ASENKRON MOTORLARDA
İHMALSİZ KARAKTERİSTİKLERİN HESABI

NIHAT **TAYLAN**
FETHI **ERCİN**
ZEYNEL ÖZDAMAR

UDK: 621.313.33

ÖZET

Bu yazıda asenkron motorlarda moment, kayma, devrilme kayması ve akım denklemlerinin (genellikle yapılageldiğinin tersine) İhmallerde bulunmaksızın elde edilmesi gösterilmiştir.

SUMMARiT

The torque, slip, pull-down slip and current equations in induction mjchines are considered and derived without the customary approximations with which they are usually handled.

Asenkron motorlarda moment, kayma, devrilme kayması ve akım denklemleri bütün dünya literatüründe birtakım ihmallerle çıkarılmaktadır; özellikle küçük güçlü makinelerde bu ihmallerle çıkarılan denklemler doğru sonuçlar veremezler.

Bu çalışmada ihmaller yapılmadan aynı denklemlerin çıkarılması sağlanmıştır. Aşağıda bu çalışma ile çıkarılan denklemler (*) ile belirtilecektir.

f'_s frekanslı bir şebekeden beslenen, çift kutup sayısı p olan asenkron motorun statorunda,

$$n_s = \frac{60 f_s}{p}$$

senkron devirli bir döner alan doğar. Bu alan rotor sargılarında akımlar indükleyerek rotoru stator döner alanı yönünde çeviren momentler doğurur. Rotor senkron devir sayısına erişemediği için arada bir devir sayısı farkı vardır, herhangi bir yükteki devire n denirse fark:

$$n_{kay} = n_s - n$$

Bu devir sayısı farkına kayma devri denmektedir. Motor yüklendikçe rotorda indüklenen akım ve dolayısıyla moment artacağından kayma da büyüyecektir. Moment büyümesinin bir sınırı vardır, bu sınır aşılınca motor durur; bu sınır değere "devrilme momenti fV ve bu momentin karşılığı olan kaymaya "devrilme kayması" denir.

Kayma için:

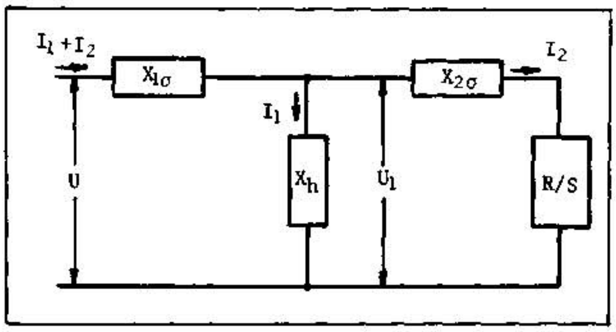
$$S = \frac{n_{kay}}{n_s} = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{f_g - f}{f_s}$$

Rotor dönmüyorsa n_g= 0 olacağından, s= 1 olur. Buna göre her hangi bir yükteki devir:

$$n = (1 - s)\, n_s$$

olur.

Şimdi kaymaya bağlı yük (R/S) altında çalışan asenkron motorun eşdeğer şemasını çizerek ihmaller yapmadan rotor akımı, reaktif akım, momentler ve kaymaları veren denklemleri çıkaralım:



Formüllerin yazılışında kolaylık sağlamak için stator kaçak reaktansı *yi\a,* yerine Xı ve indirgenmiş rotor kaçak reaktansı X*2a yerine X2 yazalım; şekilde X_n temel reaktanstır. Buna göre şekilden elde edilecek denklemler:

$$V_l - I_2 \left(JX_2 + \frac{R}{s}\right) \qquad (D$$

$$U_1 = I_t . JX_h \qquad (2)$$

$$Ul \ll U - JXI\,(I_1 + I_2) \qquad (3)$$

Bu üç ana denklemden rotor akımı I_2 yi bulmak için (3) denkleminde Ij yerine (2) denklemi konursa:

$$U_1 = U - JX_1 \left(12 + \frac{U_1}{JXh}\right)$$

$$U_1 \left(1 + \frac{XI}{Xn}\right) = U - JXU_2$$

Burada Uı yerine (1) denklemindeki değerini koyarak rotor akımını buluruz:

$$I_2 \left(JX2 + \frac{R}{S}\right) \left(1 + \frac{X_1}{Xh}\right) = U - Xl12$$

$$I_2 = \frac{U}{\frac{R}{T}\left(1 + \frac{X_1}{X_h}\right) + J\left(X_2 + X_2 \frac{X_1}{X_h} + X_1\right)} \qquad *(4)$$

Moment değeri olarak:

$$M = m I_2^2 \cdot \frac{R}{s}$$

Burada m değeri faz sayısını göstermektedir; bu denklemde I2 nin yukarıda bulunan değerini koyarsak:

$$M = m \cdot \frac{U^2 \cdot R/S}{\left(\frac{R}{S}\left(1+\frac{X_1}{X_h}\right)\right)^2 + \left(X_2 + X_2\frac{X_1}{X_h} + X_1\right)^2} \qquad (5)$$

Momentin maksimum değeri, yani devrilme momenti M_k ve bu momente karşılık olan devrilme kaymasını S_k hesaplamak için yukarıdaki denklemin S kaymasına göre türevini alırız. Bunun için payda S ifadesi bulunmadığından paydanın türevini almak yeterlidir. Türev maksimum momenti vereceğinden, bu denklemde S yerine maksimum momente karşılık olan S_k (devrilme kayması) koymak gerekir:

$$\frac{dn}{ds} = -\left(1+\frac{X_1}{X_h}\right)^2 S_k^{-2} \cdot \frac{1}{R}\left(X_2 + X_2\frac{X_1}{X_h} + X_1\right)^2 = 0$$

Buradan devrilme kayması S_k:

$$S_k = \sqrt{R^2 \cdot \frac{\left(1+\frac{X_1}{X_h}\right)^2}{\left(X_2 + X_2\frac{X_1}{X_h} + X_1\right)^2}}$$

$$S_k = \frac{R\,(X_h + X_1)}{(X_2X_h + X_1X_2 + X_1X_h)} \qquad (6)$$

Burada X_h değerinin sonsuza gitmesi halinde:

$$S_k = \frac{R\left(1+\frac{X_1}{X_h}\right)}{X_2 + \frac{X_1X_2}{X_h} + X_1} \qquad \lim_{X_h\to\infty} S_k = \frac{R}{X_1+X_2} = \frac{R}{X}$$

Şimdi motorun çektiği toplam akımı ($I_{top} = I_1 + I_2$) hesaplayalım; bunun için baştaki (1) ve (2) denklemlerinden I_1 ve I_2 nin değerlerini çeker ve toplarız:

$$I_{top} = I_1 + I_2 = \frac{U_1}{jX_2 + \frac{R}{S}} + \frac{U_1}{jX_h} = U_1 \cdot \frac{jX_h + jX_2 + \frac{R}{S}}{jX_h\left(jX_2 + \frac{R}{S}\right)}$$

Burada U_1 yerine baştaki (3) denklemindeki değerini yazalım:

$$I_{top} = (U - jX_1 I_{top})\,\frac{j(X_h + X_2) + \frac{R}{S}}{jX_h\left(jX_2 + \frac{R}{S}\right)}$$

$$I_{top} = U \cdot \frac{\frac{R}{S} + j(X_h + X_2)}{-(X_hX_2 + X_hX_1 + X_1X_2) + j\frac{R}{S}(X_h + X_1)} \qquad (7)$$

Bu denklemde paydayı gerçel sayıya çevirelim,

$$i_{top} = u.-S\frac{L + J(Xh * X_1)J\,|\,-(XhX_2 + XhXl + X_1X_2) - J\frac{R}{}(X_h \cdot X!)]}{(X_hX2 \cdot X_hX! + X!X_2)^2 + (\frac{R}{S})^2 (X_h + X_l)^2}$$

$$I_{topIU} \cdot \frac{\frac{R}{S}X_h^2\ t\ J\ (Xh + X2)(X_hX_2 + X_hX!\ t\ XpC_2) + -\frac{R^2}{2}-\ <X_h \cdot X_l)}{(X_hX_1 + X_hX2 + X_1X_2)^2 + (\frac{R}{S})^2 (X_h\ t\ X_1)^2} *\&)$$

Motorun çektiği tepkin (reaktif) akım toplam akımın sanal bileşeni olacaktır:

$$\hat{\ } = u.\frac{-J(X_{h+}X_2)(XhX_2tX_hXl + X_lX2) + (\frac{R}{S})^2 <X_h + X\hat{\ }}{(X_hX_l + X_hX_2 + X!X_2)^2 + (\frac{R}{S})^2 (X_h + X_L)^2} *(9)$$

Motorun momentini hesaplamak için; momentin $P_{Dl} = 2wn_sM$ olduğunu biliyoruz, moment aynı zamanda,

$$P_{D1}\ s\ m\ *2\ '\ S\sim$$

olacaktır;; buna göre:

$$m.\ I_2^2\ \frac{R}{S}\ s\ 2\pi\ n_s.M$$

$$M = \frac{m}{2.U \cdot n_S}, I_2^2, \frac{*}{S}$$

Burada I2 akım değerini yerine koyalım:

$$M * \frac{m}{2Hn_s}\frac{U^2}{(\frac{R}{S})^2 (i + \frac{X_1}{Xh})^2 + (x_2\ t\ x_2\frac{Xt}{Xh} + \%1r^2} \cdot \frac{R}{S}$$

$$= \frac{m}{2Tn_8} \cdot \frac{u^2}{\frac{R}{S}(It - i - \frac{Xj}{X_h})^2 \cdot \frac{S}{R}(X_2\ t\ X_2\frac{X_t}{X_2} \cdot X_l r^2} \cdot \frac{R}{S}$$

Bu denklemde R yerine (6) denklemindeki değerini koyalım:

$$R\ s\ \frac{s_k (X_1x_h\ t\ x_2x_h \cdot xpc_2)}{(X_h \cdot X0}$$

$$M = \frac{m}{2\pi n_s} \cdot \frac{U^2}{\frac{S_k(X_1X_h + X2X_h + X_1X_2)(1 + \frac{X_1}{Xh})^2}{S(X_h + X1)} + \frac{S(X_h - X_1)(X_1 + X_2 + X_2\frac{X_1}{X_h})^2}{S_k(X_1X_h \cdot X2X_h + X_tX2)}}$$

$$M = \frac{m}{2\pi n_s} \cdot U^2 \cdot \frac{X_h}{(X_h + X_1)\left(X_1 + X_2 + X_2 \frac{X_1}{X_h}\right)} \cdot \frac{1}{\frac{S_k}{S} + \frac{S}{S_k}} \quad (10)$$

M_k devrilme momentini hesaplayabilmek için (10) denkleminde S yerine S_k koymak gerekir; çünkü devrilme momentinde kayma değeri devrilme kaymasına eşittir:

$$M_k = \frac{m}{4\pi n_s} \cdot U^2 \frac{X_h}{(X_h + X_1)\left(X_1 + X_2 + X_2 \frac{X_1}{X_h}\right)} \quad (11)$$

Literatürde çoğunlukla $X_1 \approx X_2 \approx X$ kabul edilerek moment denklemleri:

$$M = \frac{m}{2\pi n_s} U^2 \cdot \frac{X_h^2}{(2X_hX + X^2)(X_h + X)} \cdot \frac{1}{\frac{S_k}{S} + \frac{S}{S_k}}$$

$$M_k = \frac{m}{4\pi n_s} \cdot U^2 \frac{X_h^2}{(2X_hX + X^2)(X_h + X)}$$

Şimdi motorun çektiği akımlar kaymalar cinsinden hesaplara daha elverişli bir şekilde elde edilebilirler. Asenkron motorun çektiği toplam akım:

$$I_{top} = I_w - jI_b$$

yazılabilir. Toplam akımı veren (7) denklemini paydayı karmaşık durumdan kurtarmak için pay ve paydayı paydanın eşleniği ile çarparak :

$$I_{top} = I_w - jI_b = U \cdot \frac{X_h^2 \left(\frac{R}{S}\right) - j\left[(X_h + X_2)(X_1X_h + X_2X_h + X_1X_2) + \left(\frac{R}{S}\right)^2 (X_h + X_2)\right]}{(X_hX_1 + X_hX_2 + X_1X_2)^2 + \left(\frac{R}{S}\right)^2 (X_h + X_2)^2}$$

Burada R yerine (6) denklemindeki değerini koyduktan sonra denklemin gerçel bölümü motorun çektiği etkin (aktif), sanal bölümü ise tepkin (reaktif) akımı verecektir :

$$I_w = U \frac{X_h^2 \cdot \frac{S_k}{S}}{(X_1X_h + X_2X_h + X_1X_2)(X_1 + X_h)\left(1 + \frac{S_k^2}{S^2}\right)} \quad (12)$$

$$I_b = U \frac{X_h^2 + (X_1X_h + X_2X_h + X_1X_2)\left(1 + \frac{S_k^2}{S^2}\right)}{(X_1X_h + X_2X_h + X_1X_2)(X_1 + X_h)\left(1 + \frac{S_k^2}{S^2}\right)} \quad (13)$$

Bütün çıkardığımız denklemler değişik frekanslarda değişik değerler verecek, dolayısıyla frekansa bağlı olarak Moment ve akım eğrilerini çizebileceğiz.