O hâlde:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{V} &= i_s \cdot e^{-j\alpha_k} \\ \hat{i}_s &= \mathbf{V}^* \cdot e^{j\alpha_k} \end{aligned} \right\} (21) \quad (21)$$

\hat{i}_s vektörünün & açısız hızı ile dönen endüvi koordinat sistemindeki konumu α_L , buna karşılık her hangi bir diğ&er açısız hızı ile dönmekte ise α_k ile belirtilirse; bu iki açı arasındaki bağıntı:

$$\alpha_k = \alpha_L - (\omega_k - \omega)$$

olacaktır: Bu durumda iki dönen sistem arasındaki transformasyon denklemleri:

$$\left. \begin{aligned} i_{sk} &= i_{sl} \cdot e^{-j(\alpha_k - \alpha_L)} \\ i_{sl} &= i_{sk} \cdot e^{j(\alpha_k - \alpha_L)} \end{aligned} \right\} (22) \quad \left. \begin{aligned} i_d &= \frac{2}{3} [i_a \cos \alpha + i_b \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) + i_c \cos(\alpha + \frac{2\pi}{3})] \\ i_q &= \frac{2}{3} [i_a \sin \alpha + i_b \sin(\alpha - \frac{2\pi}{3}) + i_c \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3})] \end{aligned} \right\} (24a)$$

Burada dönen koordinat sistemlerine ait \hat{d} ve \hat{q} açısız hızları muayyen birer zaman fonksiyonu olabilirler.

d — d, q, o Komponentleri (park komponentleri)

Daha evvelce belirtildiği gibi endüvinin bir çok hallerde elektriki ve mağnetiki bakımdan simetrik olmayışı endüviye koordinat sistemi ile çalışmayı icab ettirir. Endüvi koordinat sistemindeki uzaysal akım vektörü bu vasıta ile reel endüvi eksenini d ve imajiner endüvi eksenini q bileşenine ayrılır:

$$i_L = i_d + j i_q$$

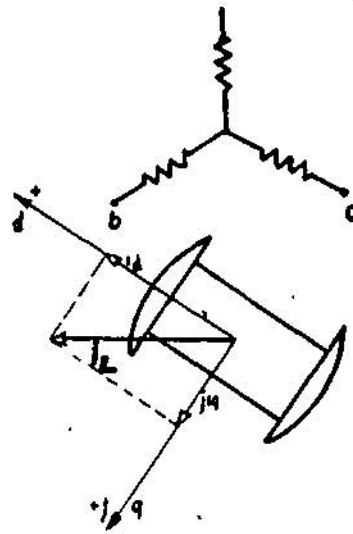
Akım vektörünün endüvi koordinat sisteminde bu şekilde ayrılışı stator sistemindeki a. ve p ayrılışına tekabül eder. i_L Akım vektörü stator

akımlarının endüvi koordinat sistemindeki değeri olduğuna göre, bu halde i_d ve i_q akımları endüvi ile birlikte döndüğü düşünölen d ve q eksenlerindeki sargılardan geçen akımlar olup, bunların tesiri ile meydana gelecek toplum alan stator akımlarının doğurduğu alanın aynı olacaktır. Stator sargı akımları, d ve q eksenini akımları arasındaki bağıntı denklemin 19,

20 ve 21 den :

$$\begin{aligned} i_{sl} &= \mathbf{V}^* \cdot i_q \\ &= i_s \cdot e^{-j\alpha} = \frac{2}{3} (i_a + \alpha i_b + \alpha^2 i_c) \cdot e^{-j\alpha} \end{aligned} \quad (23)$$

Bu denklemin reel ve imajiner kısımlara ayrılırsa i_d ve i_q değ&erleri çıkar :



Şelkil 7.

Bu denklemlerin stator akımlarına göre çözülebilmesi için üçüncü bir denklem lâzımdır, o da nötr devresi akımıdır:

$$i_0 = \hat{y} (* \hat{a} * U + \hat{c}) \quad (24b)$$

Ters olarak yukarıda elde edilen i_d , i_q ve \hat{a} akımlarından stator faz akımları kolayca çıkarılabilir :

sabit stator sargılan ve ayrıca endüvinin dönen enine ve boyuna eksenleri yerine; boyuna ve eksenleri dış kutup sistemi olarak sabit ve stator sargılarda \hat{a} ile dönecek şekilde imal edilmiştir, şekil (8). Senkron makine için bir model makine olarak verilen bu ara fırçalı doğru akım makinesi hakkında etraflı malumat LAIBLE'nin kitabında (literatüra bak) bulunabilir.

Aynı şekilde gerilim ve fluks denklemleride:

$$\left. \begin{aligned} U_d^s &= T \left[U_a \cos \lambda + U_b \cos \left(\lambda - \frac{2\pi}{3} \right) + U_c \cos \left(\lambda + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \\ U_q &= -\frac{2}{3} \left[U_a \sin \lambda + U_b \sin \left(\lambda - \frac{2\pi}{3} \right) + U_c \sin \left(\lambda + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \\ &\gg 0 \quad * \hat{I} \left[U_a + U_b + U_c \right] \end{aligned} \right\} (26)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= \frac{2}{3} \left[\psi_a \cos \lambda + \psi_b \cos \left(\lambda - \frac{2\pi}{3} \right) + \psi_c \cos \left(\lambda + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \\ \psi_q &= -\frac{2}{3} \left[\psi_a \sin \lambda + \psi_b \sin \left(\lambda - \frac{2\pi}{3} \right) + \psi_c \sin \left(\lambda + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \\ \psi_0 &= -\frac{1}{3} (\psi_a + \psi_b + \psi_c) \end{aligned} \right\} (27)$$

$$i_a = i_d \cos \lambda - i_q \sin \lambda + i_0 \quad (25)$$

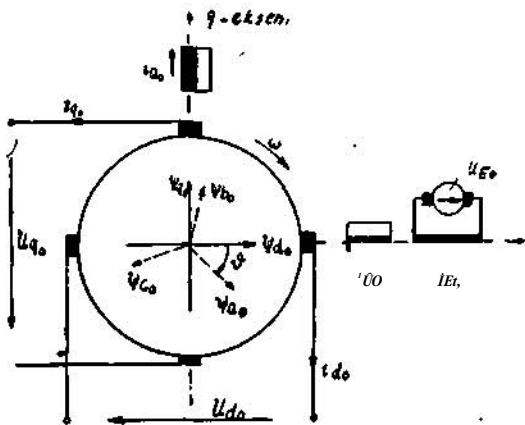
$$i_b = i_d \cos \left(\lambda - \frac{2\pi}{3} \right) - i_q \sin \left(\lambda - \frac{2\pi}{3} \right) + i_0$$

$$i_c = i_d \cos \left(\lambda + \frac{2\pi}{3} \right) - i_q \sin \left(\lambda + \frac{2\pi}{3} \right) + i_0$$

İşte bu 24 a, 24 b ve 25 transformasyonlarına PARK transformasyonları denmektedir. Bu denklemler şekil (7) den de kolayca çıkarılabilir. Ayrıca LAIBLE bu transformasyonları reel bir hale sokmak için model bir makine yapmıştır ki biz bu

Bu denklemlerden ters olarak U_a , U_b , U_c ve ψ_a , ψ_b , ψ_c değerleri d , q cinsinden çıkarılabilir.

Şimdi senkron makinede geçici rejimin etüdü için bütün gerekli denklemleri çıkaralım. Denklemlerin çözümü her ne kadar oldukça komplike durum arzederse de; probleme göre bazı ihmal-ler, başlangıç şartlarının uygun seçilmesi ve Laplace transformasyonlarının kullanılması ile hesaplar rahatça yapılabilir. Kısaltmalar ve ihmal-ler sonuç denklemlerin irdelenmesine ele alınacaktır.



Şekil 8 — Model makine

makineden ileride akı denklemlerini çıkarırken istifade edeceğiz. Makine çıkış gerilimini veren

GERİLİM DENKLEMLERİ: Sargı eksenini a' d indüksiyon kanununa göre :

$$U_a = -i_a R - \frac{d\psi_a}{dt} \quad (28)$$

Şimdi d , q , ψ o sistemine geçelim. Burada λ açısının da zamanın bir fonksiyonu olduğunu unutmamak lâzımdır. Denklemde U_a , i_a , \hat{a} , değerleri yerine yukarıda elde edilen eşitlikler konursa:

$$t/j \cos AS - t/j \cdot !; nJ + U_0 = - I_j R_{ccs} A + l^{\wedge} R \hat{u} n J - l_0 R - \frac{d\gamma_d}{dt} \cos \lambda R$$

$$+ \gamma_d \sin \lambda R \frac{d\lambda R}{dt} + i \frac{\gamma_q}{dt} \sin \lambda R + \gamma_q \cos \lambda R \frac{d\lambda R}{dt} - \frac{d\gamma_0}{dt}$$

Bu denklemin her an ve her & açı değerinde sağlanabilmesi için eşitliğin her iki tarafındaki sin ve cos'lerin çarpanlarının birbirine eşit olması lâzımdır. Buna göre :

$$U_d = - l_d R - \frac{d\gamma_d}{dt} + \gamma_q \frac{d\lambda R}{dt} \quad (29 a)$$

$$U_q = - l_q R - \frac{d\gamma_q}{dt} - \gamma_d \frac{d\lambda R}{dt} \quad (29 b)$$

$$U_0 = - l_0 R - \frac{d\gamma_0}{dt} \quad (29 c)$$

Burada bütün değerler per ünit olarak yazıldı, $i_{\infty} \cdot U_{\infty} \cdot t_{pA} R$, t_0 irca edilmiş p. ü. değerler: (\hat{U}_0 = sekron dairesel frekans)

$$i_0 = \frac{i_{a0}}{I_n \sqrt{2}}, \quad U_a = \frac{U_{a0}}{U_n \sqrt{2}}, \quad \gamma_0 = \frac{\gamma_{a0} \omega_0}{U_n \sqrt{2}} = \frac{I_{\gamma_0}}{\gamma_{an}}$$

$$R = \frac{R_0 \cdot I_n}{U_n}, \quad t = \omega_0 t_0$$

AKI BAĞINTILARI: Model makineden irca edilmemiş büyüklüklerle aşağıdaki denklemler elde edilebilir:

$$\gamma_{d0} = l_{d0} L_{dd0} + l_{D0} L_{DD0} - l_{E0} L_{Ed0} \quad (30)$$

Burada L_{dd0} stator sargısına tekabül eden eş değer sargının boyuna eksendeki şelf indüktivitesi, L_{DD0} boyuna eksendeki amortisman sargısı ile boyuna eksendeki eş değer sargının karşıt indüktivitesinden ve L_{Ed0} in se ikaz sargısı ile boyuna eksen sargısı karşıt indüktansdır. Aynı yoldan:

$$\gamma_{q0} = l_{q0} L_{qq0} + l_{Q0} L_{Qq0} \quad (31)$$

Burada L_{qq0} stator sargısına eşdeğer sargının enine eksendeki şelf indüktivitesi, L_{Qq0} enine eksendeki amortisman sargısı ile enine eksen sargısı arasındaki karşıt indüktivitedir. Yine :

$$\gamma_{D0} = l_{D0} L_{DD0} + l_{Dn} L_{DDn} - l_{E0} L_{Ed0} \quad (32)$$

$\hat{d}D_0$ boyuna eksen sargısının ve boyuna eksendeki amortisman sargısının karşıt indüktivitesi, $\hat{D}D_0$ boyuna eksendeki amortisman sargısının şelf indüktivitesi, $\hat{t}x_0$ ikazın ve boyuna eksenindeki amortisman sargısının karşıt indüktivitesi; yine:

$$- i_1 + i_{Q0} L_{Qq0} \quad (33)$$

L_{qQ0} enine eksen sargısının ve enine eksendeki amortisman sargısının karşıt indüktivitesi, L_{Qq0} enine eksendeki amortisman sargısı şelf indüktivitesidir. Keza yine aynı şekilde:

$$\gamma_{E0} = - i_{d0} L_{dE0} - i_{D0} L_{DE0} + i_{E0} L_{EE0} \quad (34)$$

Burada L_{dE0} boyuna eksen ve ikaz sargısı karşıt indüktivitesi, L_{DE0} boyuna eksendeki amortisman sargısı ve ikaz sargısının karşıt indüktivitesi, L_{EE0} ikaz sargısının şelf indüktivitesidir.

Şimdi bu denklemlerden birincisine (30) irca edilmiş değerleri:

$$x_d = \frac{L_{dd0} \hat{d} \gamma_d}{U_{dn}} \quad (35)$$

$$\gamma_d = \frac{U_{dn} \sqrt{2}}{\omega_0} \quad (36)$$

ithal edip ve $\frac{1}{U_{dn} \sqrt{2}}$ ile çarpıp ve aynı zamanda

$$i_d = \frac{i_{d0}}{I_{dn} \sqrt{2}} \text{ olduğunu nazarı itibara alırsak:}$$

$$\frac{\gamma_{d0}}{\gamma_{dn}} = \gamma_d = i_d x_d + i_{D0} \frac{L_{DD0}}{\gamma_{dn}} - i_{E0} \frac{L_{Ed0}}{\gamma_{dn}}$$

nominal gerilimde boşa çalışma ikaz akımı $i_d = \hat{I}_D = 0$ olduğundan

$$\frac{U_{dn} \sqrt{2}}{\omega_0 L_{Ed0}} = \frac{\gamma_{dn}}{L_{gd0}} \text{ dir.}$$

şimdi ikaz akımını (\hat{I}_{E0}) bu değere irca edersek,

$$\hat{I}_g = * \hat{I}_0 \frac{L_{dD0}}{\gamma_{dn}} \text{ elde ederiz.}$$

Amortisman sargılarından senkron çalışmada hiç bir akım geçmediğinden fiziki bir irca büyüklüğü vermek imkânsızdır, bu durumda irca edilmiş ikaz akımını nazarı itibara alacağız :

$$i_D = i_{D0} \frac{\omega_0 L_{DD0}}{U_{dn} \sqrt{2}} = i_{D0} \frac{L_{DD0}}{\gamma_{dn}}$$

Bu irca edilmiş büyüklüklerin ithali ile denklem 30 şu şekli alır:

$$\Psi_D = i_D x_D + i_D' - i_E \quad (37)$$

Aynı şekilde denklem 31:

$$\Psi_q = i_q x_q + i_q \quad (38)$$

$$Y_0 = i_0 x_0 \quad (39)$$

Denklem 34 de kutup akısı Ψ , Φ için irca büyüklüğü yine nominal gerilimli boşta çalışan makine

$\frac{\Psi_{do}}{L_{EEO}}$ olacaktır. Burda kaçak katsayılarının:

$$\sigma_{dE} = 1 - \frac{L_{JEO} L_{EJO}}{d_{do} L_{EEO}}$$

$$S^* E^r 4 - \frac{L^* < t^* L_{DEO}}{L_{ESE} 'oJc}$$

ithali ile denklem 34:

$$\Psi_E = -i_D x_D (1 - \sigma_{dE}) - i_D (1 - \mu_E) + i_E \quad (40)$$

Aynı şekilde:

$$\sigma_{dD} = A - \frac{L_{DDO} \cdot L_{DDO}}{L_{DDO} \cdot L_{DDO}}$$

$$\sigma_{qS} = A - \frac{L_{qqo} \cdot L_{qqo}}{L_{qqo} \cdot L_{qqo}}$$

$$\mu_D = 1 - \frac{L_{DDO} \cdot L_{EDO}}{L_{DDO} \cdot L_{EDO}}$$

bunlarla amortisman akım devresi irca edilmiş olarak:

$$\Psi_0 = i_D x_D (1 - \sigma_{dD}) + i_D - i_E (1 - \mu_D) \quad (41)$$

ve

$$\Psi_q = i_q x_q (1 - \sigma_{qS}) + i_q \quad (42)$$

Boyuna ve enine amortisman sargıları kısa devre sargılar olduklarından bunların denklem 28'e tekkabül eden irca edilmemiş sistemdeki eşitlikleri:

$$0 = i_{D0} R_{D0} + \frac{d\Psi_{D0}}{dt} \quad (43)$$

$$0 = \dots * * * \frac{d\Psi_{q0}}{dt} \quad (44)$$

Irca edilmiş değerler için :

$$i_D = i_{D0} \frac{\omega_0 L_{DDO}}{U_{dn} \sqrt{2}} \quad , \quad t = \omega_0 t_0 \quad ,$$

$$\frac{yy}{0} = \Psi_{D0} \frac{\omega_0}{U_{dn} > / t} \frac{L_{DDO}}{L_{DDO}} \gg \sim 00^* \frac{\omega_0 L_{DDO}}{T_D}$$

buna göre denklem 43 şu şekli alır :

$$0 = 4 \frac{U_{dn} \sqrt{2}}{\omega_0 L_{DDO}} \frac{\omega_0 L_{DDO}}{r_0} + \omega_0 \frac{d\Psi_0}{dt} \frac{U_{dn}}{\omega_0} \frac{L_{DDO}}{L_{DDO}}$$

buna göre:

$$\text{Or } i_D + T_D \frac{d\Psi_0}{dt} \quad (45a)$$

$$T_D, \frac{\omega_0 L_{DDO}}{R_{D0}} \quad (45b)$$

Aynı şekilde denklem 44 den:

$$0 = U + T_q \frac{d\Psi_q}{dt} \quad (46a)$$

$$T_q = \frac{\omega_0 L_{qqo}}{R_{qo}} \quad (46b)$$

İkaz sargısı için:

$$i_{E0} R_{E0} + \frac{d\Psi_{E0}}{dt} \quad (47)$$

U_{E0} geriliminin irca değeri nominal gerilimde boşta çalışma esnasındaki ikaz akımı olacaktır,

buda $\frac{U_{dn} VT}{\omega_0 L_{EEO}} R_{E0}$ dir. Burada R_{E0} için

$R_{E0} = \frac{\omega_0 L_{EEO}}{T_E}$ koyarız. 0 halde irca değerleri için:

$$i_E = i_{E0} \frac{\omega_0 L_{EEO}}{U_{dn} \sqrt{2}} \quad , \quad t = \omega_0 t_0 \quad ,$$

$$\Psi \sim \frac{\omega_0 L_{EEO}}{T_E}$$

Bu değerleri denklem 47 ye ithal edersek irca edilmiş sisteme geçebiliriz:

$$\frac{\sqrt{2}}{\omega_0 L_{EEO}} \frac{\omega_0 L_{EEO}}{T_E} \cdot i_E \frac{U_{dn} \sqrt{2}}{\omega_0 L_{EEO}}$$

$$\frac{\omega_0 L_{EEO}}{T_E} + \omega_0 \frac{d\Psi_E}{dt} \frac{U_{dn} \sqrt{2}}{\omega_0} \frac{L_{EEO}}{L_{EEO}}$$

veyahut:

$$U_E = i_E + T_E \frac{d\gamma_E}{dt} \quad (48 a)$$

$$T_E = \frac{\omega_0 L E E_0}{R E_0} \quad (48 b)$$

SENKRON MAKİNEDE HAREKET DENKLEMLERİ : Tahrik momenti M_m , dönen kitlenin atalet momenti J , açılma hız ω ve senkron makinenin dönme momenti arasındaki bağıntı:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_m - M \quad (49)$$

Bu büyüklükler içinde irca değerleri seçilebilir. Açılma hız d senkron açılma hızına w , irca edilebilir:

$n = \frac{\omega}{w_0}$. burada n değerinden per ünit devir sayısı anlaşılmalıdır. Eğer $n = \frac{a}{w_0}$ eşitliğinin

her iki tarafı P çift kurup sayısı ile çarpılırsa bu taktirde n 'nin aynı zamanda elektriki açılma hız $n = \frac{a\omega}{dt}$ olduğu çıkar (Buda senkron değeri $w < w_0$

ve irca edilir). O halde $n = \frac{di}{dt}$ dir. M_{ra} ve M momentlerini, senkron devir sayısında nominal zahiri takata P_m tekabül eden momente irca edebiliriz:

$$M_m = \frac{M_m \omega_0}{P_{sn}}, \quad M = \frac{M \omega_0}{P_{sn}}$$

Şimdi denklem 49'a irca edilmiş sistemde:

$$J \omega_0^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{P_{sn}}{\omega_0} (m_0 - m) \quad (50)$$

Burada $t_0 = \frac{t}{\omega_0}$ olarak nazarı itibara aldık. Yol alma zaman sabitesi $T_m = \frac{J \omega_0^3}{P_{sn}}$ ile bu denklem :

$$T_m \frac{d^2\theta}{dt^2} = m_0 - m \quad (51)$$

- Makinenin irca edilmiş dönme momenti için :

$$m = \gamma_q i_d - \gamma_d i_q \quad (52)$$

bu denklemin çıkışı ve fiziki manası mevzuu genişletmemek için burada verilmeyecektir (ütera-turda verilen kitaplarda vardır).

Denklem 51 ve 52 den aranılan hareket denklemi çıkar :

$$T_m \frac{d^2\theta}{dt^2} = \gamma_q i_d - \gamma_d i_q + T_m \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (53)$$

DENKLEMLERİN TOPLU ŞEKLİ: Senkron makinede geçici rejimin hesabını verecek olan bu denklemler bir araya getirilirse :

$$U_d = -i_d R - \frac{d\gamma_d}{dt} + \gamma_q \frac{d\omega}{dt} \quad (29 a)$$

$$U_q = -i_q R - \frac{d\gamma_q}{dt} - \gamma_d \frac{d\omega}{dt} \quad (29 b)$$

$$U_0 = -i_0 R - \frac{d\gamma_0}{dt} \quad (29 c)$$

$$U_E = i_E + T_E \frac{d\gamma_E}{dt} \quad (48)$$

$$0 = i_D + T_D \frac{d\gamma_D}{dt} \quad (45)$$

$$0 = i_Q + T_Q \frac{d\gamma_Q}{dt} \quad (46)$$

$$m_m = \gamma_q i_d - \gamma_d i_q + T_m \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (53)$$

$$\gamma_d = i_d x_d + i_D - i_E \quad (37)$$

$$\gamma_q = i_q x_q + i_Q \quad (38)$$

$$\gamma_0 = i_0 x_0 \quad (39) \quad (40^*)$$

$$T_{sr} \dots i_d x_d (1 - \tau_{de}) - i_0 (1 - \mu_E) + i_E$$

$$\gamma_0 = i_d x_d (1 - \tau_{d0}) + i_0 - i_E (1 - \mu_0) \quad (41)$$

$$\gamma_Q = i_0 x_q (1 - \tau_q) + i_Q \quad (42)$$

Bu denklemlerin çözümünde ekseri dört gerilim değeri ve M_m dönme momenti verilir, bu taktirde geri kalan 13 bilinmeyeninin hesabı için 13 denklem mevcut oluyor. Fakat 29 a, 29 b ve 53 denklemlerinin lineer olmaması çözümü zorlaştırmakta ve ancak nümerik adım be adım integrasyonla neticeye varmak kabil olmaktadır. Ancak bir çok problemlerde geçiş rejimi esnasında devir sayısı (aynı şekilde kayma) değişmediği veya çok cüzi değiştiği kabul edilir. Bu demektirki $\frac{d\theta}{dt}$ sabit alınabilir, bu taktirde 29 a, ve 29 b lineer olur. Hareket denklemi 53 de zaten akım ve akı değerlerinin tespitinde kullanılmaz.

* Bu formülden itibaren yanlışlıkla a yerine T yazılmıştır. Klîşenin değişmesine imkân olmadığından düzeltilmedi, özür dileriz

(Devamı gelecek sayıda)